TRATTATO
DI
ARITMETICA PRATICA
NEL QUALE

Oltre lo spiegarsi le Regole ordinarie della medesima, si discorre di varie proprietà, e curiosità Numeriche,

Con alcuni facilissimi metodi, per risolvere molti intricati Problemi,

AGGIUNTOVI

Un breve Trattato d' Algebra;

Con le Traduzioni di quanto hanno scritto delle Permutazioni, e Combinazioni IL P. TACQUET, ED IL SIG. NICCOLO' DI MARTINO

OPERA

DIVISA IN TRE TOMI,

E DATA IN LUCE

DA

GIUSEPPE ANTONIO ALBERTI

BOLOGNESE.

TOMO PRIMO.

IN VENEZIA,
MDCCLII.

APPRESSO GIO: BATTISTA RECURTI
CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

PREFAZIONE.

IO preveggo, che i Leggitori di questo Libro si meraviglieranno, e per poco non dissi, si faranno beffe, che sia venuto in animo a me di comporre un Trattato di Aritmetica in questo tempo, ch' è pieno zeppo d' Autori, che hanno scritto di questa materia, i quali a dir poco son tanti, che per scriverne il Catalogo appena basterebbe un gran foglio, e v' ne è anche uno fra i più recenti, che ha sin dato un' Aritmetica senza numeri (a), quanto dunque sarà facile, che questa mia fatica sia riputata superflua, e gettata al vento? Dico dunque che è vero verissimo, esservi una quantità grande di Autori, che trattano di Aritmetica, e che fra questi ve ne sono diversi, che ne trattano eccellentissimamente, e da gran Maestri; ma se si vorranno osservare le Opere di tutti questi Scrittori in comparazione di questa mia, io sarò ben persuaso che vi si troverà una notabile differenza, mentre tutti i Trattatori di questa Scienza ne hanno scritto per modo, che hanno lasciato indietro diversissime di quelle cose, che sarebbero molto al caso per i calcolatori, e senza le quali in occasione di certi calcoli, e di certi quesiti intricati, si trovano essi imbarazzati in maniera, che non ne sanno nè entrar, nè uscire, senza poi anche parlare di quei Scrittori, che hanno stese le loro regole in lingue, che non sono cognite a tutti; ma in questa mia ho io raccolto, oltre le Regole comuni, ancora diverse altre Regole facili, brevi, e sicure, e non toccate da verun altro, mirabilmente inservienti a sviluppare con franchezza, e precisione molti nodi Aritmetici, e di quelli appunto, che sogliono occorrere ai Calcolatori.

Questa dunque è divisa in tre Tomi, dei quali i due primi contengono tutta l' Aritmetica Pratica, e a luogo a luogo insegnante qualunque parte di essa: vi ho inseriti tutti i diversi modi, coi quali si può operare secondo, che ce ne hanno lasciato scritto gli Autori più celebri, ed ancora con aggiunte mie proprie, quando m' ho incontrato di ritrovarne, e ad ogni parte dell' Aritmetica vi ho aggiunte tutte le curiosità numeriche, che sopra tale operazione m' è riuscito scoprire, cioè tutte quelle poste nel mio Trattato dei giuochi numerici, però molto ampliate, ed accresciute, per adempiere quì la promessa che in essi ave-

(a) Chiusolle Aritmetica, e Geometria.

avevo fatta; senza però pretender che non si possano ampliare molto di più. In quelle parti che insegnano la moltiplicazione, la divisione, le regole di proporzione, e le estrazioni delle radici; ho insegnato il modo di servirsi delle Tavole, o Canone logaritmico, per ischifare la gran prolissità, e facilità di errare nel fare le moltiplicazioni, e divisioni dei numeri composti di molte figure, e particolarmente quando devonsi fare lunghi calcoli. V' ho posto ancora il calcolo dei rotti decimali per essere di molto utile, come si vedrà. V' ho poi aggiunta una raccolta di varj giuochi, e curiosità spettanti ai numeri, molto belle levate da varj Autori, le quali per esser composte di varie parti dell' Aritmetica, non potevan cadere sotto le sue rispettive regole.

Le suddette curiosità così ampliate, le ho poste quì, non solo per adempire la promessa fatta, come ho detto di sopra, ma ancora per sempre più levare di pregiudizio quegli Aritmetici, che quando vedeano fare simili operazioni curiose, da qualcheduno, che alcuna di esse ne sapea, e avea l'artificio di farle, con una cert'aria circulatoria, le reputavano cose divine, e faceano concetto di quell'Operatore, come di persona di una capacità sovraumana.

Alcuni forse diranno aver io prese alcune cose dall' Appendice, o Critica fatta da altro Autore ai miei giuochi numerici, ma se osserveranno la risposta che feci a detta Appendice, vedranno che quanto in essa ritrovasi è tutto mio, avendo l' Autor di essa fatto grazia di pubblicar per suo, ciò che ad esso da altre mani, e forsi dalle mie proprie gli era pervenuto: ciò non ostante prego lo stesso ad osservare le curiosità numeriche, che si trovano quì in maggior numero di quelle dei miei giochi numerici, perchè penso di averlo fornito di bastevoli documenti per poterne da esse molte altre dedurre, come ho fatto io di molte altre, benchè quì non riposte per non allungar di soverchio l' Opera con cose di poco, o niun momento: mi basta d' esser io stato il primo, che tali curiosità abbia scritto, non sapendo che fin' ora alcun altro ciò abbia fatto.

E perchè ho scorto negli Amatori di questa Scienza il desiderio, che hanno di sciogliere ancora quei quesiti, che con la sola Aritmetica non si possono risolvere; ho nel terzo Tomo con tutta la chiarezza, e brevità, che per me è stata possibile, parlato dell' Algebra insegnando di essa quel tanto solo, che abbisogna per sciogliere tutti quei Quesiti Numerici, che non oltrepassano il secondo grado dagli Algebristi chiamati quadratici, mentre i Quesiti di più altri gradi, per lo più servono per la soluzione dei Quesiti Geometrici, o Fisici Mattematici; chi però volesse maggiormente avanzarsi potrà con facilità da sè consultare quegli Autori, che di tal Scienza hanno scritto, e quel poco che io ne ho

scrit-

scritto mi è parso sufficiente per Istruzione degli Studiosi dell' Aritmetica. Nel fine poi vi ho posto tutto ciò, che delle permutazioni, e combinazioni ha scritto il P. Tacquet nella sua Aritmetica; e perchè questo non mi è parso sufficiente al desiderio degli Studiosi, ho seguito l'esempio degli editori della Aritmetica suddetta, aggiungendovi l'Opuscolo delle combinazioni, e permutazioni del Sig. Niccolò di Martino Napolitano, celebre Mattematico dei nostri tempi, ogni cosa tradotta dal Latino nel nostro Italiano Idioma, in grazia di chi la Lingua Latina non ha studiata.

Nel fine vi ho aggiunto il Dizionario Aritmetico, il quale serve tanto a chi è Aritmetico, quanto a chi non l'è perchè si possa, mediante lo stesso, intendere da chiunque ogni termine di questa Scienza. Senza questo Dizionario si può dir quasi imperfetta l'Opera, mentre in esso si spiegano ancora molte cose, delle quali nell'Opera non se n'era fatta parola, per non oppormi alla pratica comune, ma però necessario da sapersi da chi desidera essere appieno informato di tutta l'Aritmetica.

Da tutte le suddette cose non vorrei già che si deducesse, che in questa Aritmetica vi sieno tutte le operazioni, curiosità, e minutezze descritte da tutti gli altri Autori, mentre oltre la difficoltà di averli tutti per cavarnele, l'Opera sarebbe riuscita prolissa, e nauseosa. Ho lasciate ancora alcune cose, benchè descritte da varj Autori comuni, e questo per essere di poco, o niun gusto, o per averle noi spiegate con più generalità, avendo stimato ciò sufficiente, senza dilungarsi a sminuzzar simili cose.

Questo è quel tanto, che ho stimato utile per gli Aritmetici, i quali desiderano d'avanzarsi in questa Scienza più di quello abbiano fin'ora fatto i comuni, e pratici. Se avrò colpito lo scopo prefissomi ne renderò grazie al Dator d'ogni bene, che per mezzo mio ha voluto maggiormente una Scienza così utile, e benemerita propagare. Se no, pregherò il Pubblico ad accettare almeno il buon cuore, che ho avuto per esso, e a considerare, che come dice il Martello nel Serm. ult. della sua Poetica.

Non sempre ove minaccia Arco ferisce,

AVVERTIMENTO.

PER dare all' Aritmetico molti, e diversi esempj, ho presi molti Problemi dagli altri Trattatisti, e non pretendo per ciò di aver mal fatto. Come mai potevansi dare molti, e diversi esempj, senza incorrere in quei stessi dati dagli Autori? al più potevasi mutare soltanto nei dati, e nelle parole, come han fatto fin' ora i Scrittori, che hanno presi gli esempj gli uni dagli altri, mutandoli solo così, mentre per mostrare gli stessi casi erano in necessità di ciò fare. Questo è stato il motivo, che mi ha indotto a non calcolarne dei nuovi in quei casi posti da essi, perchè essendo stati una volta calcolati, il naturale principio di Filosofia m' insegnava di non moltiplicare gli enti senza necessità. Ho dunque levati molti Problemi dal Venturoli, e dal Figatelli, come Autori di maggior pratica: Gli altri molti Problemi, che si trovano sparsi per l' Opera, parte gli ho inventati io stesso, e parte mi son pervenuti da altre mani, perciò non sarà meraviglia se alcuni di essi si troveranno portati da altri. Mi sono servito ancora dove il bisogno il richiedeva delle Dottrine, ed esempj del non mai abbastanza lodato P. Tacquet, ed altri valenti Aritmetici, e Mattematici.

AL SIG. D. DOMENICO CASAGLIA.

VOI mi avete tanto innanimito, e tanto impulsato a mettere insieme uno scritto di Aritmetica Pratica, che mi sono finalmente indotto a fare il vostro piacere, in quella maniera, che per me si potea meglio. Eccovi dunque il Trattato, che desideravate: egli è nato, dirò così, per cagion vostra, e deve venire a voi, come cosa di vostra giurisdizione. Voi per tanto, che avete molta perizia in questa materia, potrete giudicar dello stesso, e se vi troverete qualche cosa di particolare, so che ne saprete far uso. Se lo vedrà il Sig. Gregorio Legnami, nostro comune amico, che s' intende ancor egli di queste cose, mi persuado, che esso pure ci averà piacere. Io veramente ho avuto un poco di repugnanza a scrivere sopra una materia da tanti battuta, e ribattuta; ma siccome ho procurato di mettere in questo scritto diversi nuovi trovati, e curiosità, che non si avevano altrove, potrebbe essere che questa circostanza di più lo rendesse degno ancor esso di qualche gradimento, lo che se succederà avrò tutta la compiacenza di essermi fatto cogli Studiosi, questo poco di merito, e che in ciò mi sia incontrato nell'occasione di compiacere un Amico, come voi siete, i desiderj del quale ho tutta la ragione di dover secondare. Vivete felice.

In Lode Dell' Autore.

Tu ſai, Giuſeppe, come il vero elice
Allor che ſcioglie i nodi ſuoi queſt' Arte,
Queſta fedel del numero cultrice,
Che il ſcema, e accreſce, e lo raccoglie, e il parte;

Ma ſai tu ancor, che avere adito, e parte
Nei ſuoi più cupi arcani a pochi lice,
Però un nuovo ſentier nelle tue carte
Apri a gl' ingeni altrui corto, e felice.

Veggio colà sù le ruine antiche
Di Sidone, e di Megara più lieta
L' ombra errar di Pitagora, e d' Euclide,

Però che a fin più certo, e a miglior meta
I lor principj co le tue fatiche,
E coi tuoi Studj ravvicini, e guide.

D. Achilleo Geremia Balzani Bologneſe.

NOI

NOI RIFORMATORI

Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approvazione del *P. Fr. Paolo Tommaso Manuelli*, Inquisitore Generale del Santo Officio di Venezia, nel Libro Intitolato: *Trattato d' Aritmetica Pratica, nel quale ec. diviso in tre Tomi, e dato in luce da Giuseppe Antonio Alberti Bolognese*, non v'esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica; e parimente per Attestato del Segretario Nostro, niente contro Principi, e buoni costumi, concediamo Licenza a *Gio: Battista Recurti Stampatore di Venezia*, che possa essere stampato, osservando gli Ordini in materia di Stampe, e presentando le solite Copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 19. Settembre 1750.

(Alvise Mocenigo 2. Rif.
(
(Daniel Bragadin Cav. Proc. Rif.

Registrato in Libro a Carte 32. al Num. 341.

Michiel Angelo Marino Segr.

23. Ottobre 1750.

Registrato, e licenziato dal Magistrato Eccellentissimo degli Esecutori contro la Bestemmia.

Francesco Agazzi Nod. contro la Bestemmia.

I N-

INDICE

DEI CAPITOLI.

PARTE PRIMA.

PAR-

PARTE SECONDA.

PARTE TERZA.

ARIT-

ARITMETICA PRATICA
DI
GIUSEPPE ALBERTI

PARTE PRIMA

CAPITOLO PRIMO.

Aritmetica cosa sia, e sua origine.

'Aritmetica è una parte della Mattematica cavata dai principj nati con noi, mediante la quale le occulte, ed intricate proprietà dei numeri facilmente, e rettamente spiega ed insegna. [1]

L'Aritmetica dunque è la massima parte della sapienza umana, ed è la certezza di tutte le Arti, come della Medicina, della Militare, dell'Astronomia, e di moltissime altre.

Dividesi l'Aritmetica in Teorica, ed in Pratica. *La Teorica* considera le cagioni, le qualità, e le proprietà dei numeri. Il primo, che di questa ne scrisse fu *Euclide Megarense*, nel settimo, ottavo e nono Libro de'suoi Elementi Geometrici, dove sottilissimamente discorre delle qualità, e proprietà dei numeri. Dopo di Esso, ne scrisse *Giordano Nemorario*, comentato da *Fabro Stapulense*, che in dieci Libri spiega la Teorica dell'Aritmetica; poi *Nicomaco Greco*, il quale leggesi nell'Aritmetica di *Boecio*, *Maurolicio* Libri due dell'Aritmetica, *Diofanto Alessandrino*, illustrato da *Guglielmo Xilandro*, *Michele Stifelio ec.* dopo [2]

de' quali v'è *Girolamo Cardano*, *Niccolò Tartaglia*, *Simone Stevin*, e *Pietro Bongo*, che scrisse *de Mysteriis numerorum*, *Desagulieres de Scientia numerorum*, e molti altri: Una delle più recenti, e per certo impareggiabile è l'Aritmetica Teorica e Pratica del *Padre Andrea Tacquet Gesuita*, nella quale con somma dottrina, e maestria ha scritto di tal scienza, la Teorica, e la Pratica.

3 *L' Aritmetica Pratica* insegna il modo di calcolare, ed è quella della quale quì noi abbiamo preso a scrivere, benchè ne abbiano scritto moltissimi Autori, la cagione della qual cosa abbiamo avvisata nella Prefazione, fra quali v'è *Fra Luca Pacioli dal Borgo San Sepolcro*, *il Cardano*, *il Tartaglia*, *Oronzio*, nelle sue Opere, *Gemma Frisio*, *Giovanni Buteone*, *Giuseppe Unicorno*, *il Cataldi*, *il Bassi*, *il Zuchetta*, *i Padri Clavio*, *e Scotti*, *il Lantz*, *il Figatelli*, *il Venturoli*, *Monsieur Ozanam*, *Monsieur Parent*, *Enrico Briges*, *Monsieur Barì*, *e Monsieur Buot*, *che in un suo Libro insegna una Ruota da lui detta di proporzione*, *colla quale tutte le regole di Aritmetica*, *e le analogie della Trigonometria*, *Geometria*, *ed Astronomia*, *mediante essa insegna di sciorre*, e moltissimi altri, che sarebbe troppo lungo il raccontarli.

L' Aritmetica dunque Teorica, e Pratica, è di tutte le Scienze Mattematiche la prima, e Signora, senza della quale le altre svanirebbero, ma non succede al contrario, mentre levate le altre, ella da se sussiste.

Niun' Arte è tanto frequente, ed utile quanto l'Aritmetica, mentre senza di essa, come abbiamo avvisato di sopra, perirebbero le Arti liberali, oltre di che perirebbero ancora i Negozj, la Mercatura, tutte le cose pubbliche e private; onde ogni cosa senz'essa resterebbe in disordine.

Gli Storici ci hanno lasciato scritto, che questa Scienza fiorì appresso i Fenicj per mezzo della Mercatura, come pure per essa tutt' ora sussiste, e s'avanza.

Il Numero fu così denominato da Numeria, finta dagli Antichi la Dea dei Numeri, i di cui Sacerdoti offerivano ad essa col volto retroverso, e dopo l' oblazione si rivolgevano ad essa, come appresso Beda dice Agostino. E Isidoro dice: *Numus numero nomen dedit, & a sui frequentatione vocabulum indidit*.

CAPITOLO II.

Della instituzione dei numeri Aritmetici.

PRima di far parola circa la instituzione dei numeri Aritmetici, deesi sapere cosa sia unità, e cosa sia numero.

4 *Unità* dunque è quella, dalla quale ciascuna cosa vien detta, o denominata una, o uno, e benchè la famigliarità l'usa ancora nella molti-

titudine, dicendosi una dozzina, un centinajo ec. tutta volta, per unità deesi intendere una sola cosa, non l'aggregato di molte, come nei suddetti esempj.

Il numero è l'unione, composizione, o moltitudine di unità, mentre 5 per venticinque intendesi venticinque volte l'unità, per quattordici intendesi pure l'unità presa quattordeci volte, e di quì è chiaramente manifesto che il principio d'ogni numero è l'unità.

Dieci sono le *Note*, *figure*, *o caratteri Aritmetici*, i quali esprimono 6 ogni numero, e qualunque numero composto di più figure: quella che si trova nell'ultima parte a destra, dicesi la *prima*, e l'ultima figura 7 posta a sinistra dicesi *l'ultima*, e queste dieci note o figure si segnano come si vede quì sotto. 8

0 9 8 7 6 5 4 3 2 1

La prima figura significa l'unità, ch' è segnata 1 la seconda segnata 2 significa due unità 3 tre unità 4 quattro unità 5 cinque unità 6 sei unità 7 sette unità 8 otto unità 9 nove unità, e l'ultima segnata 0 significa nulla, e viene chiamata dagli Aritmetici *zero*, *nulla*. Questa figura posta però dopo altri numeri accresce il loro valore 9 come si dirà: è il zero nell'Aritmetica, come il punto nella Geometria.

Dopo il semplice valore d'ogni una delle suddette figure ve ne sono ancora molte altre, le quali provengono dal loco, che ogn'una di loro occupa; onde qualunque figura posta in primo luogo significa, come si è detto di sopra, tante unità quante per se stessa ne esprime; se un'altra ve n'ha avanti la prima, cioè nel secondo luogo, questa esprimerà tante decine, ovvero tante volte dieci quante sono le unità esprimenti quest'ultima figura, se di più ve n'ha una terza avanti queste due, denoterà questa tante centinaja, se una quarta tante migliaja, se una quinta tante decine di migliaja, se una sesta tante centinaja di migliaja, se una settima tante decine di centinaja di migliaja, ovvero milioni; per la qual cosa si conosce; che ogni figura posta a destra di qualunque altra fa sempre accrescere il valore della prima, cioè della figura sinistra dieci volte di più di quello che vale da se stessa, e così sempre in infinito.

Dalle cose dette di sopra si conosce, che se fosse dato per esempio il numero 41835796. la prima figura 6 significa sei unità, la seconda 9 vale nove decine di unità, cioè 90 novanta, la terza 7, vale sette centinaja, cioè 700 settecento, la quinta 5 vale cinque mila 5000, la quinta 3 vale tre decine di migliaja, cioè 30000 trentamila, la sesta 8 vale otto centinaja di migliaja, cioè 800000 ottocento migliaja, la settima 1 vale mille migliaja ovvero un milione 1000000, l'ottava 4 vale quaranta milioni

 40000000,

40000000, la qual cosa per maggior chiarezza viene espressa quì sotto:

4 1 8 3 5 7 9 6

9 0, novanta
7 0 0, settecento
5 0 0 0, cinquemila
3 0 0 0 0, trenta mila
8 0 0 0 0 0, ottocento mila
1 0 0 0 0 0 0, mille migliaja, ovvero un milione
4 0 0 0 0 0 0 0, quaranta milioni ec.

1, unità
10, dieci
100, cento
1000, mille
10000, diecimila
100000, centomila
1000000, mille migliaja, ovvero un milione ec.

Per maggior facilità di conoscere in tutti i luoghi il valore delle figure si è posta la quì sotto Tabella.

Loco	Valore
Primo	Unità
2.	Decine
3.	Centinaja
4.	Migliaja
5.	Decine di migliaja
6.	Centinaja di migliaja
7.	Milione
8.	Decine di milioni
9.	Centinaja di milioni
10.	Migliaja di milioni
11.	Decine di migliaja di milioni
12.	Centinaja di migliaja di milioni
13.	Milione di milioni, ovvero billione
14.	Decine di billioni
15.	Centinaja di billioni
16.	Migliaja di billioni
17.	Decine di migliaja di billioni
18.	Centinaja di migliaja di billioni
19.	Milione di billioni, ovvero trillione
20.	Decine di trillioni
21.	Centinaja di trillioni
22.	Migliaja di trillioni
23.	Decine di migliaja di trillioni
24.	Centinaja di migliaja di trillioni
25.	Milione di trillioni, ovvero quattrilioni
ec.	ec.

Nella suddetta Tabella, ch' è composta di più membri, ogn'uno de'

qua-

quali contiene sei numeri, si vede, che il secondo senario mostra *i Milioni*, il terzo *i billioni*, il quarto *i trillioni*, il quinto *i quattrillioni*, e così in infinito. *Dunque il valore di ciascbedun membro, o senario si denomina dal numero dei membri ovvero senarj precedenti*. Come per esempio se si cerca il valore del settimo senario, questo sarà il sestillione, perchè a questo settimo senario precede il sesto. 10

Se poi piacesse più di esprimere il valore dei membri per soli *milioni*, deesi replicare tante volte la parola milione quanti sono i membri precedenti. Come per esempio se si cercasse quanto fosse il valore del quarto senario, bisogna dire tre volte milione, perchè al quarto senario tre senarj o membri antecedono. Dunque il valore del quarto senario è un milione di milioni di milioni.

CAPITOLO III.

Alcune deffinizioni necessarie sapersi dall' Aritmetico.

UN numero dicesi *misurare* un altro numero, quando il minore alcune volte preso riesce uguale al maggiore. Come per esempio il 4 misura il 12 mentre tre volte 4 fanno 12, dalla qual cosa si conosce come l' unità misura tutti i numeri. 11

Un numero dicesi *moltiplice* d' un altro numero quando quel numero contiene alcune volte precisamente il minore. Come nel suddetto esempio dove il 12 contiene tre volte il 4, il 12 dicesi moltiplice del 4: e *summoltiplice* dicesi il minore rispettivamente al maggiore, come nel suddetto caso il 4 rispettivamente al 12, per esser il 4 contenuto tre volte dal 12. Dalle cose suddette si conosce come ogni numero dicesi moltiplice di un altro secondochè esso lo misura, come nel suddetto caso il 12 dirassi *triplo* del 4, perchè lo contiene tre volte; se lo contenesse quattro volte si direbbe *quadruplo*, se cinque *quintuplo* ec. ed al contrario dicesi *summoltiplice*, un numero rispettivamente all'altro secondochè esso viene misurato dal primo, per la qual cosa il 4 rispettivamente al 12 dirassi *sutriplo* per essere il 4 contenuto tre volte dal 12, se lo contenesse quattro volte si direbbe *suquadruplo*, se cinque *suquintuplo ec.* 12 13 14

Parte aliquota di un numero è quella, che lo misura adequatamente, cioè alcune volte intere senza alcun avanzo; come per esempio il numero 2 è parte aliquota del numero 10, perchè il 2 misura il 10 cinque volte adequatamente, cioè senza alcun avanzo. 15

Parte aliquanta di un numero è quella, che non lo misura adequatamente, come per esempio il 3 è parte aliquanta del 10, mentre se prendiamo il 3 tre volte fa 9, se quattro volte fa 12, onde non misurandolo precisamente chiamasi il 3 parte aliquanta del 10. 16

Ragione, o proporzione Geometrica nei numeri è quella mutua abitudine, eccesso, difetto, o uguaglianza, che hanno due numeri fra di lo- 17

loro; come per esempio la ragione o proporzione, che si trova fra i due numeri 12 e 4, ch' è tripla per contenere il 12 tre volte il 4, chiamasi la ragione o proporzione fra questi due numeri 12 e 4; e la ragione o proporzione, che passa fra i due numeri 15 e 3, chiamasi quintupla per essere il 15 quintuplo del 3, e così delle altre. Così pure se fossero questi numeri 3 e 9, la ragione direbbesi sutripla, per essere il 3 sutriplo del 9, e la ragione di 4 a 16 direbbesi suquadrupla per essere il 4 suquadruplo del 16; se poi i due numeri fossero uguali, questa ragione chiamasi *di ugualità*, come per esempio l' 8 e l' 8, sono fra loro in ragione di ugualità, e così degli altri.

18

19 *Ragioni, o proporzioni uguali* sono quelle, che vengono espresse per un ugual numero. Come per esempio la proporzione o ragione che passa fra l' 8 e il 16, è uguale a quella, che passa fra il 3 ed il 6, per essere la proporzione di 8 a 16 doppia, cioè espressa per 2 nello stesso modo del 3 rispettivamente al 6, che pure è doppia, cioè anch' essa espressa pel numero 2; e nello stesso modo dirannosi ragioni o proporzioni uguali quelle, che passano fra il 7 ed il 42, e fra l' 11 ed il 66, per essere la ragione di 7 a 42 sestupla nello stesso modo, che l' 11 è sestuplo del 66, ed ancora ragioni uguali sarebbero quelle del 6 al 15, e del 10 al 25, per essere il 6 contenuto dal 15 due volte e mezza, nello stesso modo, che il 10 è contenuto dal 25, cioè anch' esso due volte e mezza, cioè tutte e due espresse per uno stesso numero.

Dai suddetti esempj chiaramente si conosce che la ragione esempligrazia di 12 a 4 è uguale a quella di 3 a 1, e la ragione di 15 a 3 è uguale a quella di 5 a 1, e quella di 3 a 9 è uguale a quella di 4 a 16, e così deesi intendere delle altre come da se è chiaramente manifesto.

20 Quattro numeri posti nella suddetta maniera, cioè che i primi due abbiano fra loro la stessa ragione, che gli altri due fra di loro, chiamansi *proporzionali*. Come per esempio così stà il 6 al 15 come il 10 al 25, onde i Mattematici, ed ancora gli accurati Aritmetici per far conoscere, che quattro numeri sono fra di loro proporzionali nel modo suddetto, li scrivono così 6.15 :: 10.25., che vuol dire che come stà il 6 al 15, così stà il 10 al 25 come si disse di sopra.

21 Quando quattro numeri sono proporzionali nel suddetto modo vengono distinti fra loro col nome di *antecedenti*, e di *conseguenti*. Come per esempio il 6 chiamasi *antecedente*, ed il 15 suo *conseguente*, così pure il 10 chiamasi antecedente, ed il 25 suo consequente, e così deesi intendere in tutte le proporzioni.

22 *Ragione, o proporzione continua* è quella, dove il conseguente fa l' uffizio di antecedente. Come per esempio questa 1.2.4.8.16. ec. chiamasi ragione, o proporzione continua, mentre pigliato l' 1 per antecedente, ed il 2 per conseguente, poi ripigliato il 2 non più per conseguente, ma per antecedente rispettivamente al 4 che viene ad essere

il

il suo conseguente, ne viene la ragione, o proporzione 1.2 :: 2.4. Pigliato poi il 4 non più per conseguente, ma per antecedente rispetto all'8, e questo 8 ripigliato ora per antecedente rispetto al 16, ne verrà la seguente proporzione 4.8 :: 8.16., e così deesi intendere in infinito. Onde per fare, che una proporzione continua resti espressa per tale, si scrive avanti di essa così ∺ onde quando si troverà per esempio così ∺ 1.4.8.16.32. ec. vuol dire che la proporzione dei suddetti numeri è continua nel modo detto di sopra.

23 *Ragione, o proporzione discreta* è quella detta di sopra, cioè di quattro numeri, come i seguenti 2.8 :: 10.40., la quale vuol dire come dicemmo di sopra, come 2 a 8, così 10 a 40 cioè, che la ragione, o proporzione dell'antecedente 2 è al suo conseguente 8, come l'altro antecedente 10 al suo conseguente 40, e così deesi intendere delle altre.

24 *Numero pari* chiamasi quello che si può dividere in due parti uguali senza alcun avanzo, cioè come l'8 che dividesi in due parti uguali 4 e 4 senza alcun avanzo, come pure il 32, che vien diviso in due parti uguali 16 e 16 senza alcun avanzo, e così degli altri.

25 *Numero impari* chiamasi quello che non si può dividere in due parti uguali senza alcun avanzo, come è verbigrazia il 15 il quale diviso in due parti uguali ne viene sette, ed avanza 1 il 19, che diviso per mezzo ne viene 9 ed avanza pure 1, e così degli altri, dalla qual cosa si vede, che il numero impari è sempre differente di una unità dal numero pari.

26 *Numeri primi* chiamansi quelli, che non possono essere aliquotamente misurati, che dalla sola unità, come sono i seguenti 1.3.5.7.11.13.17.19.23.29 ed altri infiniti; dal che si vede, che ogni numero primo dee essere impari, mentre se fosse pari potrebbe almeno essere aliquotamente diviso dal 2.

27 *Numeri primi fra di loro* sono quelli i quali non hanno altro comun numero, che li misuri, che la unità, come sono il 15 e l'8, mentre non si può trovare fuori dell'unità altro numero comune, che li misuri tutti e due, mentre il 15 è bensì aliquotamente misurato dal 3 e dal 5, ma non già l'8, il quale è aliquotamente misurato dai numeri 2 e 4, perciò questi due numeri 15 e 8 non hanno alcun numero intero, che comunemente li misuri, come da se è chiaramente manifesto.

28 *Numero quadrato* è quello, che viene prodotto dalla moltiplicazione di due numeri uguali, come il 4, che nasce dalla moltiplicazione di 2 per 2, ed il 16, che nasce dalla moltiplicazione di 4 per 4, e l'81, che nasce dalla moltiplicazione di 9 per 9, ed altri infiniti. Il numero poi, che moltiplicato due volte, come per esempio nel primo caso il 2 produce il numero quadrato 4, si chiama 29 *radice quadrata* del detto numero 4; e così il 4 si dirà la radice quadrata del 16, e così degli altri.

30 *Numero cubo* è quello che viene prodotto dalla vicendevole moltiplicazone di tre numeri uguali, come è l'8, che viene prodotto dalla

mol-

moltiplicazione di tre volte il 2. Così pure il 64 è numero cubo per essere prodotto dalla vicendevole moltiplicazione di tre volte il 4, e così di molti altri: onde come di sopra dicemmo del numero quadrato, il numero che tre volte moltiplicato, come nel primo caso il 2
31 produce il numero cubo 8, chiamasi *radice cuba* del detto numero 8, e così pure il 4 chiamasi radice cuba del numero 64, e così degli altri.

CAPITOLO IV.

Della numerazione dei numeri.

32 LA *Numerazione* insegna dato qualunque numero il modo di scriverlo, ed enunziarlo.

Il modo di numerare i numeri, quando sono composti di poche figure, è facile, ma è altrettanto difficile numerare quei numeri composti di molte di esse, nel che errano ancora alcune volte i più pratici. Per far la qual cosa sono state trovate varie pratiche, delle quali daremo quì quella, che fra tante altre abbiamo stimata più facile ed espediente.

Per enunziare qualunque numero giova molto la seguente pratica insegnataci prima di tutti da Tiro Aritmetico, come asserisce il Padre Tacquet nella sua Aritmetica. Sieno verbigrazia i tre numeri A, B, C.

370, 517, A
49, 304, B
7, 059, C

Dopo le tre prime figure se gl' interponghi un coma, od un punto a piacimento in modo tale, che, come si vede nei suddetti numeri, si dividano in due membra; consti poi il secondo di tre figure ovvero di meno, ciò non importa, dopo pronunciasi il secondo membro come se fosse solo aggiungendovi una sol volta questa voce mila, ed il primo membro si pronuncj come stà, onde i suddetti tre numeri A, B, C, così s'enuncieranno.

A, Trecento settanta mila, cinquecento diecisette.
B, Quarantanove mila, trecento quattro
C, Sette mila, cinquantanove.

Premesso questo, sia da enunciarsi un numero quanto si voglia grande, come è il quì sottoposto, si operi così

96, 6381908, 0031030, 4601243, 709.

Dopo sei figure, principiando sempre a destra se gl' interponghi un segno, o linea come si vede, e così si seguiti finchè vi sono delle figure dividendole a sei a sei, nel qual modo si faranno come tanti membri composti ogn'uno di sei figure fuorchè l'ultimo, il quale può constare di sei figure fino ad una. Dopo si pronunciano tutti li membri principiando sempre a sinistra nel modo, che si insegnò di sopra, cioè

cioè come se fossero soli, aggiungendo a tutti il suo competente valore nel modo, che indica la quì sotto Tavoletta.

Membri	Valore	Membri	Valore	Membri	Valore
Primo		4. —	Trillioni	7. —	Sestillioni
2. —	Milione	5. —	Quadrillioni	8. —	Settillioni
3. —	Billione	6. —	Quintillioni	9. —	Ottillioni ec.

Onde il suddetto numero si pronuncierà così:

Membro 4. Novantasei mila, seicento trent'otto trillioni.
Membro 3. Novecento otto mila, e tre billioni.
Membro 2. Trentamila, e quattrocento sessanta milioni.
Membro 1. Duecento quarantatre mila, settecento nove.

Per maggior facilità di numerare una riga qualunque di numeri, come la suddetta che si è di nuovo posta quì sotto, deesi porre dopo ogni

$$96,\,63\overset{3}{8}\,|\,90\overset{2}{8},\,003\,|\,030,\,46\overset{1}{0}\,|\,243,\,709.$$

senario principiando a destra li numeri 1, 2, 3 ec. di sopra, come mostra il suddetto esempio, poi si principierà a pronunciare a destra tutti i numeri, come se fossero soli, cioè fino al primo numero postovi di sopra, e dirassi novantasei mila seicento trent'otto trillioni, per esservi sopra il numero 3, poi si proseguirà a pronunciare gli altri numeri fino all'altro numero che vi è sopra, e si dirà novecento otto mila, e tre billioni, per esservi sopra il 2, poi trentamila quattrocento sessanta milioni, per esservi sopra l'uno, e poi duecento quarantatre mila settecento nove, la qual cosa è di maggior facilità, mentre i numeri soprapostivi fanno l'uffizio della Tavoletta di sopra descritta; e se sopra i numeri da pronunciarsi vi fosse verbigrazia un 4 si direbbe quattrillioni, se un 5 quintillioni, e così in infinito.

Quando un numero avrà a destra molti zeri non interrotti da altri numeri, allora la loro pronunciazione è molto breve, come nel seguente numero.

1 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000.

perchè l'ultima figura ch'è l'unità compone il settimo membro, avrà solamente questo di significativo; onde brevemente si pronuncierà dicendo un sestillione.

Se poi si volessero lasciare le voci di billioni, trillioni ec. per enunciarli colla sola voce milioni, come si disse in avanti, fatta la partizione come sopra si pronuncieranno tutti i membri, come se fossero soli, aggiungendovi però la voce milione tante volte quanti sono i

 mem-

membri precedenti; onde il numero posto di sopra, che si torna a porre quì sotto, per maggior facilità, per milioni enuncierebbesi così:

Membro 4. *96*, *635*. Milioni di milioni, di milioni.

Membro 3. 908, 003. Milioni di milioni.

Membro 2. 030, 460. Milioni.

Membro 1. 243, 709.

Ed il numero suddetto, composto dall'unità, con sei senarj di zeri si pronuncierà in questo modo:

Un milione di milioni, di milioni, di milioni, di milioni. Essendo il primo modo più degli altri breve, e spedito, è ancora più degli altri usato.

Si può ancora lasciar di replicare tante volte milioni, basta solo dire sei, sette volte ec. di milioni, secondo, che lo sono: come se fosse da enumerare, o leggere quel numero di arene, che tutta la sfera del Mondo empirebbe secondo la investigazione di Archimede, che contiene *46* figure, ed è il seguente 3, 084, 097, 945, 600, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000. (con i membri segnati 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1) Si leggerebbe così: tre mila sette volte di milioni, ottantaquattro milioni sei volte di milioni, novantasette mila sei volte di milioni, novecento quarantacinque milioni cinque volte di milioni, seicentomila cinque volte di milioni.

Il più facil modo di tutti, benchè più lungo è la numerazione per sole mila, la quale si fa in questo modo. Dopo di aver diviso principiando dalla parte destra mediante un coma, o punto tutti i membri, principiando a sinistra si pronunciano come se fossero soli, aggiungendovi tante volte la voce mille, quanti sono i membri precedenti. Dato il seguente numero da numerarsi per mille *96*, *630*, 000, 000, 000, l'ultimo membro è *96* mille mille mille migliaja di mila, il penultimo *630* mille mille migliaja di mila.

Il modo poi di scrivere un dato numero si fa facilmente col sussidio della Tavoletta posta nel Capitolo secondo. Come per esempio si ha da scrivere questo numero, quarantacinque milioni e settemila. Nella detta Tavola si trova, che le decine de' milioni tengono l'ottavo luogo, i milioni il settimo, le mila il quarto, dunque si scriverà il 4 nel luogo ottavo, il 5 nel settimo, il 7 nel quarto, e i luoghi vacui si riempiranno di zeri, come quì si vede, 45, 007, 000.

Voglio aggiunger quì il modo di leggere i numeri fatti colle lettere, chiamati *numeri Romani*, i quali d'ordinario trovansi nei pubblici monumenti, e nelle memorie pubbliche, e sono i. v. x. l. c. d. m., ovvero I. V. X. L. C. D. M., ovvero cIↄ, li primi de' quali servono ad esprimere i numeri, che non arrivano a 5, così I uno, II due, III tre, IIII quattro, li secondi servono a segnare i numeri dal 4 fino al 10, non com-

compresovi questo IV, che anch'esso vuol dir 4., V 5. VI *6*. VII 7. VIII 8. VIIII *9*. li terzi servono a segnare i numeri dal *9*, fino al 40 non compresovi questo IX, che anch'esso vuol dir *9*. X 10. XI 11 XII 12. ec. XIX 1*9*. XX 20. ec. XXXIX. 3*9*. XXXX 40. li quarti servono a notare i numeri dal 40 fino al 100, e lo stesso 40 segnasi ancora così XL 40. XLI 41. ec. LXXIX 7*9*. ec. e il medesimo per tutti gli altri. Il c, ovvero C significa 100, ed il XC *9*0. il D 500, che scrivesi ancora così Ic, Iↄc, ovvero DC *6*00. m, ovvero M, e ancora cIↄ, mille, Iↄↄ 5000. ccIↄↄ 10000. Iↄↄↄↄ 50000. cccIↄↄↄ 100000 ec. Alcuni ancora hanno notato l'80 così IIIIxx., il *9*0 IIIIxxX., il 200. così IIc 300. così IIIc 400. così IVc 500. così Vc ovvero Iↄ *6*00. così VIc ovvero Icc ec. così 1000 $\overline{\text{I}}$. 10000 XM ovvero $\overline{\text{X}}$. 100000 così CM ovvero $\overline{\text{C}}$. 1000000 MM. 10000000, così XMM. 100000000 CMM ec.

Gli più Antichi adopravano ancora le seguenti lettere, che vedonsi qui col suo valore appresso: A 500. B 300. E 250. F 40. G 400. H 200. K 51. N *9*0. O 11. P 400. Q 500. R 80. S 70. T 1*6*0. Y 150. Z 2000.

Alcuni vogliono, che la lettera I innanzi a due, ovvero più decine significasse cento, così IXXVI 12*6*. IIXXXVIII 238. ec. Alcuni vogliono ancora, che gli Antichi abbiano scritto CM, per *9*00, $\overset{\text{C}}{\text{IIII}}$ 40c. $\overset{\text{C}}{\text{VIII}}$ 800. $\overset{\text{M}}{\text{VI}}$ *6*000 ec.

CAPITOLO V.

Del sommare secondo l'uso comune, e ancora di diverse specie.

PRima di passare al modo di fare la somma deesi sapere, che quattro sono le principali operazioni dell'Aritmetica, cioè ***sommare***, ***sottrarre***, ***moltiplicare***, ***e partire***, le quali servono a ridurre alcuni dati valori, o numeri in un solo semplice, ed equivalente a quello, che si cerca; cioè nel sommare l'unione, nel sottrarre il residuo, il prodotto nella moltiplicazione, ed il quoziente nella divisione, come si vedrà a suo luogo.

34 ***Il sommare***, dunque altro non è, che dati più numeri assieme unirli, e raccorli formandone un sol numero, il quale sia uguale a tutti i dati, il qual numero vien chiamato ***somma***, ***o aggregato***, dei dati numeri.

35 Essendo dunque dati alcuni numeri da raccorre in una sola somma; si scrivino uno sotto dell'altro in modo tale, che tutte le prime figure a mano destra corrispondino una sotto dell'altra, onde le prime venghino sotto le prime, le seconde sotto le seconde, le terze sotto le terze ec. che val a dire le unità sotto le unità, le decine sotto le decine, le centinaja sotto le centinaja, e così delle altre.

Tirisi poi una linea sotto i dati numeri, così disposti, come abbiamo detto di sopra, e poi si aggiungano assieme tutte le figure della

prima colonna a mano destra, e se il numero, che da questa unione resterà composto consta di una sola figura, questa si scriverà sotto la linea, e sotto i numeri di detta prima colonna; se poi consta di due figure, si scriverà nel detto luogo la prima figura, e l'altra si serberà da aggiungere alla susseguente colonna. Se poi constasse di tre figure, lo che rare volte succede, la seconda figura, che resta, deesi aggiungere alla seconda colonna, e la terza alla terza. Ciò fatto deonsi aggiungere assieme tutte le figure componenti la seconda colonna con assieme quella, che si serbò dall' altra colonna, ed il numero, che ne risulterà, si scrivi sotto la linea nel secondo luogo, cioè sotto la detta seconda colonna, con tutte le cauzioni di sopra avvertite, e lo stesso deesi fare a tutte le colonne finchè vi sono, lo che fatto sarà terminata la somma. Osservinsi gli esempj posti quì sotto, mentre da essi meglio si comprendono i suddetti precetti.

QUESITO I.

Cercasi quante sono le Corbe di grano vendute quest' anno *in* più volte, cioè la prima volta Corbe 97063, la seconda 8002, la terza 5041.

```
 97063
  8002
  5041
 ------
110106
```

Disposti dunque i numeri esprimenti le Corbe nel modo insegnato, e come si vede quì sopra, aggiunganfi insieme le figure della prima colonna, cioè 1, 2, 3, fanno 6, il quale si scrive sotto la linea, e sotto detta prima colonna, le figure del secondo luogo 4, 0 6, aggiunte insieme fanno 10, il qual numero, perchè consta di due figure, si scrive la prima, o sotto la linea, e sotto la seconda colonna, e si serba la seconda figura 1 da aggiungere alla terza colonna; nella terza colonna non trovandosi alcuna figura significativa, si scriverà sotto detta colonna l' 1, che si serbò dall' altra colonna; nella quarta colonna dove sono le figure 5, 8, 7, le quali aggiunte insieme fanno 20, il qual numero, perchè consta di due figure, si scriverà la prima, o nel quarto luogo, e sotto la quarta colonna, e la seconda 2 si serba da aggiungere alla susseguente colonna; nel quinto loco dove trovasi la sola figura 9 a questa dovrassi aggiungere la serbata addietro, cioè il 2, che fa 11, il quale si scrive tutto nel quinto, e sesto luogo; onde l'operazione sarà terminata, e ne verrà 110106 numero uguale ai tre dati numeri, cioè tutta la quantità del Grano venduto in più volte, come si cercava.

L'operazione, che si fa aggiungendo quei numeri, che serbansi dalla

la

la somma d'ogni colonna, come si è veduto di sopra, ai numeri della susseguente colonna, viene dai Pratici chiamata *portare*.

QUESITO II.

Cercasi di quanti Combattenti è composta un' Armata nella quale vi sono i seguenti:

1. Soldati d'Infanteria Alemana	15852
2. d'Infanteria Svizera.	6483
3. d'Infanteria Italiana.	2845
4. di Cavalleria.	11768
5. di Carabinieri.	2844
6. di Corazieri.	636
7. di Dragoni.	5412
8. di Cannonieri.	112
Tutti	45952

Disposti i numeri, che mostrano i dati Soldati, l'uno sotto dell'altro, come nell'altro quesito, e nello stesso modo sommati mostrano, che tutta l'Armata è composta di 45952 Uomini, come si cercava; perciò nello stesso modo deonsi sommare qualunque altre cose proposte per averne il loro aggregato.

Del sommare di diverse specie.

QUESITO III.

Fu fatto un pagamento in diversi tempi, il primo fu di lire 128, soldi 7, denari 6, il secondo di lire 1825 soldi 3, e denari 6, il terzo di lire 2 soldi 8, e denari 9, il quarto di lire 423 soldi 2, e denari 8, cercasi la sua somma, cioè quanto fanno in tutto.

Prima di passare all'esempio deesi avvertire, che ogni venti soldi fanno una lira; e ogni dodici denari fanno un soldo.

Per fare poi la suddetta somma si scrivano le date lire, soldi, e denari una sotto dell'altra in modo tale, che il primo luogo venghi occupato dalla minima specie, che nel nostro caso sono i denari, e susseguentemente se gli pongano sotto gli altri; onde i denari vengano sotto i denari, i soldi sotto i soldi, e le lire sotto le lire, come si vede quì sotto:

	Lire.	Soldi.	Denari.
	128.	7.	6.
	1825.	3.	6.
	2.	8.	9.
	423.	2.	8.
Lire	2379.	2.	5.

Prin-

Principiasi a sommare dalla minima specie, cioè dai denari, i quali fanno 29 denari, che sono due soldi, e avanzano cinque denari, i quali si scrivono sotto la colonna dei denari, poi si sommano assieme i soldi, che fanno 20, a'quali aggiunti i due soldi, che restarono dai denari fanno soldi 22, che vagliono una lira, e due soldi, si scriva dunque sotto i soldi i due soldi, e poi si sommi la susseguente colonna delle lire, che fa 18 alle quali aggiunta la lira, che restò dalla somma dei soldi fa 19, scrivasi il 9, e serbisi l'1, poi sieguasi avanti facendo la somma nel modo, che si disse di sopra, dei numeri semplici, mentre ciò fatto ne verranno lire 2379. 2. 5. quantità del pagamento fatto in più volte, come si cercava.

Collo stesso metodo si possono sommare altre specie differenti, ma perchè tanto nel sommare quanto nelle altre susseguenti operazioni Aritmetiche, è necessario sapere la commisurazione delle minime specie, che saranno date da sommarsi, moltiplicarsi, e dividersi, come nel suddetto esempio, ch'è stato necessario, per far la somma, sapere come si commisurino i soldi rispettivamente alle lire, e come i denari rispetto ai soldi, cioè che 20 soldi fanno una lira, e 12 denari fanno un soldo, onde per facilitare quanto sia possibile la pratica, ho posta quì sotto una Tavola, che mostra le *commisurazioni* di alcune cose più usate, perchè occorrendo se ne possa servire il nostro Aritmetico senza aver d'uopo d'andarle altrove cercando.

Tavola delle *commisurazioni* di alcune cose più usate a calcolarsi, divise per Tempo. Peso, Misure lineari. Misure quadrate. Misure cube, e valore di alcune monete secondo la Città di Bologna.

Tempo.

20. Lustri fanno un secolo.
5. Anni fanno un lustro.
12. Mesi fanno un anno.
30. Giorni fanno un mese alla mercantile.
24. Ore fanno un giorno naturale,
60. Minuti fanno un'ora.
60. Secondi fanno un minuto.
365. Giorni fanno un anno corrente.
366. Giorni fanno un anno bisestile.

Peso

Peso.

25. Libre fanno un peso.
12. Oncie fanno una libra.
16. Ferlini fanno un'oncia.
10. Carati fanno un ferlino.
4. Grani fanno un carato.
20. Carati fanno un'ottava.
160. Carati fanno un' oncia.
8. Dramme fanno un' oncia.
3. Scrupoli fanno una dramma.
24. Grani fanno uno scrupolo.
35. Libre fanno una quarteruola di Farina.
140. Libre fanno una corba di Farina alla Mercantile.
40. Oncie fanno un boccale di Vino.
200. Libre fanno una corba di Vino.
10. Libre fanno un piede cubo di Fieno.
2500. Libre fanno un carro di Fieno.

Misure Lineari.

12. Oncie fanno un piede.
20. Oncie fanno un braccio.
12. Punti fanno un' oncia.
10. Piedi fanno una pertica.
5. Piedi fanno un passo Geometrico.
1000. Passi Geometrici fanno un miglio.
125. Passi Geometrici fanno uno stadio.
8. Stadj fanno un miglio.
2. Miglia fanno una piccola lega Francese.
$2\frac{1}{2}$. Miglia fanno una lega comune Francese.
3. Miglia fanno una lega grande Francese.

Misure Quadre.

144. Punti quadri fanno un' oncia quadra.
144. Oncie quadre fanno un piede quadro.
100. Piedi quadri fanno una pertica, o tavola.
144. Pertiche o tavole fanno una tornatura.
200. Pertiche, o tavole fanno una biolca.

Misure Cube.

2. Staja fanno una corba.
8. Quarteruoli fanno uno stajo.
8. Quarticini fanno un quarteruolo.
4. Quarteruole fanno una corba.
3. Staja fanno una corba d'ogni sorta di Frutti da brocca.
60. Boccali fanno una corba di Vino.
216. Piedi cubi fanno un legnajo.
4. Carra fanno un legnajo.
54. Piedi cubi fanno un carro di legna.
250. Piedi cubi fanno un carro di fieno.
1728. Oncie cube fanno un piede cubo.
1000. Piedi cubi fanno una pertica cuba.
125. Piedi cubi fanno un passetto.
18000. Oncie cube fanno un passetto.
1728. Punti cubi fanno un piede cubo.

Valore.

20. Soldi fanno una lira.
12. Denari fanno un soldo.
2. Denari fanno un quattrino.
5. Lire fanno uno scudo Romano.
2. Paoli fanno una lira Bolognese.
10. Soldi, o Bajocchi fanno un Paolo.
100. Soldi, o Bajocchi fanno uno Scudo Romano.
1. Paolo fa una lira Veneziana.
5. Paoli fa un Fiorino Germanico.

Per

Per maggior chiarezza ho posto quì sotto alcuni esempj di somme di diverse specie, per rendere con ciò più chiara la suddetta Tavola, i quali da se soli bastano senz'altra spiegazione, mentre si dee osservare la stessa regola insegnata di sopra, nella somma di lire, soldi, e denari, in altro non differendo, che nella diversa commisurazione delle minime specie.

Pesi.		
Libre.	Oncie.	Ferlini.
3734.	11.	13.
356.	9.	7.
4683.	0.	2.
235.	10.	15.
9010.	8.	5.

Tempi.			
Anni.	Mesi.	Giorni.	Ore.
1653.	10.	27.	20.
375.	3.	28.	23.
25.	13.	3.	1.
463.	9.	15.	7.
2519.	1.	15.	3.

Misure Lineari.			
Pertiche.	Piedi.	Oncie.	Punti.
375.	9.	10.	9.
28.	7.	11.	11.
486.	1.	7.	6.
3541.	4.	0.	3.
4432.	3.	6.	5.

Misure Quadre.			
Tornature.	Tavole.	Piedi.	Oncie.
176.	111.	90.	141.
35.	83.	42.	13.
723.	17.	81.	47.
15.	11.	7.	0.
950.	80.	21.	57.

Misure Cube.		
Corbe.	Quarteruoli.	Quarticini.
254.	15.	7.
38.	7.	5.
763.	11.	2.
25.	0.	1.
1082.	2.	7.

Valori.			
Scudi.	Paoli.	Bajocchi.	Denari.
211.	9.	8.	10.
35.	7.	0.	4.
9.	8.	3.	0.
410.	7.	0.	9.
668.	2.	2.	11.

CAPITOLO VI.

Delle varie maniere di sommare.

AVendo fin quì insegnato, e mostrato tutto quello, che bisogna per far qualunque somma secondo l'uso comune, e ordinario, passeremo ora a mostrare le varie maniere, colle quali si può eseguire la detta operazione, acciocchè alcuna cosa non resti a desiderare al nostro Aritmetico.

Mo-

Modo di ſommare, quando le partite ſono molte:

Se le partite, o numeri da ſommarſi ſaranno molti, per maggior facilità ſi dividono in più parti, le quali parti ſi ſommeranno ſeparatamente, e poi tutte queſte ſomme in una ſola, ſi raccoglieranno, come ſi vede nel ſeguente eſempio.

```
9279
 389
 479
────── 10147

 599
 689
 779
──────  2067

 899
 989
 679
──────  2567

 299
 189
  97
  96
──────   681
        ─────
Somma delle ſomme 15462
        ─────
```

Modo di ſommare ſenza tener conto de' numeri, che reſtano da portare.

Si fa ancora la ſomma, ſenza tener conto del numero, o numeri, che reſtano da portare, o aggiungere alla ſuſſeguente colonna, il qual modo ſi eſeguiſce ſommando ogni colonna, ed il numero, che ne proviene, ſi ſcrive tutto intiero, con queſta avvertenza però, che la ſeconda figura, ſe il numero è compoſto di due, ſi pone in altra riga inferiore, e ſotto la ſuſſeguente colonna. Se poi il numero foſſe compoſto di tre figure, la terza ſi pone pure in un'altra riga più inferiore, e ſotto l'altra ſuſſeguente colonna, cioè la prima ſotto la prima, la ſeconda ſotto la ſeconda, e la terza ſotto la

terza ec. come si vede nei seguenti esempj.

1656	9279
3742	389
835	479
453	599
1274	689
———	779
5740	899
222	989
———	679
7960	299
	189
	97
	96
	———
	9352
	501
	11
	———
	15462

Si può ancora, nello stesso modo, fare la somma di diverse specie; come si vede quì sotto in una di lire, soldi, e denari, e in un'altra di libre, oncie, e ferlini,

Lire.	Soldi.	Denari.
1342.	19.	6.
271.	15.	8.
56.	19.	8.
246.	16.	6.
1705.	9.	4.
213.	2.	
1918.	11.	4.

Libre.	Oncie.	Ferlini.
354.	11.	13.
20.	7.	15.
486.	9.	8.
1374.	10,	11.
1024.	1.	15.
1213.	2.	
2237.	3.	15.

In quella delle lire, soldi, e denari, sommata la prima riga dei denari fanno 28, che sono soldi 2, e denari 4, si pone il 4 sotto la colonna dei denari, e li 2 soldi in un'altra riga inferiore sotto i soldi; poi si siegue a sommare i soldi, che fanno 69, i quali sono lire 3, e soldi 9, si pone il 9 sotto i soldi, e le 3 lire sotto le lire, nella riga inferiore, poi si siegue a sommare le lire della prima colonna, che fanno 15, si scrive il 5 nella riga superiore, e l' 1 dietro il 3 nella riga inferiore, e così si seguita nel modo insegnato di sopra,

pra, finchè sia terminata l'operazione, come chiaramente si vede nei suddetti esempj.

Altro modo di sommare, senza tener conto dei numeri, che restano da portare.

Si fa ancora la somma, collo scrivere tutta intiera la somma d' ogni colonna, tale quale ne viene, ponendo il primo numero sotto la colonna che si somma, e gli altri sotto le susseguenti: poi la somma della seconda colonna si pone in altra riga inferiore, come sopra, cioè in modo che il primo numero di detta somma venghi collocato sotto la detta seconda colonna, e gli altri sotto li susseguenti, e così si seguita fino alla fine, mentre sommati poi assieme tutti i numeri provenienti danno la somma ricercata, come si vede quì sotto.

```
 97062
  8002
  5041
 ------
      5
    10
    0
  20
  9
 ------
 110105
```

```
 9279
  389
  4[illegible]9
  5[illegible]9
  6[illegible]9
  7[illegible]9
  8[illegible]9
  989
  679
  299
  189
   97
   96
 ------
   112
  105
  53
  9
 ------
 15462
```

Lire.	Soldi.	Denari.
1342.	19.	6.
271.	15.	8.
56.	19.	8.
246.	16.	6.
	2.	4.
3.	9.	
15		
20		
7		
1		
1918.	11.	4.

Modo di fare la somma principiando a finistra.

Il suddetto modo di sommare, si può far ancora col principiare a mano sinistra nel modo, che si mostra quì appresso, servendoci dei suddetti esempj, per la qual cosa la stessa regola che s'insegnò di sopra, deesi osservare; lo che basta senza dilungarsi

garsi maggiormente con ulterior spiegazione.

```
 97062          9279
  8002           389
  5041           479
 -----           599
9                689
 20              779
   0             899
    10           989
      5          679
 ------          299
110105           189
                  97
                  96
                ----
                9
                 53
                 105
                  11
                -----
                15462
```

Lire.	Soldi.	Denari.
1342.	19.	6.
271.	15.	8.
56.	19.	8.
246.	16.	6.
1		
7		
20		
15		
3.	9	
	2.	4.
1918.	11.	4.

E perchè i suddetti due modi di sommare sono stati trovati per non isbagliarsi nel tener conto di quello, che deesi aggiungere, o portare alle colonne susseguenti: Ma perchè ciò non ostante può succedere, che nel far l' ultima somma, cioè quella delle somme delle colonne dei numeri da sommarsi, succeda di dover aggiungere, o portare, per oltrepassare dette somme il 9, per la qual cosa, si può ancora in quest' ultime somme operare, come si fece nella prima, come per maggior chiarezza si vede negli annessi esempj.

Esempj, per il primo modo.

```
 93543
  7581
   741
  9335
 -----
 99090
 1211
 -----
 01100
1101
------
111200
```

Lire.	Soldi.	Denari.
8708.	12.	10.
398.	7.	9.
9155.	7.	9.
658.	13.	11.
7799.	19.	3.
11121.	3.	
18810.	2.	3.
111.	0.	
18921.	2.	3.

Esem-

Esempj, per il secondo modo.

64047
30896
6328
3705
1457
5968
5796
8459
798
64
49
49
32
9
4
15
13
6
12
127454

Lire.	Soldi.	Denari.
8708.	12.	10.
398.	7.	9.
9155.	7.	9.
658.	13.	11.
	3.	3.
1.	19.	
29		
19		
17		
17		
		13.
1.	2	
10		
11		
8		
8		
1		
18921.	2.	3.

Modo di sommare, principiando da qualunque colonna a piacimento.

Si possono ancora fare le suddette somme, col principiare la somma da qualunque colonna a piacimento, ponendo i numeri, che ne provengono sotto nel modo, che si disse di sopra, poi si sommi un' altra colonna qualunque, ponendo i numeri parimente sotto nel modo già detto, e in altra riga inferiore, quando nella prima non si potesse, cioè fosse impedita, e così poi seguitare finchè sieno terminate di sommare tutte le colonne, ed i numeri provenienti; si rissommano poi un' altra volta insieme per averne la total somma, come segue:

```
 5743
  287
  541
 9325
   47
------
   22
 14  23
  17
------
 15943
------
```

```
 64047
 30896
  6328
  3705
  1457
  5968
  5796
  8459
   798
------
   49
      64
 9
 32
   49
------
   13 4
 12  15
  6
------
 127454
------
```

Lire.	Soldi.	Denari.
8708.	12.	10.
398.	7.	9.
9155.	7.	9.
658.	13.	11.
17 29		
17 1.	19.	
19	3.	3.
8 10		
1 111.	2	
8		3.
18921.	2.	3.

Si può ancora fare qualunque somma, coll' unire, o sommare tre, o più colonne insieme, secondo che piace all'operante, servando però sempre il dovuto ordine, come si disse di sopra, mentre poi queste somme insieme raccolte daranno la totale, e ricercata somma, come quì si vede.

```
         70909
         60909
      37090909
         90909
   10042090909
         90909
         90909
         90909
         90909
       5090909
         90808
     200909001
         90201
--------------
         1090
     15120
  1009     100
--------------
  1010513100 0
--------------
```

Lire.	Soldi.	Denari.
8634.	12.	6.
346.	11.	7.
4875.	7.	9.
469.	10.	8.
35.	4.	8.
63542.	9.	11.
303.	13.	
776	4.	1.
77903.	17.	1.

CA-

CAPITOLO VII.

Del sottrarre secondo l'uso comune, e ancora di diverse specie.

IL *sottrarre* insegna il modo di levare un numero da un altro, cioè il modo di togliere, o levare dalle unità del maggiore, altrettante unità quante unità si trovano nel minore; onde il minore dicesi *levato*, *tolto*, *o sottratto*, dal maggiore, e quello, che resta nel maggiore, dopo levato il minore, vale a dire la differenza, o eccesso del maggiore sopra il minore, dicesi *residuo*, *resto*, *o rimanente*. 37 38 39

Essendo dunque dato da levare un numero minore da un maggiore, per averne la sua differenza, si scrive il minore sotto del maggiore in modo, che la prima figura del minore sia sotto la prima del maggiore, la seconda sotto la seconda, e così delle altre.

Tirasi poi sotto il numero minore una linea, e la prima figura inferiore si leva dalla superiore, e il residuo si scrive sotto la linea nel primo loco; dopo levasi la seconda dalla seconda, e il residuo si scrive sotto la linea nel secondo luogo, e così delle altre.

Se poi nel numero superiore vi fossero alcune figure, sotto le quali, cioè nel numero inferiore, non vi fossero figure corrispondenti, allora sotto la linea si scrivano le stesse figure del numero superiore.

Se poi qualcheduna delle figure inferiori fosse maggiore della sua superiore corrispondente, allora alla superiore deesi aggiungere a mente dieci, e dall'aggregato, o somma del 10, e della figura superiore si leva l'inferiore, e scrivesi sotto la linea il residuo, nel qual caso alla susseguente figura del numero inferiore s'aggiunge un'unità, e così accresciuta si leva dalla sua superiore corrispondente figura se si può, se no si replica la suddetta operazione; e se la susseguente figura inferiore non è significativa, cioè fosse zero, questo deesi intendere, come fosse una unità, come con maggior chiarezza si vede nei seguenti esempj.

QUESITO I.

Tizio deve dare a Sempronio lire 87956, e Sempronio li ha dato lire 5413, cercasi quanto resta a darvi?

Per isciorre il suddetto Quesito è evidente, che non deesi far altro, che sottrarre le lire 5413 dalle 87956; onde disposti questi numeri, come si disse di sopra, e come si vede espresso qui sotto:

```
87956
 5413
-----
82543
```

Levasi il 3 dal 6 resta 3, il quale si scrive sotto la linea, poi si leva

va l'1 dal 5, e resta 4, il quale si scrive dietro al 3; poi levasi il 4 dal 9 resta 5, che scrivesi come sopra, poi si levi il 5 dal 7, e resta 2 da scrivere pure dietro agli altri numeri; e perchè nella riga superiore resta il numero 8, al quale nulla v'è nella riga inferiore, si scriverà questo 8 dietro agli altri numeri sotto la riga, e ne resteranno lire 82543, e di tante resta debitore Tizio a Sempronio.

QUESITO II.

Un Ufficiale dalle Truppe da lui comandate composte di 8068 Soldati, ne ha mandati in una spedizione 576. Dimandasi quanti Soldati vi sono rimasti?

8068
576

7492

Disposti i numeri secondo il solito, e levato il 6 dall'8 resta 2; che scrivo sotto la linea; e perchè il susseguente 7 non si può levare dal 6 aggiungo al 6, 10, e faccio 16 dal quale levo il 7, e resta 9, che scrivo sotto la linea, e perchè ho aggiunto 10, alla susseguente figura 5 aggiungo un'unità, che fa 6, e perchè il 6 non si può levare dal zero, faccio che detto zero sia 10, cioè v'aggiungo 10, come sopra, dal quale poi levato il 6 resta 4, e perchè ho aggiunto il 10, mi figuro nel seguente luogo vacuo l'unità, la quale levata da 8 resta 7; onde ne viene di residuo 7492 numero dei Soldati, che vi sono rimasti.

Quando poi sì nel numero superiore, come nell'inferiore vi sono alcuni zeri dalla parte destra, sotto la linea; in que' luoghi dove sono i zeri sì di sopra, che di sotto, vi si pongono altrettanti zeri, e nel rimanente poi si opera come abbiamo detto di sopra, e come vedesi nel seguente esempio.

37640000
28764000

8876000

Del sottrarre di diverse specie.

QUESITO III.

Democrito deve dare ad Eraclito lire 9826 soldi 10, e denari 6, e v'ha dato lire 443 soldi 17, e denari 10. Cercasi quanto Democrito resta dare ad Eraclito.

Scrivansi le date due partite una sotto dell'altra, cioè la minore di sotto in modo, che il primo luogo venghi occupato dalla specie minima, che nel nostro caso sono i denari; onde poi i denari venghi-

ghino sotto i denari, i soldi sotto i soldi, e le lire sotto delle lire; come si vede quì sotto:

Lire.	Soldi.	Denari.
9826.	10.	6.
443.	17.	10.
9382.	12.	8.

Principiasi poi a sottrarre dalla minima specie, cioè dai denari, e perchè il 10 non può levarsi dal 6, s'aggiungerà al 6, 12, perchè 12 denari fanno un soldo, che faranno 18, dal quale levato il 10 resteranno 8 denari, i quali si porranno sotto la linea, e sotto i denari, e perchè nei denari si aggiunse il 12, i susseguenti soldi 17 s'accresceranno di una unità, cioè d'un soldo che fanno 18, i quali non potendosi levare da 10 s'aggiunge al detto 10 il 20; perchè 20 soldi fanno una lira, che farà 30, dal quale levato il 18 restano 12 soldi, i quali si scrivono sotto la linea, nel luogo de' soldi, aggiungasi 'poi un'unità al susseguenre 3, perchè ne' soldi s'aggiunse il 20, che farà 4, il quale levato dal 6 resta 2, che si scrive, e così seguisi negli altri numeri, come s'insegnò di sopra; onde ne viene lire 9382. 12.8., e tanto resta are Democrito ad Eraclito, come si cercava.

La suddetta maniera di aggiungere al numero superiore il 10, nei numeri semplici, e nelle minime specie il numero che le commisura rispettivamente alle susseguenti viene dai Pratici chiamata *imprestare*. 40.

Dal suddetto esempio chiaramente si conosce, come collo stesso metodo si possono sottrarre altre specie differenti; nel modo stesso che s'insegnò nel sommare.

Per più chiarezza ho posti quì sotto alcuni esempj di sottrazioni di diverse specie, per rendere più chiari i suddetti ammaestramenti.

Libre.	Onc.	Fer.	Scudi.	Paoli.	Baj.	Den.	Anni.	Mesi.	Gior.	Ore.
3827.	11.	14.	4765.	8.	3.	4.	178.	11.	10.	7.
596.	7.	15.	4762.	9.	5.	10.	129.	7.	20.	13.
3231.	3.	15.	—2.	8.	7.	6.	49.	3.	19.	18.

Dicemmo di sopra per fare la sottrazione di porre il numero minore di sotto, ed il maggiore di sopra. Ciò però assolutamente non importa, perchè si può fare la sottrazione benissimo; basta principiar a levare il primo numero superiore dal primo inferiore, e così seguirare fino alla fine, come si vede quì sotto:

	Lire.	Soldi.	Denari.
3754	274.	11.	6.
86321	8325.	7.	9.
82567	8050.	16.	3.

 E per-

E perchè possono darsi alcuni quesiti, per la soluzion de' quali debbasi adoperare la sommazione, e la sottrazione, ho stimato bene porne quì sotto alcuni esempj.

Dimanda, o quesito, per isciorre il quale deesi adoperare la sommazione, e la sottrazione.

QUESITO IV.

Euripide dee avere da Telemaco Scudi 87654, de' quali Telemaco glie ne ha dati alcuni in quattro volte: la prima furono 1128, la seconda 2427, la terza 276, e la quarta 42687. Cercasi quanti Scudi restà dare Telemaco ad Euripide.

Per isciorre il suddetto quesito è manifesto, che prima d'ogn' altra cosa bisogna sapere quanti sono li scudi dati nelle quattro volte da Telemaco ad Euripide, per la qual cosa deonsi sommare, lo che fatto ne vengono scudi 46518, i quali levati dai scudi 87654, ne restano scudi 41136, e tanti resta dare Telemaco ad Euripide.

	1128
	2427
	276
	42687
Somma dei scudi dati da Telemaco.	46518

Scudi che dee avere Euripide	87654
Scudi che ha avuti	46518
Restano scudi	41136

Altro esempio di diversa specie.

QUESITO V.

Calisto dee dare ad Eutropio scudi 3687, paoli 8 bajocchi 9, e denari 6, il quale ha dato in più volte le seguenti partite, cioè la prima volta scudi 283 paoli 3 bajocchi 5, e denari 2, la seconda volta scudi 648 paoli 7 bajocchi 8, e denari 6, la terza ed ultima volta scudi 1228 paoli 7 bajocchi 7, e denari 4. Cercasi quanto resta ancora a dare.

	Scudi.	Paoli.	Baj.	Den.
	283.	3.	5.	2.
	648.	7.	8.	6.
	1228.	7.	7.	4.
Ha dato sc.	2160.	9.	1.	0.

	Scud.	Pa.	Ba.	D.
Dee avere sc.	3687.	8.	9.	6.
Ha avuto sc.	2160.	9.	1.	0
Resta a dare sc.	526.	9.	8.	6.

Sommate come si vede quì sopra le partite date da Calisto ad Eutropio, fanno scudi 2160. 9. 1. 0., i quali levati dai scudi 3687. 8. 9. 6., che dee avere Eutropio, restano scudi 526. 9. 8. 6. e tanto è quello, che resta dare Calisto ad Eutropio, come si cercava.

C A-

CAPITOLO VIII.

Delle varie maniere di sottrarre.

SIccome il sommare si può fare in più maniere, ciò si può fare ancora nel sottrarre; onde dopo di aver insegnato il modo ordinario e comune, faremo vedere i varj modi, ne' quali lo stesso può eseguirsi.

Se nel fare la sottrazione s'incontra, che qualcheduna delle figure inferiori sia maggiore della sua superiore corrispondente allora, come si disse, deesi aggiungere a mente il 10 alla superiore, e dall'aggregato, o somma loro si leva l'inferiore, e sotto la linea si scrive il residuo nel qual caso la prossima figura significativa del numero superiore posta a sinistra si valuta una unità di meno di quello vale; e se una o più figure intermedie sono zeri, nel detto numero superiore, tutti questi fino alla prima figura significativa si valutano come se fossero tanti 9, come si vede nei seguenti esempj.

```
3004
2578
----
 426
```

Perchè nel suddetto esempio il primo 8 inferiore non si può levare dal superiore 4 aggiungasi al 4, a mente 10, che farà 14, dal quale levato l'8 rimane 6, il quale scrivo sotto la linea, e perchè aggiunsi 10 al 4, la prossima figura significativa 3 si valuta un'unità meno, cioè 2, e i zeri intermedj come tanti 9, levo dunque 7 da 9, e resta 2 il quale scrivo sotto la linea, poi levo similmente il 5 dal 9, e resta 4, il quale scrivo sotto la linea, finalmente levo il 2 non dal 3 ma da 2, come dicemmo, e resta nulla, dunque ne viene la differenza di un numero all'altro 426, come si voleva.

Nel seguente esempio, perchè il 9 non si può levare dal 3, aggiunto 10

```
85003
   69
-----
84934
```

al 3 fa 13, dal quale levato il 9 resta 4, e questo si scrive sotto la linea; onde il 5 susseguente diventerà 4, e i due zeri superiori si convertiranno in tanti 9, dunque levato 6 da 9 resta 3, il quale si scrive dietro il 4, e perchè non v'è alcun altra figura nel numero inferiore da levare dal superiore, che già è 850; ma secondo che si è det-

to di sopra diverrà 849, il quale si scrive dietro agli altri numeri, e ne verrà il residuo 84934, per il numero, o differenza ricercata.

Sia ancora proposto da levare dal numero 100000 il numero 51243 scrivansi uno sotto dell'altro nel modo solito, come si vede qui sotto:

```
 100000
  51243
  -----
  48757
```

e perchè il 3 non si può levare dal zero aggiunto al zero a mente 10 fa 10, levo il 3 dal 10, e resta 7, e perchè nel numero superiore la prossima figura significativa è l'unità, questa svanirà, e i zeri diverranno tanti 9, dai quali levati i numeri inferiori ne resterà 48757 residuo ricercato.

Modo di sottrarre principiando a sinistra.

Si può ancora nel fare la sottrazione principiare a sinistra andando a destra, come si vede nel seguente esempio:

```
 8068
  576
 ----
 7492
```

Principiando dunque a destra, perchè l'8 non ha sotto di se alcuna figura, dovrei scrivere lo stesso 8, ma perchè il susseguente numero inferiore che è 5, non può levarsi dal superiore, o vi pongo un' unità di meno, cioè 7, poi siegue il 5, il quale non potendosi levare dal zero lo levo dal 10, e ne resta 5, ma perchè il susseguente numero 7 non può levarsi dal 6, lo scrivo meno un'unità, cioè 4, seguo poi a levare il 7 dal 6, ma perchè non si può aggiungo 10 al 6 che fa 16, dal quale levato il 7, resta 9, il quale scrivo tutto intero, perchè il susseguente 6 si può levare dall'8, il quale levato ne viene 2, che scrivo dietro gli altri; onde ne viene il residuo 7492 ricercato.

Altra maniera di sottrazione.

V'è ancora un'altra maniera di sottrarre, la quale è la seguente:

```
 3 1 4 3
 2 9.8 5
 -------
   1 5 8
```

Per fare la suddetta sottrazione si levi il 5 dal 3, ma perchè non si può si dica il 5 per andare a 10 manca 5, il qual 5 si sommi col nu-

numero ſuperiore 3 che fa 8, e queſto ſi ſcrive ſotto la linea, e perchè il numero ſuperiore era meno dell'inferiore, in tal caſo dee aggiungerſi una unità al ſuſſeguente numero inferiore, che eſſendo 8 farà 9, il quale come ſopra non potendoſi levare dal ſuperiore 4 ſi dirà 9 per giungere a 10 manca 1, il quale aggiunto al numero ſuperiore 4 fa 5, che ſi ſcrive, poi s'aggiunge al ſuſſeguente 9 un' unità per la ragione detta di ſopra, che farà 10, il quale non potendoſi levare dal ſuſſeguente 1 ſi dirà 10, per giungere a 10 reſta nulla; onde ſi ſcriverà l'1 della riga ſuperiore, di nuovo aggiungaſi al 2 un'unità per la ragione già detta, e fa 3, che levato dal 3 ſuperiore reſta nulla; onde ne viene la differenza 158, come ſi voleva.

Chiaramente ſi conoſce, come colli ſopradetti metodi ſi poſſono fare le ſottrazioni di ſpecie diverſe, mentre in altro non differiſcono dalle ſemplici ſottrazioni, che in cambio di aggiungere il 10 alla figura ſuperiore in eſſe vi s'aggiunge quel numero che vi vuole di eſſe, a comporre una delle ſuſſeguenti ſpecie, cioè il numero che le commiſura riſpettivamente alle ſuſſeguenti, come s'inſegnò nella ſomma; e per il rimanente deeſi operare colle ſteſſe regole date di ſopra, lo che baſta ſenz'altri eſempj.

CAPITOLO IX.

Del Moltiplicare ſecondo l'uſo comune.

Moltiplicare un numero per un altro, vuol dir pigliare tante volte uno de' dati numeri, quante ſono le unità compreſe nell'altro. Come per eſempio il 3 moltiplicato per 4, non vuol dir altro, che prendere il detto 3 quattro volte, che farà 12, o pure, che è lo ſteſſo, pigliare il 4 tre volte, che pure fa 12; onde il numero, che moltiplica, come nel primo caſo il 4 chiamaſi *il moltiplicante*, ed il 3 che viene moltiplicato chiamaſi *il moltiplicato*, ed il numero 12 provenuto dalla moltiplicazione chiamaſi *prodotto*. 41 42 43

44 La ſteſſa diffinizione può ſpiegarſi così. Il moltiplicare un numero per un altro conſiſte nel trovare un terzo numero, tanto moltiplice del numero moltiplicato, quanto il numero moltiplicante, è moltiplice della unità, che è lo ſteſſo che dire pigliare il numero moltiplicato altrettante volte, quanto il numero moltiplicante contiene in ſe l'unità, come ſi diſſe di ſopra, ovvero il fare come l'unità al numero moltiplicante, così il numero moltiplicato ad un altro numero, che ſarà il prodotto.

E perchè per fare con eſpeditezza la moltiplicazione dei numeri compoſti di più figure, è neceſſario ſapere la moltiplicazione dei nume-

numeri semplici fra di loro, lo che facilmente si ha dalla **Tavola** Pittagorica, che quì sotto si spiega.

La *Tavola Pittagorica*, che dal suo Autore Pittagora viene chiamata *Abaco*, consiste in un quadro composto di altri piccoli quadretti, nel di cui supremo ordine vi sono le prime nove figure Aritmetiche 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9., e sotto di esse tutti i suoi dupli, tripli, quadrupli ec. fino al nonuplo, come si vede quì sotto:

45
46

TAVOLA PITTAGORICA.

A — B

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

C

Questa Tavola ha molte utilità, ed usi, come si vedrà, ed uno fra gli altri è quello di sapere senza alcun incomodo, e senza imparare a mente alcuna cosa, la moltiplicazione di tutti i numeri semplici in questo modo. Vogliasi verbigrazia sapere quanto fa a moltiplicare 6 via 9, si trovi nella riga superiore A B uno dei dati numeri, come il 6, e nell'altra A C l'altro numero 9, e preso il numero, che trovasi nel concorso delle due rige di numeri poste dritto i dati due numeri, che è 54, questo mostra il prodotto, o moltiplicazione di 6 via 9. Se poi si volesse sapere la moltiplicazione di 7 via 8 trovasi verbigrazia nella riga A B il 7, e nel-

nella A C l'8, e nel concorso delle righe poste contro i dati due numeri v'è il 56, numero, che mostra la moltiplicazione dei dati due numeri, e così deesi intendere di tutti gli altri; onde chiaramente si vede, che mediante la detta Tavola si può sapere senza alcun incomodo, e senza aver d'uopo d'imparare a mente alcuna cosa la moltiplicazione d'ogni numero semplice.

E perchè la metà sola della Tavola può servire per le moltiplicazioni dei numeri semplici; molti Autori perciò ce l'anno proposta, uno de' quali è Oronzio, che la compone, come siegue:

Oronzio.

A — B (lato superiore); A — C (lato sinistro)

	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	nu-
2	18	16	14	12	10	8	6	4		
3	27	24	21	18	15	12	9	me-		
4	36	32	28	24	20	16	ri			
5	45	40	35	30	25	qua-				
6	54	48	42	36						
7	63	56	49	dra-						
8	72	64								
9	81	ti								

Se nella suddetta Tavola si vuol sapere quanto sia la moltiplicazione di 7 via 8, si trovi verbigrazia nella riga superiore A B il 7, e nell'altra A C l'8, e perchè nel concorso delle righe apposte contro questi due numeri non v'è nulla, si dovrà prendere il 7 nella riga A C, e l'8 nell'altra A B, nel di cui concorso si trova il 56 numero ricercato, dal che chiaramente si conosce, come in tal Tavola deesi sempre prendere il numero minore nel lato A C, nè mai

mai nel superiore A B, e nello stesso modo deesi operare per trovare la moltiplicazione di qualsivoglia altro numero semplice.

Ho poste quì altre due Tavole simili alla suddetta, una del Butteone, e l' altra del Gemmafrisio..

GIOVANNI BUTTEONE.

B

1									
2	4	nu-							
3	6	9	me-						
4	8	12	16						
5	10	15	20	25	ri				
6	12	18	24	30	36	qua-			
7	14	21	28	35	42	49			
8	16	24	32	40	48	56	64	dra-	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	ti
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

A C

Nella Tavola di Butteone per fare la moltiplicazione de' numeri semplici bisogna pigliare il numero maggiore nel lato A B, ed il minore nel B C. In quella di Gemmafrisio il maggiore deesi pigliare nella AB, ed il minore nella AC, come a sufficienza si vede.

Gemmafrisio, ed Oronzio abbondano nel replicato lato delle figure semplici aritmetiche, ma quella di Butteone è più semplice, ed il suo metodo è più vicino, e proprio per la moltiplicazione.

Gemmafrisio, Butteone, ed Oronzio mostrano nelle diagonali delle loro Tavole i quadrati d' ogni numero semplice, come in esse Tavole per maggior chiarezza viene espresso.

Dalle dette Tavole facilmente si conosce, come se ne potrebbe fare una grandissima, la quale comprendesse oltre i numeri sempli-

GEMMAFRISIO.

B A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
nu-	4	6	8	10	12	14	16	18	2
		9	12	15	18	21	24	27	3
		me-	16	20	24	28	32	36	4
			ri	25	30	35	40	45	5
				qua-	36	42	48	54	6
					dra-	49	56	63	7
						ti	64	72	8
								81	9

C

plici ancora i composti fino a quanto ci piacesse, le quali per comodità si potrebbero distribuire in più pezzi, e farne un libro mentre servirebbon esse senz'altro incomodo per avere tutte le moltiplicazioni, radici, e quadrati di tutti quei numeri posti nelle righe maggiori di detta Tavola: mentre se si vuole verbigrazia il quadrato del 4 nelle Tavole suddette, trovato il dato numero 4 in uno de' lati AC, o CB, il suo corrispondente posto in linea dritta nella fine del triangolo da 16 quadrato di esso 4; onde se si volesse la radice di esso 16 basterà procedere diametralmente, o di sopra, o di sotto, mentre s'incontrerà nel numero 4 nella riga AB, o nella BC, il quale appunto è la radice di detto numero 16, come con maggior chiarezza s'intenderà a suo luogo. Perciò a chi piacesse tal cosa, può da se calcolare una Tavola tale nello stesso modo con cui sono calcolate le suddette, componendola di tutta quella quantità di numeri, che più piacerà per averne l'uso più generale.

Alcuni servonsi ancora di un'altra Tavola poco dalle suddette diversa, mediante la quale trovansi le moltiplicazioni di tutti i nu-

meri semplici, ed è la seguente levata dal *Clermont Aritmetique militaire*.

2	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	4	5	6	7	8	9	10	
	9	12	15	18	21	24	27	30	
4	4	5	6	7	8	9	10		
	16	20	24	28	32	36	40		
5	5	6	7	8	9	10			
	25	30	35	40	45	50			
6	6	7	8	9	10				
	36	42	48	54	60				
7	7	8	9	10					
	49	56	63	70					
8	8	9	10						
	64	72	80						
9	9	10							
	81	90							
10	10								
	100								

Nella parte superiore di questa Tavola vi sono tutti i numeri da 2 sino a 10, e nella colonna verticale posta a sinistra vi sono li stessi numeri corrispondenti a due righe orizontali, la seconda delle quali mostra la moltiplicazione del numero posto nella colonna verticale per tutti i numeri della prima riga; onde mediante questa Tavola è facile avere tutte le moltiplicazioni dei numeri semplici. Volendosi verbigrazia la moltiplicazione di 5 via 7; cercasi sempre il numero minore nella colonna verticale a sinistra, cioè 5, e vedasi sotto il 7 della prima riga apposta al detto numero 5, il numero che vi corrisponde che è 35; onde questo sarà il prodotto di 5 via 7. Lo stesso si farebbe volendosi il prodotto di *6* via *9*, mentre trovata nella colonna verticale a sinistra il *6*, e nella prima riga appostavi il *9*, sotto esso *9* sarà il cercato prodotto 54.

Re-

Regola per le Moltiplicazioni.

Quando sono dati due numeri da moltiplicare fra di loro; se questi constano d' inegual numero di figure, si scrivono uno sotto dell' altro, ponendo di sotto il minore, e poi sotto d' essi se li tira una linea. Pigliasi poi la prima figura inferiore, e con essa si moltiplicano tutte le figure superiori, ed il prodotto si scrive sotto la linea, principiando a destra andando a sinistra, con questa legge però, che se il prodotto consta di due figure, la prima si scrive, e l' altra si serba, la quale poi deesi aggiungere, o portare al susseguente prodotto, perciò quando il numero moltiplicante fosse composto di una sola figura, terminata la sua moltiplicazione, quello, che ne viene sarà il prodotto dei dati due numeri.

Nello stesso modo poi si moltiplicano gli altri numeri, o figure inferiori, quando fossero più di una, con tutte le figure superiori; ma i prodotti così si scrivono, cioè il prodotto della seconda figura inferiore colle superiori, la sua prima figura non si pone sotto la prima figura del prodotto superiore; ma sotto la seconda, cioè che corrisponda sotto la figura moltiplicante; e così la prima figura del terzo prodotto si pone nel terzo luogo, cioè sotto la stessa figura moltiplicante, come si fece per la seconda, nel qual modo deesi proseguire se più ve ne fossero.

Dopo ciò tutti i prodotti fatti si riducono in una sola somma, e quello ne viene sarà il prodotto ricercato; e perchè più chiari riescono gli ammaestramenti cogli esempj, passiamo ad essi.

QUESITO I.

Cercasi quanto costeranno Corbe 2586 di grano turco, a ragione di lire 3 la Corba.

Per fare tal computo si vede che altro non deesi fare, che moltiplicare le Corbe 2586 per le lire 3 valore d' ogni Corba, lo che disposto, operasi così:

```
2586
   3
----
7758
```

Moltiplicato 3 per 6 fa 18, scrivasi l' 8 sotto la linea, ed al prodotto susseguente di 3 in 8, cioè 24 aggiungasi il numero 1 del 18, che farà 25, scrivasi il 5 dietro l' 8, e il 2 che resta s' aggiunga alla susseguente moltiplicazione del 3 in 5, che farà 17, scrivasi il 7 dietro agli altri numeri, e serbisi l' 1, il quale s' aggiunge al 6 prodotto di 3 in 2, che fa 7 da scrivere dietro gli altri numeri; onde ne verrà il prodotto 7758 quantità delle lire, che importano le date Corbe, come si voleva.

Quesito II.

Cercasi quante libre sono 3042 Casse piene di Piombo, ogn' una delle quali pesa libre 517.

Per isciorre il suddetto quesito è manifesto, come nell'altro di sopra, per l'essenza della moltiplicazione, che altro far non deesi, che moltiplicare le 3042 Casse di Piombo per le libre 517, che pesano ogn' una, mentre nel prodotto avremmo le libre di Piombo ricercato:

```
    3042
     517
  ------
   21294
   3042
  15210
 -------
 1572714
```

Disposti i numeri uno sotto dell'altro, come si vede quì a lato, la prima figura 7 del numero inferiore si moltiplichi con tutte le figure della riga superiore; onde si dirà 2 via 7 fa 14, e la prima figura 4 scrivo sotto la linea, e serbo l'1, poi dico 4 via 7 fa 28, al quale aggiungo l'1 serbato, e fa 29; scrivo il 9 dietro il 4, e serbo il 2; poi dico 7 via zero fa zero, dunque la figura serbata 2 scrivo dietro alle altre, e dopo dico 3 via 7 fa 21, il quale scrivo tutto intiero dietro le altre figure per non esservene di più, che tutto è 21294.

Nello stesso modo moltiplico la seconda figura del numero inferiore, cioè l'1 per tutte le figure della riga superiore, e ne viene il prodotto 3042 posto nella seconda riga, scrivendo però secondo gli avvertimenti dati di sopra la sua prima figura 2 nel secondo luogo, cioè sotto la seconda figura del prodotto superiore, che è lo stesso, che sotto il numero 1 moltiplicante. Poi moltiplico l'altra figura 5 del numero inferiore con tutti i numeri della riga superiore, il di cui prodotto 15210 si pone in un'altra riga sotto gli altri due, come si vede di sopra, facendo però, che la sua prima figura 0 occupi il terzo luogo, cioè rieschi sotto la figura 5 moltiplicante, e così dovrebbesi operare se ve ne fossero di più, ponendo sempre la prima figura d'ogni prodotto, che corrispondi al luogo, che occupa il numero, che moltiplica.

Ciò fatto si sommino insieme tutti i detti prodotti, lo che fatto ne viene 1572714, e tante appunto saranno le libre, che pesano le date 3042 Casse di Piombo, come si cercava.

Il suddetto modo di moltiplicare chiamasi dagli Aritmetici, moltiplicare per *Scacchiero*, o *Baricocolo*.

47 Dicemmo di sopra, che i numeri da moltiplicarsi si scrivino uno sotto dell'altro, non importa però, che il moltiplicante sia per ordine sotto del numero, che moltiplica, cioè che la prima figura a destra d'ogni uno venghi a corrispondere una sotto dell'altra, perchè possia-

fiamo porle, come ci pare, purchè fempre fi offervi la regola data di fopra di fare in modo, che ogni prodotto precifamente venghi a corrifpondere coll' ordine del moltiplicante, cioè che le loro prime figure a man deftra tenghino quell'ordine, che tengono fra di loro le figure del numero moltiplicante, come fi vede quì fotto:

3504278	3504278	3504278
50426	50426	50426
21025668	21025668	21025668
7008556	7008556	7008556
14017112	14017112	14017112
17521390	17521390	17521390
176706722428	176706722428	176706722428

Dicemmo ancora di porre il numero minore fotto del maggiore, lo che pure non importa, benchè refti più comodo operare in tal modo; onde pofto il numero minore di fopra, o di fotto, fi può fare la moltiplicazione pigliando ad uno ad uno i numeri di fopra, ovvero quei di fotto, come più piace, e come fi vede quì fotto:

654	654	38256	38256
38256	38256	654	654
3924	153024	153024	3924
3270	191280	191280	3270
1308	229536	229536	1308
5232	25019424	25019424	5232
1962			1962
25019424			25019424

Cafo che nel fciorre i quefiti fpettanti alla moltiplicazione, nel principio d' uno dei dati numeri da moltiplicarfi foffero dei zeri, fi difporranno, come fi vede nei feguenti efempj:

Si pongano i numeri fignificativi fotto degli altri, e i zeri in fuori, poi fi facciano i prodotti delle figure fignificative, ed alla loro fomma fe gli aggiungano a deftra altrettanti zeri

5486	377000
4200	35
10972	1885
21944	1131
23041200	13195000

quanti ne fono in uno dei dati numeri, cioè tutti i zeri, che fi fono lafciati infuori, come fi vede di fopra.

Se poi nel principio di tutti, e due i numeri da moltiplicarfi vi foffero dei zeri, fi moltiplichino infieme le figure fignificative, ed alla loro fomma fe gli aggiungano a deftra altrettanti zeri quanti fono

no quelli, che tengono ciascun numero da moltiplicarsi; ponendo però per maggior facilità le figure significative una sotto dell'altra, come si vede quì.

Quando uno dei dati numeri da moltiplicarsi fosse composto di una unità accompagnata con alcuni zeri, s'avrà il loro prodotto scrivendo l'altro numero aggiunto di tanti zeri, quanti sono quelli, che accompagnano l'unità dell'altro, come si vede quì sotto:

```
  2 7 5 3 0 0 0
      3 5 0 0 0
  -------------
1 3 7 6 5
8 2 5 9
-------------------
9 6 3 5 5 0 0 0 0 0
```

```
2 3 4 0
  1 0 0 0
-----------
2 3 4 0 0 0 0
```

Se poi nel numero moltiplicante fossero uno, o più zeri intermedj, o posti uno dietro all'altro, nel fare la moltiplicazione, questi si lasciano, e si proseguisce a fare la moltiplicazione colle altre figure significative susseguenti, ponendo però il primo numero d'ogni prodotto sotto del numero, che moltiplica, come si disse, e come quì si vede:

Il modo quì insegnato di moltiplicare due numeri, nei quali vi sieno dei zeri, o in uno, o in tutti e due, col lasciarli fuori, viene chiamato dagli Aritmetici *Moltiplicare, per scavezzo*.

```
            2 7 5 4 8 0 2 4
              3 0 4 0 0 6
-------------------------------
          1 6 5 2 8 8 1 4 4
      1 1 0 1 9 2 0 9 6
  8 2 6 4 4 0 7 2
-------------------------------
  8 3 7 4 7 6 4 5 8 4 1 4 4
```

Del Moltiplicare di diverse Specie.

E perchè nel fare le moltiplicazioni occorre molte volte di moltiplicare delle quantità di specie diverse, perciò quì ne daremo la maniera.

QUESITO III.

Nove Uomini deono avere per ciascheduno lire 123 : 13. 6 per l'escavamento fatto nelle Fosse di una Fortezza. Cercasi quanto dovranno avere fra tutti:

Per isciorre il suddetto quesito è manifesto, che bisogna moltiplicare le lire 123. 13. 6., che dee avere ogni Uomo per 9 numero degli Uomini, mentre il prodotto sarà il valore ricercato.

	Lire.	Soldi.	Denari.
	1 2 3.	1 3.	6.
			9.
Lire	1 1 1 3.	1.	6.

Pon-

Pongasi il 9 sotto le lire 123. 13. 6., come si vede di sopra, e moltiplicasi i denari 6 per 9, che fanno 54, i quali comprendono 4 soldi, e avanzano 6 denari, si scriva il 6 nel luogo dei denari, e si serbi il 4, poi si moltiplichino li soldi 13 per 9, che fanno 117, a' quali se gli aggiungano i quattro soldi serbati dai denari, che fanno 121 soldi, i quali contengono lire sei, e avanza un soldo, si scriva l'1 nel luogo dei soldi, e si serbino le sei lire, poi dicasi 3 via 9 fa 27, che colle sei lire serbate fa 33, si scriva il 3, e si serbi l'altro 3, e nello stesso modo si proseguisca sino alla fine, lo che fatto ne vengono lire 1113. 1. 6. valore cercato.

QUESITO IV.

Si dimandano quante miglia vi sono da Tolosa a Narbona, sapendo esservi di distanza 7 volte tanto quanto è di distanza tra Abido e Sesto, che sono distanti l'uno dall' altro miglia 5, passi 32, e piedi 4.

Per iscioгre il suddetto quesito bisogna moltiplicare le miglia 5, passi 32, e piedi 4 per 7, mentre il prodotto darà la ricercata distanza, lo che si fa, come siegue:

Miglia.	Passi.	Piedi.
5.	32.	4.
		7.
35.	229.	3.

Moltiplicato il 4 numero dei piedi per 7 fa 28, che fanno cinque passi, ed avanzano 3 piedi, scrivasi il 3 sotto i piedi, e serbisi il 5, moltiplicasi poi il 7 per 32, che fa 224, al quale s'aggiungono li 5 passi serbati, che fanno 229, i quali per non giungere a un miglio si scriveranno tutti interi sotto i passi, poi moltiplicato il 5 numero delle miglia per 7 fa 35, il quale si scrive sotto le miglia, onde ne verranno miglia 35, passi 229, e piedi 3 distanza da Tolosa a Narbona ricercata.

QUESITO V.

Per la soluzion del quale deesi adoperare la sommazione, sottrazione, e moltiplicazione.

Cleto ha dato a Pompeo in tre volte del Grano, la prima volta Corbe 1214, quarteruoli 8, e quarticini 5; la seconda volta Corbe 316. 9. 7.; la terza Corba 424. 15. 7.; delle quali Pompeo glie ne ha restituito della stessa qualità, e bontà in quattro volte, cioè la prima volta Corbe 83. 7. 5.; la seconda Corbe 48. 6. 4.; la terza Corbe 113. 6. 3.; la quarta, ed ultima volta Corbe 246. 13. 7. Cercasi quante Corbe ne resta dare Pompeo a Cleto, e quante lire dee dargli per esse a ragione di lire 13 la Corba.

Corb.

	Corb.	Quarter.	Quart.
	1214.	8.	5.
	316.	9.	7.
	424.	15.	7.
Cleto ha dato Corbe	1956.	2.	3.

	Corb.	Quart.	Quartic.
	83.	7.	5.
	48.	6.	4.
	113.	6.	3.
	246.	13.	7.
Pompeo ha restituito Corbe	492.	2.	3.

	1956.	2.	3.
	492.	2.	3.
Pompeo resta dare Corbe	1464.	0.	0.
a lire	13		
	4392		
	1464		
Pompeo dee dare per esse lire	19032		

Sommansi, come si vede quì sopra le Corbe, che ha dato Cleto a Pompeo, che fanno Corbe 1956. 2. 3, ed ancora quelle che ha dato Pompeo a Cleto, che fanno Corbe 492. 2. 3, poi si levano le une dalle altre, e ne restano Corbe 1464, e tante ne resta dare Pompeo a Cleto.

Queste Corbe 1464, si moltiplichino per le lire 13, valore d'ogni Corba, e ne viene nel prodotto lire 19032, e tante lire dee dare Pompeo a Cleto per le 1464 Corbe di Grano, che gli dovea restituire a ragione di lire 13 la Corba, come si ricercava.

Dovrebbesi quì proseguire a mostrare il modo di moltiplicare le quantità di specie diverse; ma perchè può occorrere di dover fare tali moltiplicazioni per un numero composto di più figure, ovvero che l'uno, e l'altro fosse diviso in varie specie, come sarebbe moltiplicare piedi, onzie, e punti, per piedi, onzie, e punti, ovvero lire, soldi, e denari per lire, soldi, e denari, nel qual caso deesi ridurre ogni cosa alla minima specie, e poi fare la moltiplicazione di queste due partite così ridotte, e poi mediante la divisione ridurle alla desiderata specie; perciò quì non se ne fa parola, a cagione di doversi prima saper dividere, e ridurre le partite di diverse specie in minime specie, per la qual cosa ciò serberemo da insegnare dopo la divisione.

C A-

CAPITOLO X.

Delle varie maniere di moltiplicare.

Del Moltiplicare mediante la Tavola Pittagorica.

PEr avere le moltiplicazioni mediante la Tavola Pittagorica descritta di sopra, deonsi separare pel lungo le collone di detta Tavola l'una dall'altra, acciocchè si possano mescolare fra di loro con qualsivoglia ordine; colle quali poi si possono fare le moltiplicazioni, e le divisioni con brevità, e senza alcuno imbarazzo. La separazione della Tavola Pittagorica in colonne il primo, che la pensasse, fu il Barone *Giovanni Nepero Scozese*, il quale ancòra ce ne lasciò l'uso.

Per fare la suddetta separazione deonsi preparare più strisciе di carta forte, ovvero lamine d'altra materia idonea, come la seguente: AB, le quali deonsi dividere in nove quadrati uguali, e in ogni quadrato se li tirino i suoi diametri, nel qual modo ogni quadrato resterà diviso in due triangoli in modo tale però, che l'inferiore BNP resti dalla parte destra.

A
1
2
3
4
5
6
7
8
N
9
B P

Nella prima lamina scrivasi la prima colonna della Tavola Pittagorica, cioè 1 2. 3. 4 ec. e nell'altra la seconda colonna 2. 4. 6. 8. ec. nella terza la terza colonna della Tavola Pittagorica, cioè 3. 6. 9. 12. ec., e nella quarta la quarta colonna, cioè 4. 8. 12. 16 ec., e così deesi proseguire in tutte le altre lamine; cioè riporvi le altre colonne della Tavola Pittagorica, con questa lege però, che quando il numero consta di una sola figura, si pone nel triangolo inferiore, quando consta di due, verbigrazia 18, la prima figura 8 si pone nel triangolo inferiore, e la seconda nel superiore, e così deesi fare a tutte le altre lamine. Dopo queste deesi ancora avere preparata un'altra lamina con tutti i numeri semplici, come segue.

Di

Di queſte lamine il ſuo primo, e particolare artificio; dal quale l'uſo delle altre provengono, è che dato un numero ſi può avere la moltiplicazione di eſſo per qualunque delle prime nove figure, con molta facilità.

1
2
3
4
5
6
7
8
9

Uſo delle lamine della Tavola Pittagorica, nella Moltiplicazione.

X D			C
1	5	9	7
2	1/0	1/8	1/4
3	1/5	2/7	2/1
4	2/0	3/6	2/8
5	2/5	4/5	3/5
6	3/0	5/4	4/2
7	3/5	6/3	4/9
8	4/0	7/2	5/6
9	4/5	8/1	6/3
Z B	5 3	7	3 A

Sia da moltiplicare il numero 597 per 9, ſi pongano una dietro l'altra le tre lamine, che nella ſua ſommità, o ſia triangolo inferiore abbiano i numeri dati 597 componenti il numero da moltiplicarſi, come ſi vede di ſopra in ABCD, e a ſiniſtra ſe gli apponghi la lamina XZ dei numeri ſemplici. Nel primo triangolo inferiore rimpetto al 9, che voglio moltiplicare trovo il 3, che ſcrivo nel primo loco, nei ſeguenti due triangoli, che formano rombo per eſſere uno dietro all' altro, e rimpetto al 9 trovo 1, e 6, che ſommati fanno 7, il quale ſcrivo nel ſecondo luogo; negli altri due triangoli, o rombo ſuſſeguente, ſempre rimpetto al 9, trovo 5, e 8, i qua-

i quali ſommati fanno 13, ſcrivo la prima figura 3, e l'1 l'aggiungo all' altro numero poſto nell' ultimo triangolo, che eſſendo 4 fa 5, il quale ſcrivo dietro agli altri numeri, e ne viene 5373, come ſi vede in AB, il qual numero moſtra la moltiplicazione del numero ſuperiore 597 per 9, come ſi voleva.

Se poi foſſero dati due numeri, uno de' quali foſſe 597, e l' altro 48 da moltiplicarſi fra di loro, ſi prendino, come ſopra, quelle lamine, che nella parte ſuperiore compongono il maggior numero, cioè 597, e ſi ponghino una dietro all' altra, come ſi diſſe di ſopra, e come ſi vede nella ſuddetta figura in DC, ed a ſiniſtra, ſecondo il ſolito vi ſi apponga la lamina dei numeri ſemplici, cioè XZ.

Troviſi poi la figura 8 del numero minore nella lamina XZ, e l' ordine che le corriſponde ſi ponga inſieme, come s' inſegnò di ſopra pel numero 9; onde ne verà il numero 4776, il quale ſi ſcrive come nelle ordinarie moltiplicazioni, e come ſi vede quì.

Nello ſteſſo modo ſi faccia per l' altro numero 4, trovandolo prima nella lamina XZ, ponendo poi inſieme i numeri, che li corriſpondono, come ſi fece di ſopra, e ne verrà il numero 2388, il quale ſi pone ſotto dell' altro, facendo però che la ſua prima figura 8 venghi ſotto la ſeconda figura del primo prodotto, cioè all' uſo delle ordinarie moltiplicazioni.

```
   597
    48
 -----
  4776
 2388
 -----
 28656
```

Se poi il numero moltiplicante foſſe compoſto di più figure, dovranſi queſte trovare nella lamina XZ, e ſcrivere ſotto gli altri prodotti, come ſopra all' uſo delle ordinarie moltiplicazioni.

Finalmente i prodotti 4776, 2388 diſpoſti, come ſono nella moltiplicazione, ſi ſommano inſieme, e ne viene 28656 prodotto dei due numeri 597, e 48, come ſi voleva.

Dalle coſe moſtrate di ſopra ſi vede, che l' artificio di queſte lamine conſiſte in due coſe. La prima, che qualunque delle lamine ſi poſſono diſporre, e meſchiare fra di loro in modo, che nella parte ſuperiore ſe poſſa comporvi il numero dato. La ſeconda, che i numeri compoſti di due figure, ſieno talmente deſcritti nelle lamine, che la prima figura ſia poſta nel triangolo inferiore, e l' altra nel ſuperiore; nel qual modo qualunque triangolo ſuperiore col triangolo inferiore della ſeguente lamina compone un rombo.

Modo di fare le Moltiplicazioni colla ſola ſommazione, mediante i Logaritmi.

Lo ſteſſo Giovanni Nepero Scozeſe, che diedeci il primo la ſezione della Tavola Pittagorica, come accenammo di ſopra, facendo oſſervazione, che per facilitare al poſſibile la pratica Trigonometrica, biſognava facilitare l'uſo della moltiplicazione, e della diviſione per poter con brevità moltiplicare quei numeri, che compoſti foſſero 50

di molte figure; onde inventò nel 1614 alcune linee segnate con numeri determinati, le quali linee ordinate secondochè ricercavano quei numeri, che si dovevano moltiplicare, e partire, non poco facilitavano queste due operazioni, la qual cosa poi dal *Brigse Inglese* fu perfezionata.

Gli Autori, che trattano della dottrina Trigonometrica, ci hanno calcolate alcune Tavole chiamate *Logaritmiche*, o *Canone Logaritmico*, mediante le quali colla sola sommazione si possono avere le moltiplicazioni de' numeri, fra quali Autori v' è, *l' Ulacq*, *il Cavalieri*, *l' Ozanam*, *il Rondelli*, *e Enrico Brigs*, i di cui numeri naturali ascendono a 100000, come si può vedere nella sua Aritmetica, ed altri, i quali hanno posti ne' suoi trattati di Trigonometria le suddette Tavole, o Canone Logaritmico.

51

Queste Tavole, come può vedersi ne' suddetti Autori, sono divise in due colonne, nella prima delle quali sono tutti i numeri disposti secondo l' ordine naturale principiante dalla unità, e proseguente secondo, che gli ha paruto, chi più, e chi meno, fra le quali quella del Rondelli, della quale ci siamo serviti, i numeri naturali della suddetta prima colonna arrivano al 10000. Nell' altra colonna v' hanno posti altrettanti numeri molto maggiori corrispondenti ai primi, cioè ai numeri dell' ordine naturale suddetto, chiamati logaritmi: perciò sopra la prima colonna hanno scritto N, che vuol dir numero, e sopra l' altra *Logarit*; che vuol dire Logaritmo. Avendosi dunque alla mano le suddette Tavole, con esse si può venire all' uso della moltiplicazione, come siegue.

Vogliasi per esempio sapere quanto sia il prodotto di 9 in 243; cercasi nelle Tavole Logaritmiche nella prima colonna i dati due numeri 9, e 243, e rincontro al primo, cioè al 9 corrisponde nell' altra colonna il logaritmo 0.9542425, e rincontro al 243 corrisponde 2.3856063, questi due numeri si sommano assieme, e fanno 3.3398488, il qual numero si cerca nella Tavola, o colonna dei logaritmi, e si vede nella sua corrispondente colonna dei numeri naturali esservi il numero 2187, e questo numero è il prodotto di 9 in 243, come si cercava.

Se poi fossero dati questi due numeri verbigrazia 39 con 138 da moltiplicare insieme, trovati i dati due numeri nella prima colonna dei numeri naturali, a'quali vedesi esservi apposti i logaritmi 1.5910646, e 2.1398791, i quali sommati fanno 3.7309437, il qual numero trovato nella colonna dei logaritmi vi corrisponde nella colonna dei numeri naturali 5382, prodotto di 39 con 138, come si voleva.

Quando poi trovati nella Tavola i logaritmi corrispondenti ai dati numeri da moltiplicarsi, la loro somma fosse maggiore del massimo logaritmo della Tavola, o pure fra i numeri dati da moltiplicarsi ve ne fossero dei maggiori del massimo della Tavola, o tutti, e due fossero tali, in tal caso si dovrà ricorrere alle regole insegnate da-

te dagli Autori, che ſpiegano le dette Tavole, come nella Trigonometria del Rondelli, mentre a me baſta per non mancare in alcuna coſa ch' io ſappia ſpettante alle operazioni Aritmetiche averne accennato il modo, perchè poi da ſe co' ſuddetti Autori alla mano può il curioſo, ed induſtrioſo Aritmetico venirne a capo.

Altro modo, con cui, mediante la ſola ſomma, ſi poſſono fare le moltiplicazioni, ſenza ajuto dei logaritmi.

Sieno dati verbigrazia i due numeri 48765, e 324 da moltiplicarſi inſieme, ſi ponghino uno ſotto dell' altro all' uſo della ordinaria moltiplicazione, come ſi vede quì.

```
    48765
      324
  -------
    48765
    48765
    48765
    48765
   48765
   48765
  48765
  48765
  48765
 --------
 15799860
```

Scrivaſi poi ſotto la linea tante volte, il numero ſuperiore, uno ſotto dell' altro, all' uſo di ſomma, quante ſono le unità, che eſprimono il primo numero del moltiplicante, che per eſſer 4 ſi ſcriverà quattro volte il numero 48765; poi ſieguaſi a fare lo ſteſſo col ſuſſeguente numero 2 del moltiplicante, ponendo due volte il numero 48765 ſotto dei primi in modo però, che il primo numero corriſponda ſotto il numero, che allora ſi moltiplica, cioè nel noſtro caſo ſotto il 2, inſomma come ſi uſa nell' ordinaria moltiplicazione, e così pure facciaſi dell' ultimo numero 3, come ſi vede nel ſuddetto eſempio; lo che fatto ſi raccolgano inſieme tutti i detti numeri, mentre la loro ſomma 15799860 moſtra il prodotto dei due numeri 48765, e 324, come ſi cercava.

Il ſuddetto modo di moltiplicare, benchè rieſca alquanto lungo riſpettivamente alla quantità delle righe di numeri, è però molto facile, mentre ſenza ſapere a mente la moltiplicazione dei numeri ſemplici, e ſenza ajuto della Tavola Pittagorica, e dei logaritmi ſi può fare qualunque moltiplicazione, come la ſuddetta: onde per maggior comodità del noſtro Aritmetico v' ho poſto un altro eſempio, come ſegue.

Modo di abbreviare le ordinarie moltiplicazioni.

```
      3727486
       130042
      -------
      3727486
      3727486
     3727486
     3727486
     3727486
     3727486
   3727486
   3727486
   3727486
  3727486
------------
484729734412
```

52 Essendo dato da moltiplicare due numeri verbigrazia 35463245, con il numero 2363545, come mostrasi nell' esempio posto quì sotto, fatta la moltiplicazione dei due primi numeri 5, e 4, i due numeri 3, e 5, che seguono, si possono facilmente moltiplicare in una sol riga, e questo perchè il 5 entra nel 35, numero, che viene formato dalle due seguenti figure, sette volte; onde se si moltiplicherà la prima riga, cioè il prodotto del 5, che è 177316225 per 7 ne verrà 1241213575, che è lo stesso, che se si avesse in una sol volta moltiplicato il 35 tutto intiero, e così si può fare dei seguenti numeri 3, e 6, mentre il 4 secondo numero, che si è moltiplicato, entra nei detti due numeri, cioè nel 36 nove volte, dunque moltiplicato il prodotto di 4, cioè 141852980 per 9 darà 1276676820, il quale si dee scrivere in modo, che il zero sua prima figura venghi sotto il numero 6 del 36, cioè al solito modo dell'ordinaria moltiplicazione, poi si moltiplica il 2, il prodotto del quale si fa cadere col suo primo numero sotto lo stesso a moltiplicante; onde poi sommati tutti i detti numeri la somma 83818975403525 sarà il prodotto ricercato, e nello stesso modo si può fare degli altri quando v'è il comodo, come si vede in quest'altro esempio.

```
        35463245
         2363545
        --------
       177316225
      141852980
    1241213575
 1276676820
70926490
--------------
83818975403525
```

```
      347153
       54182
      ------
      694306
     6248754
18746262
-----------
18809443846
```

Del Moltiplicare per Crocetta.

53 Il moltiplicare per *Crocetta*, o per *decusazione*, come lo chiama il Padre Mario Bettini nella sua Apiaria, è bensì ingegnoso, ma è altrettanto laborioso a cagione di dover fare alcune moltiplicazioni, e sommazioni a mente, acciocchè

in una

in una sol riga di numeri ne venghi il prodotto di qualunque moltiplicazione; ed il modo di ciò fare è il seguente.

Sia verbigrazia da moltiplicare insieme 54 con 23, si pongano i dati numeri uno sotto dell'altro all'uso ordinario, come quì sotto; poi moltiplicasi 3 via 4, che fa 12, scrivasi il 2 sotto la linea, e tengasi a mente l'1, poi moltiplicasi 3 in 5, che fa 15, che unito all'1 serbato fa 16; moltiplicasi poi 2 in 4, che fa 8, il quale sommato col 16 fa 24, scrivasi il 4, e si serbi il 2, poi si moltiplichi il 2 col 5, che fa 10, al quale aggiunto il 2 serbato fa 12, che si scrive tutto intero per non esservi più numeri da moltiplicare, e ne verrà 1242 prodotto di 54 in 23, come si cercava.

```
5   4
|><|
2   3
1 2 4 2
```

Per maggior facilità, ed intelligenza vi si sono fatte le linee, come si vede, le quali mostrano l'ordine delle varie moltiplicazioni fra di loro, come pure lo stesso si è fatto nei seguenti esempj.

Se poi i numeri da moltiplicarsi fossero tre, condottevi le linee, come si vede quì sotto, si opererà così.

Moltiplicasi 3 in 4, che fa 12, scrivasi il 2, e serbasi l'1, poi moltiplicasi il 4 in 4, che fa 16, al quale aggiunto l'1 serbato fa 17, poi moltiplicasi il 3 in 3, che fa 9, il quale col 17 fa 26, scrivasi il 6, e tengasi a mente il 2, poi moltiplicasi il 4 in 5, che fa 20, al quale aggiunto il 2 serbato fa 22, poi moltiplicasi 2 in 3, che fa 6, il quale col 22 fa 28, poi moltiplicasi i due numeri di mezzo 3, e 4, che fa 12, al quale aggiunto il 28 fa 40, scrivasi il zero, e tengasi a mente il 4, poi moltiplicasi il 3 in 5, che fa 15, il quale col 4 serbato fa 19, poi moltiplicasi il 2 col 4, che fa 8, il quale col 19 fa 27, scrivasi il 7, e serbisi il 2, poi moltiplicansi gli ultimi due numeri 2 e 5, che fa 10, al quale aggiunto il 2 serbato fa 12, che si scrive, e ne viene 127062 prodotto di 543 in 234, come si voleva.

```
5   4   3
|><|><|
2   3   4
1 2 7 0 6 2
```

Se poi i numeri fossero più di tre, come si vede quì sotto, che sono quattro, condottevi le sue linee, deesi operare così:

Moltiplicasi il 5 per 2 fa 10, scrivasi il 0, e serbasi l'1, poi moltiplicasi il 5 per 3, che fa 15, al quale aggiunto l'1 serbato fa 16, poi 4 in 2 fa 8, che col 16 fa 24, scrivasi il 4 e serbasi il 2, moltiplicasi poi il 5 in 4 fa 20, al quale aggiunto il 2 serbato fa 22, poi 4 in 3 fa 12, che col 22 fa 34, poi il 2 in 3 fa 6, che col 34 fa 40, scrivasi il 0, e serbasi il 4, moltiplicasi 5 in 5 fa 25, che col 4 serbato fa 29, poi 4 in 4 fa 16, che col 29 fa 45, poi 3 via 3 fa 9, che col 45 fa 54, poi 2 in 2 fa 4, che col 54 fa 58, scrivasi l'8, e serbasi il 5, poi 4 via 5 fa 20, che col 5 serbato fa 25, 3 in 4 fa 12, col 25 fa 37, 2 in 3 fa 6, col 37 fa

```
5   4   3   2
|><|><|><|
2   3   4   5
1 2 7 3 8 0 4 0
```

fa 43, scrivasi il 3, e serbasi il 4, poi 3 via 5 fa 15, che col 4 serbato fa 19, 2 in 4 fa 8, che col 19 fa 27, scrivasi il 7, e serbasi il 2, poi si moltiplichino gli ultimi due numeri, cioè 2 in 5, che fa 10, il quale col 2 serbato fa 12, che si scrive, e ne viene il prodotto 12738040.

Quando i numeri da moltiplicarsi fossero più, deonsi tirarli le sue linee per maggior chiarezza, ed osservare le stesse regole date di sopra.

Se poi uno dei numeri da moltiplicarsi non fosse composto di uguali figure all'altro, alcuni suppliscono con aggiungervi altrettanti zeri, nel qual modo vengono, come composti di figure uguali, poi si conducano le sue linee, come per maggior facilità si vede nel seguente esempio.

Moltiplicasi 2 in 5 fa 10, si scrivi il 0, e si serbi l'1, poi 2 in 4 fa 8, che co l'1 serbato fa 9, 3 in 5 fa 15, che col 9 fa 24, si scrivi il 4, e si serbi il 2, poi 3 in 4 fa 12, che col 2 serbato fa 14, poi 4 in 5 fa 20, che col 14 fa 34, poi 2 in 0 fa nulla, dunque scrivo il 4 del 34, e serbo il 3, e così si seguita proseguendo nel modo insegnato di sopra, e ne verrà il prodotto 24440.

```
5   4   3   2
1 ✕ 1 ✕ 1 ✕ 1
0   0   4   5
  2 4 4 4 0
```

Nel suddetto caso è più più facile lasciare d'aggiungervi i zeri; onde condotte le linee da tutte le figure inferiori a tutte le superiori si formerà l'esempio, come si vede qui sotto, nel quale fatte le operazioni secondo che mostrano le linee, e secondo i precetti antecedenti, ne viene, come sopra per prodotto 24440.

```
5   4   3   2
 <   <  1 ✕ 1
        4   5
  2 4 4 4 0
```

Moltiplicare per Gelosia.

Il moltiplicare per *Gelosia* tiene molta similitudine alla Tavola Pitagorica, e ciò si eseguisce formando un quadrilatero diviso in tanti quadretti in modo, che la sua maggiore lunghezza sia capace di tanti quadretti, quante sono le figure del maggior numero da moltiplicarsi, e l'altra sia capace di tanti, quante sono le figure dell'altro numero da moltiplicarsi, i quai quadretti si dividono in due triangoli medianti i loro diametri, come si vede nei seguenti esempj.

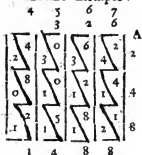
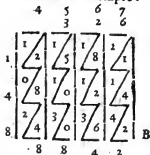
54

Sie-

Primo Esempio.

	4	5	6	7	
		3	2	6	A
	2 / 4	3 / 0	3 / 6	4 / 2	2
	0 / 8	1 / 0	1 / 2	1 / 4	4
	1 / 2	1 / 5	1 / 8	2 / 1	8
	1	4	8	8	

Secondo Esempio.

	4	5	6	7	
		3	2	6	
1	1 / 2	1 / 5	1 / 8	2 / 1	
4	0 / 8	1 / 0	1 / 2	1 / 4	
8	2 / 4	3 / 0	3 / 6	4 / 2	B
	8	8	4	2	

Sieno da moltiplicare i due numeri 4567, e 326, fatto il suo quadrilatero, e diviso, come si vede, si moltiplichi il 6 in 7 fa 42, si ponga nel primo quadretto del primo esempio a mano destra il 42, ponendo il primo numero 2 nel triangolo superiore, e il 4 nell'inferiore, poi seguasi dicendo 6 via 6 fa 36, e questo si ponga nel susseguente quadretto; ponendo il 6 nel triangolo superiore, e il 3 nell'inferiore, e così si siegua moltiplicando il 6 con tutta la riga superiore, cioè 4567 riponendo nei susseguenti quadretti i suoi numeri nel modo detto di sopra: proseguiscasi poi all'altra figura del moltiplicante, cioè 2 il quale si moltiplichi colla stessa riga superiore 4567, e riponghansi i loro numeri negli altri quadretti sottoposti, come si fece di sopra, e in tal modo si seguiti fino alla fine, lo che fatto saranno riempiuti tutti i quadretti, e triangoli di numeri, avvertendo, che quando la moltiplicazione non producesse, che un sol numero, questo deesi porre nel triangolo superiore, e nell'inferiore dello stesso quadretto deesi porre un zero, o nulla secondo, che più piace. Ciò fatto si sommino diametralmente intorno al quadrilatero tutti i numeri posti nei triangoli, lo che fatto questi daranno il ricercato prodotto, ch'è 1488842, come si vede nei suddetti esempj, nel primo de' quali si è fatta la moltiplicazione principiando a destra, e nel secondo principiando a sinistra, nel qual caso i quadretti deono esser divisi col loro diametro al contrario del primo esempio, ed il primo numero del prodotto deesi porre nel triangolo inferiore, e l'altro nel superiore, e la somma del primo esempio deesi principiare dall'angolo segnato A, e nel secondo esempio dall'angolo segnato B, come chiaramente si ravvisa nei suddetti esempj.

Modo di fare le Moltiplicazioni, secondo gli Antichi.

Sieno verbigrazia i due numeri 210, e 165 da moltiplicare insieme secondo gli Antichi, si deono disporre uno sotto dell' altro al solito, come segue.

Si moltiplichino i due ultimi numeri a finistra; cioè il 2 e l'1 pigliando il 2, come 200, e l'1 come 100, e questo perchè realmente rappresentano le centinaja, lo che fatto ne viene il prodotto 20000, il quale si pone sotto la riga, poi moltiplicasi lo stesso 2 superiore preso come sopra per 200 per il 6 numero inferiore preso per 60; perchè è nel luogo delle decine; onde ne viene 12000, il quale si pone sotto del primo all'uso di somma, poi lo stesso 2 superiore, cioè 200 si moltiplichi col 5 ultimo numero inferiore, il quale non significa altro che 5 unità per essere nel luogo delle unità, e ne viene 1000, il quale si pone sotto degli altri, come si vede: si passi poi all'altro numero superiore, cioè all'1 preso per 10, perchè denota le decine, e questo si moltiplichi coll'1 inferiore, cioè con 100; perchè esprime le centinaja, e ne verrà 1000 da riporre sotto gli altri secondo il solito, poi moltiplicasi lo stesso 1 superiore, cioè 10 per 6 inferiore, cioè 60 che farà 600, il quale pure si riporrà sotto gli altri, moltiplicasi ancora lo stesso 1 superiore; cioè 10 per 5 ultimo numero inferiore, il quale non significa altro che 5 per essere come si disse nel luogo delle unità, e ne verrà 50, il quale si ripone sotto degli altri, e così sarà finito a cagione di essere l'ultimo numero superiore un zero, ma se fosse numero significativo, si dovrebbe moltiplicare cogli altri inferiori nello stesso modo fin quì detto. Sommansi poi tutti i suddetti numeri; mentre la loro somma 34650 mostra il prodotto di 210 in 165, come si desiderava.

```
    2 1 0
    1 6 5
---------
2 0 0 0 0
1 2 0 0 0
  1 0 0 0
  1 0 0 0
    6 0 0
      5 0
---------
3 4 6 5 0
```

Il suddetto modo di fare la moltiplicazione riescirà con maggior chiarezza, se opereremo nel modo, che si vede quì appresso.

Sia da moltiplicare 452 per 63, scrivasi come si vede quì per 452, così 400 . 50 . 2, e questo perchè il 4 mostra le centinaja, il 5 le decine, e il 2 le unità, e così pure facciasi del numero 63 scrivendo 60 . 3, perchè il 6 mostra le decine, e il 3 le unità; moltiplicasi poi il 3 per le unità, decine, e centinaja del numero superiore, ponendo ogni prodotto in righe separate una sotto dell'altra, e lo stesso facciasi poi del 60, lo che fatto si sommano insieme tutti i prodotti, e ne verrà 28476 prodotto di 452 in 63, come si cercava.

```
      4 5 2
        6 3
-----------
400 . 50 . 2
    60 . 3
-----------
          6
      1 5 0
    1 2 0 0
      1 2 0
    3 0 0 0
  2 4 0 0 0
-----------
  2 8 4 7 6
```

Se poi tanto il numero moltiplicato, quanto il moltiplicante fossero composti di ugual quantità di numeri, si opererà nello stessissimo modo detto di sopra, separando ogni numero nelle sue unità, decin e, centinaja, migliaja ec., e poi moltiplicati se-

con-

condo i documenti dati di ſopra, e ſommati i prodotti ſi avrà la ricercata moltiplicazione, come chiaramente ſi vede nei quì ſotto eſempj.

```
        4 5 2
        3 6 3
    ___________
    4 0 0. 5 0. 2
    3 0 0. 6 0. 3
    ___________
              6
          1 5 0
        1 2 0 0
          1 2 0
        3 0 0 0
      2 4 0 0 0
          6 0 0
      1 5 0 0 0
    1 2 0 0 0 0
    ___________
    1 6 4 0 7 6
```

```
        2 3 4 5
          3 8 3
    _______________
    2 0 0 0. 3 0 0. 4 0. 5
             3 0 0. 8 0. 3
    _______________
                   1 5
                 1 2 0
                 9 0 0
               6 0 0 0
                 4 0 0
               3 2 0 0
             2 4 0 0 0
           1 6 0 0 0 0
               1 5 0 0
             1 2 0 0 0
             9 0 0 0 0
           6 0 0 0 0 0
    _______________
           8 9 8 1 3 5
```

Modo di Moltiplicare, ſenza tener conto de' numeri, che reſtano da portare.

Sieno verbigrazia da moltiplicare i due numeri 9746, e 243, diſpoſti queſti uno ſotto dell'altro all'uſo ſolito, ſi operi come ſiegue. 57

Si dica 3 via 6 fa 18, ſi ſcrivi l'8, e l'1 ſi ponga in una riga inferiore, non ſotto il 3 moltiplicante; ma una figura più avanti, come ſi vede quì, ſeguaſi poi dicendo 3 via 4 fa 12, ſcrivaſi il 2 dietro l'8, e l'1 ſi ponga nella riga inferiore dietro l'altro 1, poi 3 via 7 fa 21, ſcriviſi l'1 dietro gli altri numeri della riga ſuperiore, e il 2 ſi ponga nella riga inferiore dietro gli altri numeri, poi 3 via 9 fa 27, ſcrivaſi il 7 di ſopra, e il 2 di ſotto, ſeguaſi poi all'altro numero 4, dicendo 4 via 6 fa 24, ſcrivaſi il 4 ſotto il 4 moltiplicante, e il 2 ſi ponga in un'altra riga inferiore un numero più avanti, come ſi v[illegible]ui, e così ſi proſeguiſca ſino alla fine, loche fatt[illegible]anſi poi aſſieme tutti i numeri, e ne verrà 2368278, prodotto ricercato.

```
          9 7 4 6
            2 4 3
        _________
          7 1 2 8
        2 2 1 1
        6 8 6 4
      3 2 1 2
      8 4 8 2
    1 1 0 1
    _____________
    2 3 6 8 2 7 8
```

Altro esempio.

4763
3284
6842
1221
2684
3542
8426
0110
2189
1210
15641692

Modo di fare la Moltiplicazione, nel detto modo, principiando a sinistra.

9746
243
8482
1101
6864
3212
7128
2211
2368278

Sieno da moltiplicare principiando a sinistra l' istessi numeri 9746, e 243, si dispongano uno sotto dell'altro pareggiandoli dalla parte sinistra, come si vede quì.

Poi moltiplicasi il 2 via 9, fa 18, si ponga l' 8 sotto il 2 numero, che moltiplica, e l' 1 in altra riga inferiore un numero più avanti, come si vede quì, poi dicasi 2 via 7 fa 14 scrivasi il 4 dietro l' 8, e l' 1 nella riga inferiore dietro l'altro 1, poi 2 via 4 fa 8, poi scrivasi l' 8 dietro il 4, e perchè questo numero è semplice si ponga un zero nella riga inferiore dietro gli altri numeri, poi dicasi 2 via 6 fa 12, scrivasi il 2 nella riga superiore, e l' 1 nella inferiore. Seguasi poi all'altro numero 4, dicendo 4 via 9 fa 36, scrivasi il 6 in altra riga sotto le altre fin'ora fatte ponendolo sotto del 4 moltiplicante, e il 3 in altra riga inferiore un numero più avanti, come si disse di sopra, nel qual modo deesi proseguire finchè si è terminata la moltiplicazione, lo che fatto si somma ogni cosa insieme, e ne viene di prodotto, come sopra 2368278.

Modo di Moltiplicare all' indietro, detto alla Fiorentina.

58 Questo modo di moltiplicare si fa cominciando a moltiplicare l'ultima figura della riga inferiore per la prima figura della superiore, e poi per la seconda, e così fino ad avere moltiplicata tutta la riga superiore per l' ultimo numero della riga inferiore, poi si proseguisce a moltiplicare il susseguente numero della riga inferiore, dopo l'ultimo già moltiplicato per tutta la riga superiore, ponendo il primo numero di questo secondo prodotto una figura più avanti del primo numero del prodotto superiore, e così deesi seguire, finchè vi sono numeri da moltiplicare, i quali poi sommati daranno il ricercato prodotto, come si vede nei seguenti esempj.

Altro esempio.

4763
3284
2189
1210
8426
0110
2684
3542
6842
1221
[illegible]5641692

```
   4567
   4326
  -------
 18268
  13701
    9134
    27402
  ---------
 19756842
```

```
   4876
    254
  -------
   9752
   24380
    19504
  ---------
  1238504
```

Si può ancora nel fare la moltiplicazione, principiare da qualunque numero a nostro piacimento, e così seguire moltiplicandoli tutti senz'ordine; purchè si osservi di porre il primo numero d'ogni prodotto sotto il numero, che moltiplica, e come si vede quì sotto.

```
          763254
           46135
         --------
    4579524
        38162770
 3053016
       22897622
       763254
 ------------------
 35212723290
```

Si può ancora fare nel modo, che mostrano i seguenti esempj, cioè scrivere il prodotto d'ogni numero per ogni numero tutto intiero uno sotto dell'altro, secondo l'ordine dei numeri che si moltiplicano, come si vede quì appresso, lo che per esser chiaro da se si ommette farne altra spiegazione.

Dai

```
 3584          3425
    6           274
-----         -----
   24            20
  48            08
 30             16
18             12
-----            35
21504           14
-----          28
               21
                 10
                04
               08
              06
             ------
             938450
             ------
```

Dai detti esempj chiaramente si vede, che si può fare la moltiplicazione suddetta, ponendo senza alcun ordine i numeri del moltiplicante, come si vede quì sotto.

```
  3425
   274
  ----
   10
  04
 08
06
    20
   08
  16
 12
   35
  14
 28
21
------
938450
------
```

Del Moltiplicare per quadrato.

59 Il moltiplicare per quadro si fa ponendo i numeri uno sotto dell'altro secondo il solito, i quali poi si moltiplicano come se si volesse fare una moltiplicazione secondo l'uso ordinario, in altro non differendo da essa se non, che i numeri, o prodotti si dispongono dirittivamente uno sotto dell'altro, perciò nella somma poi deonsi raccorre diagonalmente attorno al quadrato nel modo, che mostrano le linee poste per maggior chiarezza nei seguenti esempj, dove il prodotto dei due numeri 5432, 2345, è 12738040, e quello dei numeri 4876, 254, è 1238504, come si vede quì sotto.

```
  4 8 7 6
    2 5 4
  -------
1 9 5 0 4 | 4
2 4 3 8 0 | 0
0 9 7 5 2 | 5
---------
1 2 3 8
```

```
  5 4 3 2
  2 3 4 5
  -------
2 7 1 6 0 | 0
2 1 7 2 8 | 4
1 6 2 9 6 | 0
1 0 8 6 4 | 8
---------
1 2 7 3
```

Si

Si fa ancora la moltiplicazione per quadrato con disporre i numeri, non più come sopra, ma colla punta del quadrato voltata in su, nel qual modo la somma viene in una riga seguita, come si vede qui, la qual cosa da se è facile da intendersi senz'altra spiegazione. 60

Del Moltiplicare per Circolo.

Il moltiplicare per circolo è quasi lo stesso, che il moltiplicare per quadrato detto di sopra, cioè colla punta voltata in su, non differendo da esso in altro se non sè, che i prodotti nella moltiplicazione per quadrato, si dispongono in linea retta, e qui si dispongono in linea circolare, come chiaramente si vede nei seguenti esempj.

Modo di moltiplicare per Piramide, o Triangolo.

Sia da moltiplicare il numero 97864 per se stesso, cioè per lo 61 stesso 97864, si dispongono i numeri uno sotto dell'altro al solito, come si vede qui a lato.

Si moltiplichi 4 via 4 fa 16, scrivasi il 6 nella prima riga sotto la linea, e serbasi l'1, poi 4 via 6 fa 24, che coll'1 serbato fa 25, scrivasi il 5, e serbasi il 2, poi 4 via 8 fa 32, e 2 serbato 34, scrivasi il 4, e serbasi il 3, poi 4 via 7, 28, e 3, 31, scrivasi l'1, e serbasi il 3, poi 4 via 9, 36, e 3, 39, scrivasi tutto il 39, seguasi poi all'altro numero, cioè al 6, dicendo 6 via 4, ovvero 4 via 6 fa 24, scrivasi il 4 sotto la seconda figura del

```
        9 7 8 6 4
        9 7 8 6 4
  -------------------
  8 6 7 5 3 9 1 4 5 6
    8 8 8 8 7 1 8 4
        0 5 2 9 1 2
          7 0 4 8
            7 6
  -------------------
  9 5 7 7 3 6 2 4 9 6
```

pri-

primo prodotto, o prima riga, cioè ſotto il 5, e ſerbaſi il 2; poi 6 via 6, 36, e 2, 38, ſcrivaſi l'8 dietro al 4, e ſerbaſi il 3, 6 via 8 fà 48, e 3, 51, ſcrivaſi l'1, e ſerbaſi il 5, poi 6 via 7, 42, e 5, 47, ſcrivaſi il 7, e ſerbaſi il 4, poi 6 via 9, 54, e 4 58, ſcrivaſi l'8, che viene ſotto l'ultima figura del primo prodotto, o prima riga; onde il 5, che reſta, ſi ſcriverà dietro l'ultima figura della prima riga, o prodotto primo, cioè dietro il 3. Poi ſeguaſi dicendo 4 via 8 fa 32, ſcrivaſi il 2 ſotto la ſeconda figura dell'ultimo prodotto, cioè ſotto l'8, e ſerbaſi il 3, poi 6 via 8 fa 48, e 3, 51, ſcrivaſi l'1, e ſerbaſi il 5, 8 via 8 fa 64, e 5, 69, ſcrivaſi il 9, e ſerbaſi il 6, 7 via 8, 56, e 6, 62, ſcrivaſi il 2, e ſerbaſi il 6, 8 via 9, 72, e 6, 78; onde l'8 ſi pone nella riga ſuperiore, e il 7 nell'altra più ſuperiore, poi 4 via 7, 28, ſcrivaſi l'8 ſotto l'1, ſeconda figura dell'ultimo prodotto, e ſerbaſi il 2, poi 6 via 7, 42, e 2, 44, ſcrivaſi il 4, e ſerbaſi l'altro 4, 7 via 8, 56, e 4, 60, ſcrivaſi il 0, e ſerbaſi il 6, poi 7 via 7, 49, e 6, 55, ſcrivaſi il 5 dietro il prodotto ſuperiore, e ſerbaſi l'altro 5, poi 7 via 9, 63, e 5, 68, pongaſi l'8 dietro il ſecondo prodotto, e il 6 ſi ponga dietro il primo prodotto, poi ſeguaſi dicendo 4 via 9, 36, ſcrivaſi il 6 ſotto la ſeconda figura dell'ultimo prodotto, cioè ſotto il 4, e ſerbaſi il 3, poi 6 via 9, 54, e 3, 57, ſcrivaſi il 7, e ſerbaſi il 5, poi 8 via 9, 72, e 5, 77, pongaſi il 7 dietro il prodotto ſuperiore, e ſerbaſi l'altro 7, poi 7 via 9, 63, e 7, 70, pongaſi il 0 dietro il terzo prodotto, e ſerbaſi il 7, finalmente 9 via 9 fa 81, e 7, 88, ſcrivaſi il primo 8 nel ſecondo prodotto, e l'ultimo nel primo; onde ne verrà formata una piramide, o triangolo, come moſtra la ſuddetta figura, per la qual coſa deeſi oſſervare di porre i numeri ſucceſſivamente uno dietro all'altro, in modo, che venghi formato il triangolo, o piramide, lo che fatto, tutti i detti prodotti ſi raccolgono inſieme, e la loro ſomma 9577362496 moſtra il prodotto di 97864 in ſe ſteſſo, cioè in 97864, come ſi deſiderava.

Per maggior facilità, e intelligenza ſi è poſto quì ſotto un altro eſempio fatto in due diverſe ſituazioni per far vedere poterſi fare nell'uno, e nell'altro modo, ſecondo il guſto dell'operante.

5876	32
7674	1256
43423504	151132
151132	43423504
1256	5876
32	7674
45092424	45092424

Ho

Altra maniera di moltiplicare per triangolo, o piramide.

Sieno da moltiplicare verbigrazia i due numeri 97646 con 54576, si dispongono uno sotto dell' altro all' uso solito, come si vede quì sotto.

```
    9 7 6 4 6
    5 4 5 7 6
---------------------
4 3 4 6 5 4 3 2 3 6
  3 2 3 4 4 2 6 4
  5 6 5 3 4 2 4 2
    3 2 3 9 2 8
    5 8 5 2 3 0
      2 1 0 0
      0 4 2 4
        3 6
---------------------
5 3 2 9 1 2 8 0 9 6
---------------------
```

Poi dicasi 6 via 6, 36, scrivasi tutto il 36, e poi 4 via 6, 24, pongasi 2 dietro al 36, e il 4 sotto il 3 in un' altra riga inferiore, poi 6 via 6, 36, scrivasi il 3 di sopra, e il 6 di sotto, poi 6 via 7, 42 scrivasi il 4 di sopra, e il 2 di sotto, poi 6 via 9, 54 scrivasi il 5 di sopra, e il 4 di sotto: poi seguasi all' altro numero, dicendo 6 via 7, 42, pongasi il 42 tutto intiero in altra riga inferiore in modo, che il 2 venga sotto il 4, e il 4 sotto del 6, poi dicasi 4 via 7, 28, scrivasi il 2 nella riga superiore, cioè dietro al 42, e l'8 sotto il 4, in altra riga inferiore, e così si proseguisca disponendo i numeri in modo di triangolo, o piramide, come mostra il suddetto esempio, finchè sia terminata la moltiplicazione, lo che può da se eseguire il nostro Aritmetico senza ulteriore spiegazione.

Il suddetto modo di moltiplicare per piramide, o triangolo, si può fare col rivolgere il triangolo, o piramide, come si disse negli altri esempj di sopra, e come nel seguente esempio.

```
          3 6
        0 4 2 4
        2 1 0 0
      5 8 5 2 3 0
      3 2 3 9 2 8
    5 6 5 3 4 2 4 2
    3 2 3 4 4 2 6 4
4 3 4 6 5 4 3 2 3 6
-------------------
        9 7 6 4 6
        5 4 5 7 6
-------------------
5 3 2 9 1 2 8 0 9 6
-------------------
```

Altro modo più facile, e bello di moltiplicare per piramide.

Il Figatelli nella sua Aritmetica, pone questo modo di moltiplicare, il quale si eseguisce, come spiegasi quì sotto.

```
        8 6 3 2 4 7
        3 8 6 1 3 9
-----------------------
            2 1
            7 2
          1 2 5 6
          2 4 5 4
        0 6 3 2 4 2
        0 8 1 8 2 7
      0 9 1 6 2 4 0 7
      4 8 0 6 0 9 1 8
    1 8 2 4 1 2 0 4 2 1
    6 4 3 6 0 3 0 6 3 6
  2 4 4 8 1 8 0 2 1 2 6 3
-----------------------
  3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3
-----------------------
```

Si moltiplicano in croce le figure Angolari. Per prima operazione se ne piglia una per angolo, per seconda operazione se ne pigliano due per angolo, poi se ne pigliano 3, poi 4, poi 5 ec., ed ultimamente si moltiplicano tutte le figure insieme, come stanno, cioè numero con numero, decine con decine ec. e ogni prodotto di figura con figura, si pone quì intiero, nè si porta, o aggiunge cosa alcuna, e ogni volta, che il prodotto sarà di una sola figura, se gli aggiunge un zero di dietro, acciocchè ogni prodotto cada a suo luogo, e formi la piramide; bisogna stare ben occulato di non incavalare, o intersecare le linee, cioè le moltiplicazioni in croce, ma moltiplicare tutti i numeri in modo che restino paralelle; onde per maggior intelligenza ho poste con linee le prime due operazioni, le quali mostrano, e danno lume per il rimanente.

Pri-

Modo di fare la Moltiplicazione per Rombo.

62

Il moltiplicare in forma di Rombo, cavasi facilmente dalla suddetta moltiplicazione per piramide, mentre se nel seguente esempio si moltiplicheranno tutti i numeri, decine, centenaja ec., come si disse di sopra, però da una parte sola, cioè prima una figura con una, due con due, tre con tre ec., questi prodotti verranno disposti in forma di piramide, a' quali deonsi poi aggiungere inferiormente gli altri prodotti fatti collo scadere sempre una figura di sopra, e di sotto, lo che poi altro non sono, che i prodotti della piramide descritta di sopra, disposti in Rombo, come si vede; onde ne verranno due piramidi una contro dell' altra, le quali formano il Rombo, come chiaramente dal suddetto modo di moltiplicare per piramide, e dal seguente esempio si può conoscere, senza spiegarsi d'avantaggio.

```
      8 6 3 2 4 7
      3 8 6 1 3 9
    ---------------
          2 1
        1 2 5 6
      0 6 3 2 4 2
    0 9 1 6 2 4 0 7
  1 8 2 4 1 2 0 4 2 1
2 4 4 8 1 8 0 2 1 2 6 3
  6 4 3 6 0 3 0 6 3 6
    4 8 0 6 0 9 1 8
      0 8 1 8 2 7
        2 4 5 4
          7 2
-----------------------
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3
-----------------------
```

Lo stesso può aversi principiando la moltiplicazione a destra, cioè prendere prima l'8, e 9, e poi l'86, e il 39 ec., e così seguire fino alla fine, come si vede qui sotto.

```
      8 6 3 2 4 7
      3 8 6 1 3 9
    ---------------
          7 2
        2 4 5 4
      0 8 1 8 2 7
    4 8 0 6 0 9 1 8
  6 4 3 6 0 3 0 6 3 6
2 4 4 8 1 8 0 2 1 2 6 3
  1 8 2 4 1 2 0 4 2 1
    0 9 1 6 2 4 0 7
      0 6 3 2 4 2
        1 2 5 6
          2 1
-----------------------
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3
-----------------------
```

Modo di Moltiplicare in forma di Calice.

63 Il moltiplicare in modo di calice, anch'esso cavasi dal suddetto modo di moltiplicare per piramide, mentre gli stessi prodotti fatti nella piramide, se si disporranno secondo il gusto dell'operante, e come si vede nei seguenti esempj, formeranno una figura simile a un calice, lo che senz'altro documento gli esempj qui sotto da se sono sufficienti.

2 4 4 8 1 8 0 2 1 2 6 3
6 4 3 6 0 3 0 6 3 6
1 8 2 4 1 2 0 4 2 1
4 8 0 6 0 9 1 8
0 8 1 8 2 7
1 2 5 6
7 2
2 1
2 4 5 4
0 6 3 2 4 2
0 9 1 6 2 4 0 7
8 6 3 2 4 7
3 8 6 1 3 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

8 6 3 2 4 7
3 8 6 1 3 9
2 4 4 8 1 8 0 2 1 2 6 3
6 4 3 6 0 3 0 6 3 6
1 8 2 4 1 2 0 4 2 1
4 8 0 6 0 9 1 8
0 8 1 8 2 7
1 2 5 6
7 2
2 1
2 4 5 4
0 6 3 2 4 2
0 9 1 6 2 4 0 7
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

2 4 4 8 1 8 0 2 1 2 6 3
6 4 3 6 0 3 0 6 3 6
1 8 2 4 1 2 0 4 2 1
4 8 0 6 0 9 1 8
0 8 1 8 2 7
7 2
1 2 5 6
2 4 5 4
2 1
0 6 3 2 4 2
0 9 1 6 2 4 0 7
8 6 3 2 4 7
3 8 6 1 3 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

Si può ancora avere la moltiplicazione, che formi un calice poco diverso dai detti, nel modo che vedesi espresso qui sotto.

8 9 6 7 5
7 9 8 5 4
3 2
7 2 7 2 3 0 2 8
6 4 4 5 2 4
4 0 3 6
5 6 8 1 4 8 3 5 2 0
4 9 4 5
4 2 6 3 4 0
6 3 5 4 5 6 2 5
3 5
7 1 6 0 9 0 7 4 5 0

Del

Del Moltiplicare per Ripiego.

In due modi si moltiplica per ripiego; il primo si fa, col far tante parti di uno dei numeri da moltiplicarsi secondo, che torna più comodo, le quali parti tutte assieme facciano il dato numero, e ciascheduna di queste parti si moltiplica per tutto l'altro numero, lo che fatto, e sommati insieme tutti i prodotti, quello che viene sarà il ricercato prodotto. Per esempio vogliasi moltiplicare 26 via 67 facciasi del 26 alcune parti, come torna più comodo, verbigrazia 5. 6. 7. 8., le quali tutte insieme fanno appunto 26, e moltiplicate ogn'una di queste pel 67, i prodotti 335, 402, 469, 536, sommati insieme fanno 1742 prodotto di 26 via 67, come per maggior chiarezza si vede quì sotto. 64

26 via 67		
5 via 67	fa	335
6 via 67	fa	402
7 via 67	fa	469
8 via 67	fa	536
prodotto		1742

47 via 728		
9 via 728	fa	6552
9 via 728	fa	6552
8 via 728	fa	5824
8 via 728	fa	5824
7 via 728	fa	5096
6 via 728	fa	4368
prodotto		34216

L'altro modo è di fare tante parti d'uno dei numeri da moltiplicarsi, secondo che torna più comodo, le quali parti moltiplicate insieme producano il dato numero, e ciascuna di queste parti moltiplicate per l'altro numero, cioè il prodotto, che risulta dalla prima parte moltiplicata, per tutto l'altro numero moltiplicasi per l'altra, e il proveniente per l'altra che siegue ec. così seguitando finchè ve ne sono, mentre l'ultimo prodotto darà la ricercata moltiplicazione.

Sia verbigrazia da moltiplicare 5765 per 96, facciasi del 96 alcune parti, le quali insieme moltiplicate facciano 96, come sarebbe verbigrazia 2.6.8., le quali moltiplicate assieme vicendevolmente fanno appunto 96, cioè 2 via 6, 12, e 8 via 12 fa 96; moltiplicato dunque il 5765 pel primo numero 2 darà di prodotto 11530, poi questo per 6 fa 69180, e questo finalmente per 8 fa 553440, il qual numero è il ricercato prodotto di 5765 per 96; nel qual modo deesi fare, se più fossero le parti, nelle quali si fosse fatto uno dei dati numeri da moltiplicarsi, come si vede ne' seguenti esempj.

Quan-

5765 per 96	4876 per 1344
5765	4876
2	4
11530	19504
6	6
69180	117024
8	7
prodotto 553440	819168
	8
	prodotto 6553344

Quando poi i dati numeri da moltiplicarſi non aveſſero tali parti, allora biſognerà fare la moltiplicazione in uno degli altri modi deſcritti di ſopra.

Le ſuddette maniere di moltiplicazioni ſi poſſono eſeguire ancora nelle quantità di diverſe ſpecie, mentre ridotte che ſaranno le quantità da moltiplicarſi in iſpecie minime, allora poi ſi potranno inſieme moltiplicare con uno dei dati modi, e poi ridurli colla diviſione, come s'accennò di ſopra, e come ſi ſpiegherà più avanti.

Il ſuddetto modo di moltiplicare per ripiego, ſi può ancora adoperare quando il numero da moltiplicarſi foſſe compoſto di diverſe ſpecie, come ſi vede quì a lato, nella moltiplicazione di lire 320. 10. 4, per 96, come da ſe è manifeſto.

	Lire.	Soldi.	Denari.
	320	10	4
			2
	641	0	8
			6
	3846	4	0
			8
Prodotto lire	27769	12	0

Si può ancora alcune volte abbreviare la moltiplicazione quando, ciò torni comodo col prendere la metà, il terzo, il quarto ec. di uno dei due numeri da moltiplicarſi, e nello ſteſſo tempo il doppio, triplo, quadruplo ec. dell'altro numero ſecondo la parte, che ſi preſe del primo, mentre ſe di uno ſi preſe la metà, dell'altro deeſi prendere il doppio; ſe ſi preſe il terzo deeſi prendere il triplo dell'

dell' altro, e così di seguito, come resta manifesto ne' seguenti esempj.

284, il suo triplo è 852		1068, il suo quarto è 267	
54, il suo terzo è 18		225, il suo quadruplo è 900	
1136	15336	5340	240300
1420		2136	
15336		2136	
		240300	

Vogliasi moltiplicare un numero qualunque per qualsivoglia prodotto del 5 moltiplicato in se stesso, come per 25, che è il prodotto di 5 in 5: per 125, che è quello di 5 in 5, che fa 25, e di 5 in 25, che fa 125, ovvero di 625, che è il prodotto di quattro, cinque, e così degli altri; per aver ciò aggiungasi al dato numero da moltiplicare dalla parte destra tanti zeri, quanti sono i 5, da cui è provenuto il moltiplicante, come un zero se per 5, due se per 25, tre se per 625, ec. dividasi poi questo numero così aumentato per 2, se la moltiplicazione è del 5, per 4 se è per 25, per 8 se è 125, e così di seguito, cioè per tante volte il 2 moltiplicato in se stesso quante volte è la moltiplicazione del 5, che da il moltiplicante, mentre il quoziente sarà il prodotto ricercato.

Sia da moltiplicare 128 per 5 aggiunto al 128 un zero fa 1280, questo diviso per 2 da 640 prodotto di 128 in 5. Per moltiplicare 128 per 25, aggiunti due zeri fa 12800, questo diviso per 4 fa 3200, prodotto di 128 in 25. Per moltiplicare lo stesso 128 per 125, aggiuntivi tre zeri fa 128000, questo diviso per 8 da 16000, prodotto di 128 in 125, e così sempre si farà per gli altri.

Altro modo di abbreviare le lunghe moltiplicazioni.

Se si avrà un gran numero da moltiplicare molte volte per altri [65] gran numeri, sarà molto breve operare nel seguente modo. Sia da moltiplicare 453216 per 3289; prendasi il più piccolo numero, cioè 3289 per moltiplicare, e si faccia una Tavoletta di due colonne, come si vede quì sotto.

453216	1	453216
906432	2	3289
1359648	3	
1812864	4	4078944
2266080	5	3625728
2719296	6	906432
3172512	7	1359648
3625728	8	
4078944	9	1490627424

La

La colonna, che trovasi a destra, contiene le figure semplici da 1 fino a 9; l'altra colonna contiene il numero da moltiplicare 453216; che è posto rimpetto all'unità, il doppio dello stesso numero è posto contro il 2, il suo triplo contro il 3, e così di seguito fino al 9.

Fatta questa Tavoletta si dipongono li numeri da moltiplicarsi uno sotto dell'altro, nel modo ordinario, come si vede di sopra; e perchè la prima figura del moltiplicatore è 9 si prende il numero, che corrisponde al 9 nella Tavoletta, e si scrive sotto i dati numeri da moltiplicarsi: la seconda figura è 8, dunque si prenderà dalla Tavoletta il numero corrispondente all'8, e si porrà sotto dell'altro, osservando le regole dell'ordinaria moltiplicazione, cioè ponendolo più avanti di una figura, si farà lo stesso a riguardo delle altre figure del moltiplicatore, lo che fatto se ne farà la somma, che sarà il prodotto cercato, come si vede di sopra.

Queste sono la maggior parte delle varie maniere di fare le moltiplicazioni, alcune altre ve ne sono, le quali si possono vedere negli Autori, come nell'Apiaria del Padre Mario Bettini, e molte altre se ne possono inventare da sè; però ho stimato essere sufficienti le suddette per appagare la curiosità del nostro Aritmetico, mentre per l'imbarazzo a cui sono soggette la maggior parte di loro, altro che alla pura curiosità non servono.

CAPITOLO XL.

Del Partire secondo l'uso comune.

66 UN numero dicesi *dividere*, *o partire* un altro numero, allora quando si trova un altro numero, il quale indica quante volte il primo numero capisce nell'altro. Come per esempio col 3 diviso in 12 ne viene 4, perchè appunto questo numero 4 mostra quante volte il 3 capisce nel 12, ed il numero, che vien diviso, cioè nel suddetto caso il 12 chiamasi *dividendo*, ed il 3, che divide chiamasi *divisore*, o *partitore*, ed il numero provenuto dalla divisione, cioè il 4, il quale mostra quante volte il divisore capisce nel dividendo, chiamasi *quoziente*.

Essendo dati due numeri da dividersi uno per l'altro, e che il numero, il quale divide, cioè il divisore, fosse composto di una sola figura, si dee operare nel seguente modo.

QUESITO I.

Morendo Temistocle lasciò a cinque suoi Nipoti lire 825645. Cercasi quante ne tocca ad ogn'uno?

Per isciogliere il suddetto quesito chiaramente si conosce, che per l'essenza della divisione bisogna dividere le lire 825645 per 5, numero

numero

mero dei Nipoti, mentre nel quoziente si mostrerà quante lire deono toccare a ciaschedun di loro.

Scrivasi dunque il divisore 5, come si vede qui a lato, dirimpetto al dividendo, o numero da dividersi 825645, e sotto il dividendo, e dalla parte del divisore se li faccia una linea, come mostra il suddetto esempio, poi osservasi

	Lire
5	8 2 5 6 4 5
	Lire 1 6 5 1 2 9

quante volte il divisore 5 entra nell'ultima figura 8, e perchè vi entra una volta scrivasi l'1 sotto all'8, e il 3, che avanza si concepisca, come scritto avanti al 2 susseguente, onde si concepirà, come 32; e perchè il divisore 5 entra sei volte nel 32, scrivasi il 6 sotto il 2, e il 2, che avanza figurasi avanti il susseguente 5, che diverrà 25, nel quale entra il divisore 5 cinque volte, scrivasi il 5 sotto il 5, perchè poi non avanza nulla; la susseguente figura deesi intendere, come è, cioè 6, dunque il divisore 5 entra nel 6 una volta, scrivasi l'1 sotto il 6, e inteso l'1, che avanza accanto al susseguente 4 farà 14, nel quale entra il divisore 5 due volte, perciò scrivasi il 2 sotto il 4, e finalmente inteso il 4, che avanza, come posto avanti al 5, perchè il divisore 5 entra nel 45 nove volte, scrivasi il 9 sotto del 5, onde ne verrà il quoziente ricercato 165129, e tante lire toccherà ad ogn'uno.

Se poi il divisore 5 fosse maggiore dell'ultima figura del dividendo, per la qual cosa non vi entrasse, cioè le lire fossero state verbigrazia 24685, si cerchi quante volte il divisore 5 entri nel numero composto dalle due ultime figure, cioè nel 24, come si vede quì a lato, e perchè vi entra quattro volte, scrivasi il 4 sotto la penultima figura, cioè sotto il 4, poi si

	Lire
5	2 4 6 8 5
	Lire 4 9 3 7

continui la divisione nello stesso modo, che s'insegnò nell'altro esempio.

Se nel numero, che si divide s'incontrerà in qualche zero, ovvero in qualche numero minore del divisore, scrivasi nel quoziente un zero, concependo poi quel numero, o figura minore, come posto avanti alla susseguente figura, sicchè ne risulti un numero composto di queste due figure; onde poi continuar deesi l'operazione, come si disse di sopra.

Così nel quì a lato esempio il 6 nel 7 entra una volta, e avanza 1, che col 2 susseguente fa 12, il 6 nel 12 entra due volte, e avanza nulla, dunque il 6 nel zero entra nessuna volta, cioè zero, poi il 6

6	7 2 0 5 4
	1 2 0 0 9

nel susseguente 5 entra pure nessuna volta, cioè zero, e avanza 5, che col susseguente 4 fa 54; onde il 6 nel 54 entra nove volte, perciò il quoziente sarà 12009.

Il suddetto modo di fare la divisione, cioè quando il quoziente si

66. fa in una sol riga di numeri, si chiama dagli Aritmetici *dividere per colonna*, *o per testa*.

Se poi si dovesse dividere un numero composto di più figure per un altro numero, pure composto di più figure, ciò si eseguisce, come nel seguente esempio.

QUESITO II.

Eudosso ha comprate 346 verghe d'Oro, tutte di un ugual peso, per lire 203448. Cerca quanto costano ognuna?

```
                     Lire
Verghe 3 4 6 | 2 0 3 4 4 8
             |   Lire 5 8 8
             -------------
               1 7 3 0
               -------
                 3 0 4 4
                 2 7 6 8
                 -------
                 2 7 6 8
                 2 7 6 8
                 -------
                 0 0 0 0
```

Scrivasi il 346 rimpetto alle lire 203448, nel modo, che si disse di quì a lato, poi osservasi quante volte il 346 entra in una uguale quantità di numeri posti a sinistra del dividendo, e se non v'entra, come nel nostro caso, osservasi quante volte il 346 entra non più in altrettante figure del dividendo, ma in una di più, cioè in 2034, e v'entra 5 volte, il quale 5 scrivasi sotto l'ultima figura di quelle, che si sono prese nel dividendo, cioè sotto il 4, come mostra il suddetto esempio, si moltiplica poi il divisore, cioè il 346 per il 5 dicendo 5 via 6 fa 30, scrivasi il zero sotto il 4 del dividendo, e serbasi il 3, poi 4 via 5 fa 20, e 3, 23, scrivasi il 3 dietro il zero, e serbasi il 2, poi 3 via 5 fa 15, e 2, 17, scrivasi il 17 dietro gli altri numeri, poi si sottri questo prodotto 1730 dal numero preso nel dividendo, cioè dal 2034, e ne viene l'avanzo 304, dietro al quale deesi aggiungere il susseguente numero del dividendo, cioè il 4, e fa 3044, in questo numero poi vedasi, come sopra quante volte vi capisce, o entra il divisore 346, il quale vi capisce 8 volte, questo 8 si scrivi nel quoziente dietro al 5, moltiplicato poi come sopra 8 per 346, ne viene 2768 da porre sotto il 3044, dal quale fattane la sottrazione ne rimane 276, che come sopra, aggiuntovi il susseguente numero del dividendo, cioè 8 fa 2768, nel quale il divisore 346 v'entra 8 volte, questo 8 si scrivi nel quoziente dietro l'altro 8; onde moltiplicato, al solito, questo 8 per il 346 fa 2768, il quale levato dal numero 2768 resta nulla; onde ne viene di quoziente 588; dunque si dirà, che le 346 Verghe costano lire 588 l'una precisamente senza alcuno avanzo. Nello stesso modo dovrebbesi seguire avanti se più fossero stati i numeri da dividere.

Ma perchè allora quando si vuol conoscere quante volte il divisore

re entra nel dividendo, cioè come nel suddetto esempio il 346 entra nei primi numeri 2034, non è facile conoscere ciò in un sol colpo, perciò i Pratici operano, come siegue. Osservano quante volte l'ultima figura 3 del divisore entra nelle ultime due del dividendo, cioè in 20, lo che si fa alla pratica, dicendo il 3 in 20 v'entra 6 volte, e resta 2, il quale 2 inteso, come posto avanti al susseguente 3 fa 23; onde si dee vedere il 4, numero susseguente del divisore dopo il 3, entra pure anch'esso sei volte nel 23, che non v'entra, mentre il 4 in 23 v'entra solamente 5 volte, dunque si dovrà tornar da capo, e dire il 3 in 20 non più 6 volte ma 5, che fa 3 via 5, 15, il quale per andare a 20 resta 5, questo 5 inteso avanti del 3 fa 53, si dica poi il 4 in 53 dee, come prima, entrarvi 5 volte, lo che v'entra abbondantemente, mentre 4 via 5 fa 20, che per andare in 53 vi resta 33, lo che fatto non cercano poi d'avantaggio, quand'anche più di tre numeri fossero nel divisore, e questo perchè vi resta molto, come nel suddetto caso, che vi resta 33; onde pongono il 5 sotto il numero del dividendo, che li corrisponde, cioè sotto il 4; però deesi avere le seguenti osservazioni.

Primo, che ogni numero del quoziente non può essere mai più di 9, e sebbene in riguardo alle prime figure paresse, che il divisore potesse entrarvi di più, ad ogni modo, in riguardo alle altre figure, non v'entrerà.

Secondo, il numero, che ne risulta dalla moltiplicazione d'ogni numero del quoziente col divisore, non dee mai essere maggiore del numero, al quale si cavò detto quoziente, e se ciò accadesse, in tal caso bisognerebbe diminuire il numero del quoziente di una unità, e se ancora ciò non succedesse dovrebbesi un'altra volta diminuirlo di una unità, e questo finchè il prodotto di un tal quoziente col divisore sia minore del numero, dal quale si cavò detto quoziente.

Terzo, fatta la sottrazione, il numero, che resta, non dee mai superare nè ugualgliare il divisore, e se ciò succedesse, bisognerebbe aggiungere un'unità al numero del quoziente; e se ancora ciò non succedesse, dovrebbesi aumentarlo d'un'altra unità, e questo finchè fatta la sottrazione ne resti un numero minore del divisore. Ho posto quì sotto un altro esempio per maggiormente render chiare le suddette regole.

QUESITO III.

Essendosi da fare uno scavamento per servigio di una Fortezza di 68542735, Pertiche Cube di terreno, il quale dee compartirsi in 3548 Guastadori.

Cercasi quante Pertiche se ne dovranno assegnare ad ogn'uno?

Pertiche Cube.

Guastadori 3548	68542735 Pertiche 19318

3548
33062
31932
11307
10644
6633
3548
30855
28384
2471
3548

$\frac{2471}{3548}$, che deonsi assegnare ad ogn'uno.

Quando poi nell'ultima sottrazione avanzasse qualche numero, sotto questo se gli fa una linea, e sotto di essa se gli pone il divisore, lo che fatto, come si vede nel detto esempio, ne viene di quoziente pertiche cube 19318 $\frac{2471}{3548}$ i quali ultimi numeri posti sotto, e sopra alla linea, mostrano una parte di una pertica cuba, che si chiama rotto frazione, come s'intenderà a suo luogo.

Il detto modo di dividere viene chiamato dagli Aritmetici: *Partire per Danda alla lunga*.

67

Tal modo di dividere per Danda alla lunga si abbrevia, facendo le sottrazioni nello stesso tempo, che si fa la moltiplicazione, come si vede nell' esempio posto qui a lato, che è lo stesso, che quello di sopra.

3548	68542735 19318	$\frac{2471}{3584}$

33062
11307
6633
30855
2471
3548

Fatta l' operazione nel detto modo, e veduto, che l' ultimo numero del quoziente è 1, si moltiplichi l' 1 col 3548, dicendo 1 via 8 fa 8, il quale per andare nel 4 superiore non si può, nel qual caso si considera il 4 superiore, come se fosse 14, dunque 8 per andare in 14, vi vuole 6, scrivasi il 6 sotto il 4, poi dicasi 1 via 4 fa 4, e 1 che si aggiunge del 14, che si è considerato essere il 4 fa 5, il quale levato dal 5 resta o, che si scrive dietro al 6, poi si dice 1 via 5 fa 5, per andare in 8 manca 3, scrivasi il 3, poi dicasi 1 via 3 fa 3, per andare in 6 vi vuole 3, il quale si scrive dietro gli altri numeri, e farà 3306, al

al quale se gli aggiunge, come sopra, la susseguente figura 2, e farà 33062, poi da questo numero si trovi il quozionte, che va appresso all' 1, come s' insegnò di sopra, che sarà 9, poi dicasi 8 del partitore via 9 fa 72; onde il 2 superiore si fa conto sia anche esso 72; dunque ne resterà zero, il quale si scrive sotto al 2, poi dicasi 4 via 9 fa 36, e perchè si disse addietro 72, si aggiunge il 7 di detto 72 al 36, che farà 43; onde il superiore 6 si considererà come un 46; dunque 43 di 46 resta 3, e si tiene a mente il 4, poi si dice 5 via 9, 45, che col 4 tenuto a mente fa 49, il quale levato dal zero superiore, consideraro, come 50 resta 1, tengasi a mente il 5, poi 3 via 9, 27, e 5, 32, il quale levato dal 33 superiore resta 1, il quale scritto dietro agli altri sarà 1130, al quale poi se gli aggiunge la susseguente figura 7, e poi si trova il suo quoziente, e si seguita avanti, come sopra; onde terminata l'operazione ne verrà il quoziente 19318 $\frac{2471}{3584}$ come si fece di sopra.

Deesi avvertire nel fare la sottrazione in questo modo a mente, che il numero superiore, dal quale deesi levare il prodotto, che si fa da qualsivoglia numero del quoziente coi numeri del divisore, deesi considerare per lo stesso numero, che quello del prodotto, allora quando il numero superiore è uguale, cioè se il prodotto è 8, e il numero superiore pure 8, si considererà tale e quale; è se poi il prodotto fosse verbigrazia 48, e di sopra vi sia pure l' 8 il detto 8, si dee considerare anch' esso come un 48: Se poi il numero superiore fosse minore, deesi considerare come che avesse avanti di se un altro numero un' unità maggiore del numero delle decine del prodotto, che si dee levare, come se il prodotto fosse 48, e il numero superiore fosse 2, deesi questo 2 considerare, come un 52. Se poi fosse maggiore, cioè fosse un 9, deesi considerara come 49, cioè accompagnato dallo stesso numero di decine, che tiene quello del prodotto, il quale vi si dee levare, come da se è manifesto nella operazione, che si è spiegata nel suddetto esempio; e questo modo di dividere chiamasi dagli Aritmetici dividere, *o partire per Danda alla costa*. 68

Può succedere ancora, che nel fare la divisione per Danda sì alla lunga, che alla corta, dopo fatta la sottrazione del prodotto di qualunque numero del quoziente nel divisore dal numerò superiore, vi rimanga tanto poco, che ancora dopo avervi aggiunta la susseguente figura del dividendo, ciò non ostante in tal numero non entri alcuna volta il divisore, in tal caso si dovrà operare, come si vede nei seguenti esempj; uno fatto per Danda alla lunga, e l'altro per Danda alla corta.

Nei

```
4653 | 116525088546  240
     | 25043002      ----
     ----------      4653
       9306
       ----
       23465
       23265
       -----
      0020008
        18612
        -----
       013968
        13959
        -----
       00009546
           9306
           ----
           0240
           ----
           4653
```

```
4653 | 116525088546  240
     | 25043002      ----
     ----------      4653
  23465
  020008
   013968
    0009546
       0240
       ----
       4653
```

Nei suddetti esempj il prodotto del secondo numero 5 del quoziente nel divisore 4653, levato dal numero superiore vi rimane 200, al quale aggiuntovi il susseguente zero del dividendo fa 2000, nel quale alcuna volta non può entrarvi il divisore 4653, in tal caso deesi scrivere dietro al detto numero 2000, l'altro numero susseguente del dividendo, cioè l'8, che farà 20008, poi si ponga un zero dietro ai numeri fin' all'ora fatti nel quoziente, poi si veda quante volte il divisore 4653, entra in detto numero 20008, che v'entra quattro volte; onde poi proseguirassi l'operazione secondo le regole insegnate di sopra.

Se poi in uno dei rimanenti dopo di avervi aggiunti due numeri del dividendo ancora non vi potesse entrare il divisore, in tal caso si seguirà aggiungendovi sempre un numero del dividendo, finchè il numero divenga tale, che il divisore vi possa capire, ed allora nel quoziente vi si pongano tanti zeri quanti sono i numeri del dividendo, che si sono aggiunti senza, che vi sia potuto entrare il divisore, come chiaramente si vede nei suddetti esempj, dove dopo di aver trovato nel quoziente il 3 resta 9, al quale aggiunto il susseguente numero del dividendo, cioè 5 fa 95, nel quale non vi può entrare il divisore 4653; onde si porrà un zero dietro gli altri numeri del quozien-

ziente; e dietro al 95 vi si aggiungerà l'altra susseguente figura del dividendo, cioè 4, che farà 954, nel quale ancora non vi può entrare il divisore 4653; onde si scriverà un altro zero dietro agli altri numeri del quoziente, e a questo numero 954 s'aggiunga l'altra susseguente figura del dividendo, cioè il 6, che farà 9546, nel quale v'entra il divisore due volte; onde poi si proseguirà l'operazione secondo gli ammaestramenti dati di sopra, e ne verrà il quoziente 25043002 $\frac{240}{4653}$; per maggior chiarezza si è posto quì sotto un altro esempio.

```
          | 98765432123456789 | 59259266
123456789 |         800000007 | ---------
          |-------------------  123456789
            00000000923456789
                     59259266
                    ---------
                    123456789
```

Se poi nel fare la divisione succedesse, che tanto nel divisore, quanto nel dividendo fossero alcuni zeri dalla parte destra, como si vede quì a lato, dove nel divisore vi sono due zeri, e nel dividendo tre, si levano ugualmente tanti zeri quanti si può, sì dal divisore, che dal dividendo; onde nel nostro caso resterà 3, nel divisore col quale si divideranno i numeri del dividendo a riserva dei zeri, che vi si sono levati, e quello ne viene che è 162550, sarà il quoziente ricercato: per maggior intelligenza della qual cosa quì sotto v'ho posto due altri esempj.

```
3 (00 | 487650 (00
        ----------
          162550
```

```
50 (00 | 68542 (00         368 (00 | 3754280 (00
       |  1370  42                 |   10201 312
  -------       --                 ---------  ---
   185          50                 00742      368
    354                             00680
     042                              312
     ---                              ---
     50                               368
```

E perchè negli esempj fatti di sopra nel quoziente, oltre il numero intiero v'è ancora una frazione, la quale, come si spiegherà a suo luogo, è una parte della unità; onde se si fossero intesi i dividendi dei detti due esempj di sopra, fossero uno verbigrazia tante lire, e l'altro tante libre da dividere per i suoi rispettivi divisori, come siegue, l'ultimo avanzo fatto, come si è insegnato di sopra in modo di fra-

frazione sarà parte di una linea nel primo esempio, e nell'altro parte di una libra; onde nel primo esempio può tal frazione valere alcuni soldi, e denari, e nel secondo alcune oncie, e ferlini; per conoscer la qual cosa deesi operare, come siegue.

```
              Lire.
50 (00 | 68542 (00
       | lir. 1370: 16: 9 30/50
         185
         354
         042
          20
    50 | 840
       | sol. 16
         340
          40
          12
    50 | 480
       | den. 9
          30
          --
          50
```

```
               Libre.
368 (00 | 3754180 (00
        | lib. 10201: 10: 2 288/368
          00742
          00680
            312
             12
    368 | 3744
        | on. 10
          0064
            16
    368 | 1024
        | fer. 2
           288
           ---
           368
```

Fatta la divisione nel modo detto di sopra, nel primo esempio dopo di avere trovato il quoziente lire 1370, ne avanza 42, come si vede in fondo, questo 42 si moltiplichi per 20, perchè dietro alle lire vanno i soldi, 20 de' quali fanno una lira, lo che fatto ne viene 840, il quale si divida per il divisore, cioè per 50, mentre gli altri zeri, che sono stati tagliati fuori, più non si computano, e ne viene 16, che sono soldi, e avanza 40; questo [illegible] si ponga nel quoziente dietro alle lire 1370 framezzari da due punti, come si vede, poi il suddetto avanzo 40 si moltiplichi per 12; perchè dietro alli soldi vanno i denari, 12 de' quali fanno un soldo, lo che fatto viene 480, il quale diviso come sopra per 50 ne vengono denari 9, e avanza 30, i quali 9 denari si pongono nel quoziente dietro ai soldi, e sarà lire 1370: 16: 9, poi sotto all'avanzo 30, se li pone il divisore 50 in forma di frazione, come dicemmo di sopra, la quale unita a tutto il quoziente sarà lire 1370: 16: 9 $\frac{30}{50}$, e questo $\frac{30}{50}$ è una parte di denaro, la quale come deesi intendere, e pronunciarsi s'insegnerà nella seconda parte. Di quì si vede, che la stessa regola si è osservata nell'altro esempio di libre, come si vede di sopra.

La

La maniera di ritrovare i ſoldi, e i denari, ovvero le oncie, e i ferlini, nei ſuddetti due eſempj dai pratici ſi eſeguiſce con maggior preſtezza, mentre eſſi ſogliono ſapere a mente la moltiplicazione d'ogni numero ſemplice, almeno per tutti gli altri numeri fino al 20; onde nel primo caſo per trovare li 16 denari, ſi ſarebbe detto il 5, in 84, entra 16 volte, e avanza 4, il zero in 40, v'entra pure 16 volte; onde in un ſol colpo avrebbero trovati li 16 ſoldi, ed ancora a mente avrebbero trovato il reſtante 40, e nello ſteſſo modo avrebbero fatto dei denari, come ſi vede in queſt'altro eſempio.

Quando poi il diviſore foſſe compoſto dell'unità, accompagnata con alcuni zeri, allora benchè nel dividendo non vi ſiano zeri, ſi levano, o tagliano, come ſi vede quì a lato, tante figure a mano deſtra del dividendo quanti ſono i zeri, che accompagnano l'unità del diviſore, e fatta una linea ſotto queſte figure, ſe li ponga tutto il diviſore intierro, lo che fatto i numeri, che reſteranno a ſiniſtra, con gli altri tagliati, e poſtovi ſotto il diviſore, che rappreſentano una frazione, ſaranno il ricercato quoziente, come ſi vede nei ſeguenti eſempj, in uno de'quali diviſo 4876532 per

```
         Lire.
376 | 394723                320
    | li. 1049. 15. 10. ───
    ─────────────────────  376
      1872
       3683
        299
         20
       ────
       5980
        340
         12
       ────
       4080
        320
        ───
        376
```

```
1(000|4876|532          1(000.) 3540(000
          ─────
          |1000
```

1000, ne viene di quoziente $4876\frac{532}{1000}$, e nell'altro diviſo 3540000

per 1000, ne viene il quoziente 3540, come ſi vede di ſopra, perciò ſecondo i documenti dati di ſopra, la ſuddetta frazione ſi potrà ridurre in parti minime, cioè in ſoldi, e denari, ſe il dividendo ſi è inteſo compoſto di lire, ovvero in oncie, e ferlini, ſe ſi è inteſo compoſto di libre, o di qualunque altra ſpecie, ſecondochè ſarà il dividendo, come ſi vede quì a lato, che ſi è inteſo, il dividendo eſſer compoſto di tante lire, lo che fatto ne viene per quoziente lire 4876: ſoldi 10: denari $7\frac{680}{1000}$, come ſi deſiderava.

```
          Lire.
1(000 |4876(532
              20
       ─────────
          10|640
            | 12
       ─────────
           7|680
            |────
            |1000
```

Se poi nel solo divisore fossero alcuni zeri, si levano questi, ed altrettanti numeri significativi, quanti sono i zeri levati dal divisore, si levino dal dividendo; onde nel qui sotto esempio, per essersi levati due zeri dal divisore, si sono levate le due prime figure dal dividendo, cioè 53, facciasi poi la divisione di questi due numeri, cioè del 36 nel 487, e ne verrà il quoziente 13, e avanza 19, dietro a questo 19, se le pongano i numeri levati dal dividendo, cioè 53, e ne verrà 1953, sotto del quale separato da una linea, secondo il solito se li ponga il divisore tutto intiero, cioè 3600; onde ne verrà tutto il quoziente 13, colla frazione $\frac{1953}{3600}$, come si vede quì sotto:

```
36(00 |487|53
      | 13  1953
      ---  ----
       127  3600
       1953
       ----
       3600
```

Se poi nel detto esempio si fossero intesi i numeri, tante lire, la frazione si ridurrebbe in soldi, e denari, come s' insegnò di sopra, lo che fatto, come si vede quì sotto ne viene lire 13, soldi 10 denari 10 $\frac{720}{3600}$, e così deesi fare degli altri.

```
          Lire.
36(00 |487|53          720
      | 13: 10: 10    ----
      ---             3600
       127
       1953
         20
       ----
     |390|60
   36| 10
     ----
      3060
        12
     ----
     |367|20
   36| 10
     ----
      720
     ----
      3600
```

Dovrebbesi quì passare al modo di partire, o dividere di diverse specie, ma perchè nel far ciò alcuna volta occorre di ridurre le partite di diverse specie in ispecie minime, perciò avanti di passar oltre, darò il modo di ridurre le partite di diverse specie a specie minime, come si vede nel seguente Capitolo.

CAPITOLO XII.

Del ridurre qualsivoglia quantità nelle sue minime specie.

69 SIA data una quantità, che sia verbigrazia lire 3876, da ridure alla sua minima specie, cioè in denari, ciò si farà operando nella maniera seguente, si moltiplichi le lire 3876, per 20, quantità de' soldi, che fanno una lira, e ne verranno 77520 soldi; onde se si fosse detto di ridurre le suddette lire in soldi, ciò sarebbesi fatto; ma perchè si vuol ridurle alla sua minima specie, si moltiplicheranno i soldi 77520, per 12, quantità de' denari, che fanno un soldo, e ne verranno denari 930240, che sono contenuti nelle date lire 3876, come si cercava, e come siegue.

Nel-

Nello stesso modo deesi operare nelle altre quantità composte di specie minime.

Se poi le dette lire 3876 fossero accompagnate da soldi, e denari, cioè fossero lire 3876, soldi 11, e denari 7, si ridurranno nella sua minima specie, come quì sotto.

Si moltiplichino le lire 3876, per 20 soldi, che compongono una lira, e al suo prodotto 77520, che sono le dette lire ridotte in soldi, se gli aggiungano 11 soldi seguenti; onde ne verranno soldi 77531, questi soldi si moltiplichino per 12, perchè 12 denari fanno un soldo, e ne verrà 930372, che sono i soldi 77531, ridotti in denari, a quali aggiunti li 7 denari ne vengono denari 930379, e tanti denari sono le lire 3876. Soldi 11, e denari 7, ridotti nella sua specie minima, cioè in denari, come si ricercava.

```
        Lire.
        3876
          20
Soldi  77520
          12
Denari 930240
```

```
Lire. Sol. Den.
3876: 11: 7
  20
 77520
    11
Sol. 77531
      12
  155062
  77531
  930372
       7
De. 930379
```

Per maggior istruzione del nostro Aritmetico, ho posti quì sotto alcuni esempj di partite di varie specie ridotte nelle loro parti minime, una delle quali è di lire soldi, cioè di lire 223, e soldi 8, che ridotta in sol. fa sol. 4468; l'altra è di lib. 3848, oncie 11, e ferlini 13, che ridotte in ferlini sono ferlini 739005; e l'altra è di scudi 7604 paoli 3, bajocchi 4, e denari 7, i quali ridotti in denari, sono denari 9125215, come si vede quì sotto.

```
Lire. Sol.
223: 8
 20
4460
   8
Sol. 4468
```

```
Libre. Oncie. Ferlini.
3848: 11: 13
  12
 7696
3848
46176
   11
Oncie 46187
   16
277122
46187
738992
   13
Ferlini 739005
```

```
Scudi. Paoli. Bajocchi. Den.
7604: 3: 4: 7
  10
76040
    3
Pa. 76043
   10
760430
     4
Baj. 760434
    12
1520868
760434
9125208
      7
De. 9125215
```

Nello stesso modo deesi fare delle altre quantità di diverse specie; servendosi quando occorre della Tavola posta nel Capitolo del sommare, per sapere quante delle parti minime vanno a fare le susseguenti per poter con esse fare la moltiplicazione, come si è veduto nei suddetti esempj, ne' quali si sono fatte le moltiplicazioni per 12, 16 ec. con due righe di numeri, o prodotti, lo che da' pratici si suol fare in un sol colpo, mentre sogliono per esser più spediti nell' operare a prendere a mente la moltiplicazione d'ogni numero semplice almeno per tutti gli altri numeri fino a 20, aggiungendo ancora a mente i numeri, che se gli deono aggiungere, come si vede nella seguente riduzione di libre, oncie, e ferlini; e ciò mi par sufficiente per poter da se senz' altri esempj ridurre qualsivoglia quantità a specie minima.

	Libre.	Oncie.	Ferlini.
	3742:	10:	11
	12		
Oncie	44914		
	16		
Ferlini	718635		

Per ridurre le lire, soldi, e denari in denari, si può adoperare ancora la seguente regola, che è molto breve, e facile.

Si moltiplichino i soldi per 12, aggiungendovi i denari, e si scriva la prima figura, e il rimanente si porti, poi si moltiplichino le lire per 24, aggiungengendovi quello, che si porta; mentre quello, che ne verrà, sarà la riduzione delle date lire, soldi, e denari in denari, come si vede qui sotto in alcuni esempj.

	24	12	
Lire	325214:	13:	5
Denari	78051521		

	24	12
Lire	235:	12
Denari	56544	

Se poi le lire non avessero con se, nè soldi, nè denari, allora si scrive per prima figura un zero, e le lire si moltiplicano per 24, che è lo stesso, che moltiplicare le lire per 240, mentre quello ne viene sarà la desiderata riduzione, come si vede quì sotto.

	24
Lire	32546
Denari	7811040

Ora che abbiamo insegnato il modo di ridurre le partite di diverse specie nelle sue minime specie, passeremo a mostrare nel seguente Capitolo, il modo di dividere le partite di diverse specie, mentre senza saper il modo di ridurle non poteasi proseguire avanti, come s' avvisò di sopra.

C A-

CAPITOLO XIII.

Del Partire di diverse specie.

QUando fosse dato da dividere un numero di diversa specie per un numero semplice, ciò si fa con facilità, mentre non occorre far alcuna riduzione, come si vede ne' seguenti esempj.

QUESITO I.

Sei persone interessate egualmente in un Negozio hanno venduti tutti i Capitali, de' quali hanno cavate lire 7648 soldi 11, e denari 7; Cercasi quanto vi toccherà per Persona?

Dalla essenza della divisione si conosce, che per sciogliere il detto quesito bisogna dividere tutte le lire del capitale per le sei persone, lo che si fa, come siegue:

	Lire.	Soldi	Den.
6	7648:	11:	7.
Lire	1274:	15:	$3\frac{1}{6}$

Disposti i numeri, come si vede qui a lato, si fa la divisione secondo il solito, dicendo, il 6 in 7, entra una volta, e avanza 1, si scrive l' 1 sotto il 7, e l'altro 1, che avanza fa col susseguente 6, 16, il 6 nel 16, entra 2 volte, e avanza 4, si scrivi il 2, e il 4, avanzato coll'altro 4, susseguente fa 44, nel quale entra il 6, 7 volte, e ne avanza 2, si scrivi il 7, e il 2 avanzato coll'8, susseguente fa 28, nel quale v'entra il 6, 4 volte, e avanza 4, dunque si scrive il 4, e perchè seguono i soldi, questo 4 avanzato si moltiplichi per 20, perchè 20 soldi fanno una lira, che fa 80, al quale se gli aggiungano gli 11 soldi, e ne viene 91, nel quale il 6 entra 15 volte, e avanza 1, il 15 si pone sotto i soldi, e l'1 avanzato si moltiplica per 12, perchè sieguono i denari 12, de' quali fanno un soldo, e farà 1 via 12, 12, al quale aggiunti li 7 denari fa 19, nel quale il 6 v'entra 3 volte, e avanza 1, questo 3 si pone sotto i denari, e l'avanzato sopra d'una linea, con sotto il divisore 6, lo che fatto ne verrà il quoziene lire 1274: 15: $3\frac{1}{6}$.

	Lire.	Soldi.	Den.
6	7548.	11.	7.
Lire	1258.	1:	$11\frac{1}{6}$

Quando poi, come si vede nell' esempio qui a lato, non avanzasse alcuna cosa dopo di avere divise le lire, allora si divideranno i susseguenti soldi, che sono 11, pel divisore, cioè per 6, il quale entra nell' 11 una volta, e avanza 5, l'1 si pone nel luogo de' soldi, e l'avanzo 5 si mol-

si moltiplica per 12, che fa 60, al quale aggiunti li 7 denari fa 67, nel quale v'entra il 6, 11 volte, e avanza 1; onde l'11 si pone nel luogo dei denari, e l'1 avanzato sopra d'una linea con sotto il divisore 6; onde ne verrà di quoziente lire 1258. 1. 11. $\frac{1}{6}$.

Se poi non solo nella fine della divisione delle lire, non avanzasse alcuna cosa, ma ancora non seguissero alcuni soldi, come si vede nell'esempio posto quì a lato, allora si dirà il 6, nel zero dei soldi non v'entra alcuna volta; dunque nel luogo dei soldi si scrive zero, poi il 6 nei 7 denari entra una volta, e avanza 1; onde si scriverà 1 nel luogo dei denari, e l'avanzato si pone secondo il solito col divisore di sotto, e ne verrà lire 1258, soldi 0 denari 1 $\frac{1}{6}$.

	Lire.	Soldi.	Den.	
6	7548.	0.	7	
Lire	1258.	0.	1	$\frac{1}{6}$

In quest'altro esempio arrivati ai soldi 2, si dice, come sopra il 6 in 2, non v'entra alcuna volta, e avanza lo stesso 2, dunque nel luogo dei soldi si scrivi il zero, e il 2, che avanza si moltiplica per 12, e vi s'aggiungano 12 denari ec., e fatta l'operazione secondo si è insegnato di sopra, ne verranno lire 1258 soldi 0. denari 4 $\frac{3}{6}$.

	Lire.	Soldi.	Den.	
6	7548.	2.	3	
Lire	1258.	0.	4	$\frac{3}{6}$

Se poi fosse da dividere per 6, lire 7548. 0. 5, come si vede quì a lato, arrivato, che si farà ai soldi, perchè non ve n'è alcuno, si dirà il 6 in 0, non v'entra alcuna volta, e avanza nulla; dunque nel luogo de' soldi si porrà zero, poi si dirà il 6, nei 5 denari non v'entra alcuna volta, e avanza lo stesso 5, dunque nel luogo dei denari si porrà zero, e sotto il 5 avanzato se li porrà il divisore 6, secondo il solito; onde ne verrà lire 1258. 0. 0. $\frac{5}{6}$.

	Lire.	Soldi.	Den.	
6	7548.	0.	5	
Lire	1258.	0.	0	$\frac{5}{6}$

Ho posti quì due altri esempj, uno di libre, oncie, e ferlini, l'altro di corbe, quarternoli, e quarticini, per maggiore instruzione del nostro Aritmetico, come siegue:

Li-

Libre.	Oncie.	Ferl.	Corbe.	Quart.	Quarti.
8 | 7654.	7.	11	7 | 6543.	15.	6
Libre 956.	9.	15 3/8	Cor. 934.	13.	5 3/7

Se poi il divisore non fosse numero semplice, ma fosse composto di più figure, in tal caso si dovrà operare, come si mostra nel seguente esempio.

QUESITO II.

Fu fatto un bottino da 387 Soldati, il quale venduto che l'ebbero ne cavarono lire 78484 soldi 7, e denari 5. Cercasi quante lire toccherà ad ogni Soldato?

Disposti i numeri secondo il solito si faccia la divisione per danda; onde ne viene secondo gl'insegnamenti posti qui a lato lire 202, ed avanza, come si vede 310, questo 310 si moltiplichi per 20, perchè deono seguire i soldi, e vi si aggiungano i 7 soldi, che farà 6207, ne' quali v'entra il 387, 16 volte, e avanza 15, si scrivi il 16, nel quoziente, e nel luogo dei soldi, e il 15, che avanza, si moltiplichi per 12, perchè seguono i denari aggiungendovi li 5 denari, che farà 185, ne' quali non v'entra alcuna volta il divisore 387, perciò nel quoziente, nel luogo dei denari si porrà un zero, e sotto il 185, si porrà il divisore; onde ne verrà il quoziente lire 202. 16. 0 $\frac{185}{387}$, porzione che toccherà ad ogni Soldato, come si cercava.

	Lire.	Sol.	De.
Soldati 387	78484.	7.	5 $\frac{185}{387}$
	Li. 202.	16.	0
	1084		
	310		
	20		
	6207		
	015		
	12		
	185		
	387		

QUESITO III.

Vi sono 483 Creditori, i quali deono avere da un Signore una gran somma di denari, Esso per ora gli vuol dare corbe 76540, quarteruoli 10, e quarticini 7 di grano, che si trova avere più del suo bisogno, acciocchè intanto si partiscano questo egualmente fra di loro. Cercasi quante corbe ne dovranno avere per uno?

Dal

Dal dato esempio resta abbastanza spiegata la di lui condotta; mentre è la stessa stessissima, che quella dello stesso esempio, solamente che in cambio di moltiplicare i residui per 20, e per 12, quì si moltiplicano per 16, e per 8, perchè si cercano i quarteruoli, e i quarticini; onde si vede, che vi toccherà per uno Corbe 158. quarteruoli 7, e quarticini $4\frac{35}{483}$, come si cercava.

```
        Corbe.  Quarter.  Quar.
        76540    10.      7. 35
483  | Co.158    7.       4 ---
                            483
        2824
        4090
         226
          16
        ----
        3626
         245
           8
        ----
        1967
         035
        ----
         483
```

E perchè nel fare i computi Aritmetici occorre alcuna volta di dover dividere delle quantità di diversa specie, per altre simili quantità di diversa specie, perciò quando occorrerà tal cosa deesi prima ridurre ogni cosa in specie minime, come si vede quì sotto per dividere lire 8428: 6: 3, per lire 42: 10: 4.

```
Lire. Sol. Denari.    |  Lire.  Sol.  Denari.
 42.   10.   4        |  8428.   6.    3.
 20                   |    20
 ---                  |  ------
 850                  |  168560
  12                  |      12
 -----                |  -------
 10204                |  2022795
                      |  Lire 198:  4:  8 5296/10204
                      |  -------
                      |  100239
                      |   84035
                      |    2403
                      |      20
                      |   -----
                      |   48060
                      |    7244
                      |      12
                      |   -----
                      |   86928
                      |    5296
                      |   -----
                      |   10204
```

Si pongono le partite da dividersi una dietro all' altra, come si vede, e queste poi si riducono in specie minima; cioè in denari nel mo-

modo, che s'insegnò nel Capitolo antecedente, lo che fatto da una parte ne verranno denari 10204, e dall'altra, denari 2022795, i quali posti uno dietro dell'altro, ad uso di divisione, deonsi poi insieme dividere, lo che fatto ne viene di quoziente lire 198: 4: 8 $\frac{5296}{10204}$ come si voleva.

Se poi una delle date quantità, sia il divisore, o sia il dividendo, non fosse composta di tante specie, o parti minime, quante lo è l'altra, ciò non ostante deesi ridurre sì il divisore, che il dividendo in quelle parti più minime, che entrano in un di loro.

Verbigrazia nel suddetto esempio, dove il divisore è composto di sole lire, e soldi, e il dividendo di lire, soldi, e denari, ciò non ostante deesi ridurre sì il divisore, che il dividendo in denari, che sono quelle parti più minime, che entrano in un di loro, come si vede, lo che fatto, e diviso, come s'insegnò di sopra, ne viene di quoziente lire 7, sol. 16, denari nessuno $\frac{864}{8688}$.

```
Lire. Sol.     |  Lire. Sol. Den.
 36:  4        |  282:  7    6
 20            |   20
 ---           |  ----
 724           |  5647
  12           |    12
 ---           |  -----
 8688          |  67770
               |  Lire 7: 16: 0  864/8688
               |  ------
               |  6954
               |    20
               |  ------
               |  139080
               |  0072
               |    12
               |  ----
               |   864
               |  8688
```

Se poi le cose da dividersi fossero di diverse specie; ma non simili, cioè il dividendo fosse verbigrazia di lire, soldi, e denari, e il divisore di libre, oncie, e ferlini, o altre specie non simili, in tal caso la divisione deesi fare, come siegue:

QUESITO IV.

Mersenno ha comprate libre 321, oncie 7, e ferlini 8 di seta, per lire 2983, soldi 10, e denari 6; Cercasi quanto costa ogni libra?

Questo ed altri simili quesiti di specie dissimili, veramente spettano alla regola del tre, la quale s'insegnerà nel secondo Tomo, ma perchè si possono sciorre ancora mediante la sola divisione, non ho voluto lasciare di darne gli esempj, per non mancare in alcuna cosa, che possi giovare al nostro Aritmetico.

Per sciorre il suddetto quesito chiaramente si vede, che altro non deesi fare che dividere le lire 2983. 10: 6, per le libre 321: 7: 8,

lo che si fa riducendo ogni cosa in specie minime, cioè le libre, oncie, e ferlini in ferlini, e le lire soldi, e denari in denari, lo che fatto, come si vede nel seguente esempio, ne viene dalla partita delle libre,

Libre. Onc. Fer.	Lire. Soldi. Den.
321: 7: 8.	2983: 10: 6
12	20
3859	59670
16	12
Ferl. 61752	Denari 716046
20	12
1235040	8592552
12	16
14820480	137480832
	Lire 9: 5: 6 $\frac{5011200}{14820480}$
	4096512
	20
	81930240
	7827840
	12
	93934080
	5011200
	14820480

ferlini 61752, e dalle lire, denari 716046, devonsi poi moltiplicare i ferlini 61752, per 20, e per 12, cioè per quei numeri, i quali si sono adoprati a ridurre l'altra partita, cioè le lire, soldi, e denari in denari, che farà 14820480, e lo stesso deesi fare dei denari 716046, moltiplicandoli per 12, e per 16, cioè per quei numeri, i quali si sono adoperati a ridurre l'altra partita, cioè le libre, oncie, e ferlini in ferlini, che farà 137520832; onde divisi poi questi due numeri, uno per l'altro, come si vede di sopra, ne viene nel quoziente lire 9: 5: $6\frac{5011200}{14820480}$, valore d'ogni libra di seta, come si cercava.

Quando occorrano da dividere quantità di specie minime, e dissimili, come nel suddetto esempio, dove si vede, che dopo la riduzione delle libre, oncie, e ferlini in ferlini, e delle lire, soldi, e den. in den., secondo la regola da noi insegnata deonsi moltiplicare i ferlini per 20, e per 12, e i denari per 12, e per 16, in tal caso si può

può laſciar di fare la moltiplicazione per 12 sì da una parte, che dall' altra, mentre viene lo ſteſſo che nell' eſempio poſto di ſopra, come vedeſi quì ſotto, e benchè le frazioni non vengano eſpreſſe nell' uno, e nell'altro eſempio cogli ſteſſi numeri, ciò non importa, mentre ſono uguali, come s'intenderà nel Trattato de'rotti: Onde regola generale ſarà, che dopo aver ridotte le partite alle ſue minime ſpecie, e che poi debbonſi queſte ſecondo la regola data, moltiplicare per quei numeri, che hanno ſervito a fare le riduzioni da una parte, e dall' altra, laſciar quelli, che nel fare le riduzioni hanno ſervito da tutte e due le parti, e ſono uguali, come ſi vede nel 12, nel ſeguente eſempio, che è lo ſteſſo, che l' eſempio poſto di ſopra.

Libre.	Onc.	Ferl.	Lire.	Sol.	Den.
321:	7:	8	2983:	10:	6
12			20		
3859			59670		
16			12		
61752			716046		
20			16		
1235040			11456736		
			Lire 9: 5: 6	417600 / 1235040	
			341376		
			20		
			6827520		
			652320		
			12		
			7827840		
			417600		
			1235040		

La medeſima regola deeſi ſempre tenere nelle altre diviſioni di coſe diverſe, come ſi vede nei ſeguenti eſempj.

 Cor-

Cor. Quar. Quar.
219 8 5
16

3368
8

26949
20

538980
12

6467760

Lire. Sol. Den.
2219 15 4
20

44395
12

532744
16

8523904
8

68191232
Lire 10 10 10 $\frac{2462880}{6467760}$

3513632
20

70272640
5595040
12

67140480
2462880

6467760

CAPITOLO XIV.

Del Moltiplicare di diverse specie.

71 NEL fine del Capit. IX. della Moltiplicazione accennammo non potersi insegnar ivi, benchè suo luogo, la maniera di moltiplicare le quantità di specie diverse, a cagione di dover prima sapere la maniera di ridurre le quantità di diverse specie in specie minime, ed ancora il modo di fare la divisione; perciò questo luogo ho stimato il proprio da porvi, ed insegnare le

Lib. Onc.
24 4
12

292
20

5840

Lire. Sol. Den.
276 8 6
20

5528
12

66342
Lire 11 7 2 $\frac{2240}{5840}$

7942
2102
20

42040
1160
12

13920
2240

5840

le suddette cose, le quali per le suddette cagioni lasciammo.

Lo stesso metodo, che nella Moltiplicazione insegnammo per moltiplicare una quantità di diversa specie per un numero semplice, adoprasi ancora quando il moltiplicante fosse composto di più figure non variandosi in altro se non sè, che le moltiplicazioni, e le divisioni, che occorrono per fare detta operazione, non potendosi fare a mente a cagione di essere il moltiplicante composto di più figure, si fanno queste colla penna, come si vede nel seguente esempio.

QUESITO I.

Nella Zeca di Leiden vi sono 786 Verghe d'Oro, le quali costano l'una lire 483: 11: 6. Cercasi quanto costano tutte insieme?

Nel detto esempio fatta la moltiplicazione di 785 per i 6 denari, ne vengono denari 4710, i quali divisi per 12 quantità dei denari, che fanno un soldo, ne vengono soldi 392, e avanzano 6 denari; moltiplicati poi li soldi 11 per il detto 785, fa soldi 8633, i quali sommati coi soldi 392 di sopra lasciando i denari, ne verranno soldi 9027, i quali divisi per 20 quantità dei soldi, che fanno una lira, ne vengono lire 451, e avanzano 7 soldi: moltiplicato poi il 785, per le 483 lire, e fattane la somma colle lire 451 di sopra, lasciati i soldi, ne viene lire 379606, dietro alle quali se li deono aggiungere li 7 soldi, e i 6 denari restati nelle divisioni superiori; onde ne verrà in tutto lire 379606: 7: 6 valore delle date verghe, come si cercava.

```
Lire.  Sol.  Den.
483    11    6
            785
      12 | 4710
           392: 6
           8635
      20 | 9027
           451: 7
          2415
         3864
        3381
Lire  379606: 7: 6
```

Se poi fossero da moltiplicare insieme due partite, ogn'una delle quali fosse composta di parti minime, come sarebbero queste due partite di lire, soldi, e denari, una delle quali fosse verbigrazia lire 42: 10: 4, e l'altra lire 8428: 6: 3. Deonsi ridurre queste nelle sue specie minime, cioè in denari; onde ridotte in denari, da una parte ne vengono denari 10204, e dall'altra denari 2022795, i quali poi si moltiplicano insieme, come siegue, onde fattane la moltiplicazione ne verrà nel prodotto 20640600180.

Li-

Lire.	Sol.	Den.	Lire.	Sol.	Den.	
42	10	4	8428:	6	3	20
20			20			20
850			168566			400
12			12			12
Den. 10204			Den. 2022795			4800
			10204			12
						Divisore 57600

8091180
40455900
20227950

5760 (0 | 2064060018 (0
| Lire 358343: 15: 0 $\frac{4320}{5760}$

33606
48060
19800
25201
21618
4338
20
86760
0360
12
4320
5760

Per ridurre poi questo prodotto in lire deesi dividere per il prodotto fatto dalla vicendevole moltiplicazione, di 20 due volte, e di 12 due volte per essere le cose da moltiplicare lire, e soldi, de' quali 20 fanno una lira, e 12 fanno un soldo, come si vede di sopra, il qual prodotto è 57600, col quale fatta la divisione ne vengono lire 358343: 15: 0 $\frac{4320}{5760}$, prodotto delle lire 42: 10: 4, colle lire 8428: 6: 3, come si cercava.

Dunque la regola generale per fare il divisore sarà di moltiplicare insieme vicendevolmente tutti quei numeri, che hanno servito a ridurre le diverse specie da moltiplicarsi in specie minime, tante volte quante volte si sono presi sì da una parte, che dall'altra; onde nel sopradetto esempio, per fare il divisore, si prese due volte il 12, e due volte il 20, perchè appunto una volta fu preso il 12, nel ridurre le lire 42: 10: 4, e un' altra nel ridurre le lire 8428: 6: 3; e due volte il 20, perchè pure due volte si prese nel fare le suddette riduzioni.

Per

Per la qual cosa dunque quando le partite da moltiplicarsi fossero di natura diversa, come sarebbe una di libre, oncie, e ferlini, e l'altra di lire, soldi, e denari, per far tal divisore deonsi moltiplicare insieme i numeri 12, 16, 20, 12, e questo perchè nella riduzione delle libre, oncie, e ferlini, si è preso il 12, e il 16; e nella riduzione delle lire soldi, e denari, si è preso il 20, e il 12, come chiaramente si vede nel quì sotto esempio.

QUESITO II.

Cercasi quanto costano libre 32, oncie 7, e ferlini 11, di filo d'oro a ragione di lire 428: 12: 4 la libra?

Questo ed altri quesiti simili di specie dissimili spettano alla regola del tre, come dicemmo nell' insegnare dividere le quantità di specie dissimili, ma perchè sciolgonsi ancora mediante la moltiplicazione, ho voluto quì insegnarli a vantaggio del nostro Aritmetico, la condotta del quale senz'altra spiegazione s'intende dalla operazione posta quì sotto, e da quello si è detto di sopra.

```
                    Libre. Onc. Fer.          Lire. Sol.  Den.
                    32:    7:   11            428   12    4
  12                12                         20
  16                ---                       ----
 ---                399                       8572
 192                 16                         12
  20                ---                      ------
 ---                6267.                    102868
3840                                           6267
  12                                         ------
-----                                        720076
Divis. 46080                                617208
                                           205736
                                          617208
                                    -----------
                          46080   | 644673756
                                  | Lire 13990: 6: 3 37440/46080
                          ----------------------------
                                    183873
                                     456337
                                      416175
                                       014556
                                           20
                                       ------
                                       291120
                                        14640
                                           12
                                       ------
                                       175680
                                        37440
                                        -----
                                        46080
```

Per

Per maggior chiarezza, ho posti quì sotto due altri simili esempj. Deesi avvertire nella Moltiplicazione di quantità lineari composte di diverse specie per altre quantità lineari, o semplici, o di diverse specie; ovvero quantità quadrate di diverse specie, per altre quantità lineari, o quadre, semplici, o di diverse specie alle seguenti cose espresse nei quì sotto esempj.

Corb.	Quarter.	Quar.	Lire.	Sol.	Den.
28:	9:	5	221:	6:	8

16
457
8
3661

16
8
128
20
2560
12
Divisore 3072(o

20
4426
12
53120
3661
53120
318720
318720
159360
19447232 (o
Lir. 6330: 9: 7
10152
09363
01472
20
29440
1792
12
21504
0000

Lib.	Onc.	Lir.	Sol.	De.
45:	7	473	12	6

12
547

20
9472
12
113670
547
795690
454680
568350

20
12
240
12
Div.288(o

6217749 (o
L.21589 8: 1 144/288
457
1697
2574
2709
117
20
2340
036
12
432
144
288

QUESITO III.

Cercasi quanti piedi quadri sia una Salicata lunga piedi 8, oncie 5; e punti 3; larga piedi 4: 6: 4?

La soluzione del quì annesso quesito si è fatta all' uso solito, riducendo ogni cosa in punti; onde ne vengono da una parte punti 652, e dall' altra 1215, i quali insieme moltiplicati fanno punti 792180, che si dividono per 20736 divisore, che trovasi nel modo altre volte insegnato, e ne vengono piedi quadrati 38, e vi avanzano 4212 punti quadri; questi punti deonsi moltiplicare per 144, perchè 144 punti quadri fanno un' oncia quadra, e non per 12, come fanno alcuni pratici per non distinguere il quadrato, o superficiale dal lineare, e ciò fatto ne viene 606528, il quale diviso pel solito divisore 20736, da oncie quadre 29, e vi restano punti 5184, i quali deonsi moltiplicare per 144, perchè 144 punti quadri fanno un' oncia quadra, lo che fatto da 746496, che diviso per lo stesso divisore 20736 da' punti quadri 36, dunque la data Salicata è piedi quadri 38, oncie quadre 29, e punti quadri 36, come si ricercava.

```
Pie. Onc. Pun.        Pie. Onc. Pun.
4:   6.   4           8:   5:   3
12                    12
----                  ----
54                    101
12                    12
----                  ----
652                   1215
                      652
                      ----
                      2430
12                    6075
12                    7290
----                  ------
144                  | 792180
12                   | pie. 38: 29: 36
----                  ---------------
1728                  170100
12                    4212
----                  144
Divis. 20736          -----
                      16848
                      58968
                      ------
             20736 |  606528
                   |  onc. 29
                      ------
                      191808
                      5184
                      144
                      -----
                      20736
                      72576
                      ------
             20736 |  746496
                   |  pun. 36
                      ------
                      124416
                      00000
```

L' Avvertimento dunque è di moltiplicare quel numero di oncie, punti, od altra cosa quadrata, che va a fare un' unità delle antecedenti cose quadrate, mentre da alcuni non intendendosi; ciò vien fatto diversamente, come avvisammo di sopra, e lo stesso deesi fare delle misure cube, come si vede nel seguente esempio.

QUESITO IV.

Cercasi quanti piedi cubi sia un terreno da escavarsi, il quale è lungo piedi 12, on. 8, e punti 4, largo piedi 3: 6: 2, e alto piedi 2: 4: 5?

Perſciorre la ſuddetta, ed altre ſimili dimande, deonſi moltiplicare inſieme le date tre miſure, cioè lunghezza, larghezza, e altezza, mentre ciò fatto nel prodotto avremo la ſolidità, o quantità del terreno da eſcavarſi, come reſta chiaro nell'operazione predetta fatta quì ſotto.

Pie. On. Pun. Pi. On. Pun.
12: 8: 4 3: 6: 2
12: 12:
152 42
12 12
1828 506
1828
10968
91400
924968
Pje. 44:87:56

12
12
144
12
1728
12
Div. 20736

95528
12584
144
50336
176176
1812096
20736 Onc. 87
153216
8064
144
32256
112896
1161216
20736 Pun. 56
124416
00000

Pie. Qu. On. Pun. Pie. On. Pun. Lin.
44: 87: 56 2: 4: 5
144: 12
87 28
576 12
576 341
6423
144
25692
89922
56
924968
341
924968
3699872
2774904
315414088
Piedi 105:1091:520

144
144
576
2016
20736
12
248832
12
Div. 2985984

16815688
1885768
1728
15086144
3771536
13200376
1885768
3258607104
2985984 On. 1091
27262310
3884544
898560
1728
7188480
1797120
6289920
898560
1557711680
2985984 Pun. 520
5971968
0000000

Si

Si è moltiplicato, all'uso solito, prima i piedi 12: 8: 4, poi i piedi 3: *6*: 2, e ne è venuto piedi quadri 44: 87: 56; questi poi si sono moltiplicati co' piedi 2: 4: 5, e ne è venuto piedi cubi 105, onzie cube 1091, e punti cubi 520.

Dalla suddetta operazione si conosce, che si può molto abbreviare, mentre avendo moltiplicati i piedi 12: 8: 4 per i piedi 3: *6*: 2, e ridotti in punti fanno punti quadrati 924968, questi si moltiplicano con i piedi 2: 4: 5 ridotti in punti, che fanno punti cubi 315414088, i quali poi si dividono per 1728, per averne le oncie cube, mentre 1728 punti cubi fanno un'oncia cuba, come si vede nella Tavola posta nel Capitolo del sommare, e ne verranno oncie cube 182531, ed avanzeranno punti cubi 520: queste oncie cube si dividano per 1728, mentre tante ne vanno in un piede cubo, come pure si ravvisa dalla suddetta Tavola; onde ne verranno piedi cubi 105, oncie 1091, e punti 520, come sopra; e lo stesso ho insegnato nel mio Ingegnere Civile al Capitolo IV. della seconda Parte, e per maggior chiarezza ho di nuovo posta quì sotto tutta la suddetta operazione in tal modo abbreviata.

Pie. On. Pun.	Pie. On. Pun.		Pun. cubi.	Pie. Onc. Pun.
12: 8: 4	3: 6 2		924968:	2: 4: 5
12	12		341	12
152	42		924968	28
12	12		3699872	12
1828	506		2774904	341
	1828	1728	315414088	
			onc 182531	
	10968		14261	
	91400		4374	
punti cubi	924968		9180	
			5108	
			2248	
		punti cubi	520	

1728) 182531
piedi 105 oncie 1091 punti 520

9731
1091

Lo stesso deesi dunque sempre fare, quando occorrerà di moltiplicare qualunque quantità lineare, o quadra, servendosi secondo le occorrenze della Tavola posta nel Capitolo del sommare.

Oltre le suddette maniere di moltiplicare le quantità di diverse specie, ve ne sono ancora altre due, la prima delle quali è quella espressa quì addietro di lib. 12, onc. 4, e ferlini 5 con lire 312, soldi 10, e denari 6, nella quale si riducono le libre 12: 4: 5 nelle

ſue parti minime, cioè in tanti ferlini, che ſono 23731, quali ſi pongono ſotto le lire 32: 10: 6, e poi con eſſe ſi moltiplicano nel modo ſteſſo, che s'inſegnò nella ſoluzione del primo queſito di queſto Capitolo; onde ne viene 741621: 16: 6, il qual numero ſi divide per la quantità dei ferlini, che compongono una libra, che ſono 192, mentre una libra è oncie 12, ed ogni oncia 16 ferlini, che appunto fanno 192 ferlini, come ſi vede quì ſotto; onde il quoziente ſarà lire 3862: 12: $3\frac{54}{192}$, prodotto dalla ricercata moltiplicazione.

L'altra maniera eſpreſſa quì appreſſo, ſi fa col porre le coſe da moltiplicarſi una ſotto dell'altra, per eſempio lire 428: 12: 4 per libre 32, oncie 7, e ferlini 12. Si moltiplichino i ferlini 12 per le lire 428: 12: 4, che fanno 5143: 8: 0, le quali ſi dividano per 16, perchè ſi ſono moltiplicati i ferlini, de' quali 16 ne vanno all'oncia, e ne viene 321: 9: 3, poi ſi moltiplicano le oncie 7 per le ſuddette lire 428: 12: 4, che ne viene 3000: 6: 4, il

il qual numero sommato coll' altro di sopra, cioè con 321: 9: 3 fa 3321: 15: 7; questo poi si divida per 12, perchè si sono moltiplicate le oncie 12, delle quali fanno una libra, e ne vengono lire 276: 16: $3\frac{7}{12}$; poi si moltiplicano le libre 32 per le lire 428: 12: 4, ed ogni cosa si sommi insieme, come si vede, che ne vengono lire 13992: 10: $11\frac{7}{12}$ prodotto delle libre 32: 7: 12 per le lire 428: 12: 4, come si voleva.

	Lire.	Sol.	Den.
	428:	12:	4
Lib.	32	7:	12
16	5143:	8:	0
	321:	9:	3
	3000:	6:	4
12	3321:	15	7
	276:	16:	$3\frac{7}{12}$
	875:	14:	8
	1284		
Lire	13992:	10:	$11\frac{7}{12}$

Queste due ultime maniere di moltiplicare le quantità di diverse specie possono ancora servire nelle moltiplicazioni delle quantità lineari, e superficiali, mentre se si volesse colle dette maniere sciorre il quesito posto quì, ciò sarebbe, come appare quì sotto.

pie. onc. pun. pie. onc. pun.
4: 6: 4 8: 5: 3:

12 | 632
54 | 12 | 1956
12 | 163
652 | 3260
12 | 3423
285: 3
12 5216
12
5501: 3
Divisore 144 | 38: 25 $\frac{1}{4}$
1181
029
12
351
63
12
756
36
36) 144
$\frac{1}{4}$

	piedi.	onc.	pun.
	4:	6:	4
	8:	5	3
12	13:	7:	0
	1:	1:	7
	22:	7:	8
32	23:	9:	$3\frac{1}{4}$
	1:	11:	9
	36:	2:	8
	38:	2:	$5\frac{1}{4}$
Fa	38:	29:	36

Nei

Nei suddetti due modi si vede, che in ogni uno vi viene 38: 2: 5 $\frac{1}{4}$, benchè questo numero $\frac{1}{4}$ non venghi a tutta prima nel primo esempio, però dee venir tale, come s' intenderà nella seconda parte al Capitolo IV. del Schisare. Si lasci il 38, come sta, e si moltiplichi il 2 per 12, che fa 24, al quale aggiunto il susseguente 5 fa 29, che deesi scrivere dietro il 38; poi si moltiplichi il denominatore 1 del rotto $\frac{1}{4}$ per 144, che fà 144, e questo 144 si divida pel denominatore 4, che darà 36 da porre dietro agli altri; onde ne verrà piedi 38: 29: 36: e nello stesso modo deesi operare per qualsivoglia altra quantità con pigliare quei numeri, che li sono convenevoli, come da se è chiaro.

Vi sono altri modi brevi e facili per moltiplicare le quantità di specie simili, e dissimili, i quali dagli Aritmetici vengono chiamati *conti in pratica*, e questi da noi saranno spiegati nel secondo Tomo, come si potrà ravvisare nel proseguimento dell' opera.

CAPITOLO XV.

Delle varie maniere di partire, o dividere.

Del dividere mediante la Tavola Pittagorica.

72 SE il numero da dividere consta di due figure, come se per esempio fosse 62, e il divisore di una sola figura, come 8, si cerchi nel lato AC della Tavola Pittagorica, posta nel Capitolo della Moltiplicazione, il divisore 8, e nella riga de' numeri, che li corrisponde, cerchisi il dividendo 62, ovvero se non vi è il suo prossimo minore 56, dal qual numero 56 ascendendo per linea retta al lato AB, si troverà il ricercato quoziente essere 7, e perchè dal 56 per andare nel 62 vi manca 6, si scrivi il 6 col divisore 8 di sotto; onde ne verrà il quoziente 7 colla frazione $\frac{6}{8}$.

Se poi il divisore, e il dividendo fossero composti di più figure, come per esempio il divisore fosse 597, e il dividendo 459098, si operi come siegue.

Si

```
597 | 459098                  597 | 459098
    |    769  5                   |    769  5
——  |———————— ———                 |———————— ———
               597           ——            597
      4179                           4119
      ————                            5378
      4119                             005
      3582                            ————
     ——————                            597
       5378
       5373
      ——————
       0005
       ————
        597
```

X			
1	5	0	7
2	1/0	1/8	1/4
3	1/5	2/7	2/1
4	2/0	3/6	2/8
5	2/5	4/5	3/5
6	3/0	5/4	4/2
7	3/5	6/3	4/9
8	4/0	7/2	5/6
9	4/5	8/1	6/3
Z			

Si ponghino come si vede quì a lato, quelle lamine della Tavola Pittagorica, le quali nel suo supremo ordine componghino il divisore 597 nel modo stesso, che si insegnò nella Moltiplicazione. Ponghansi poi i numeri da dividersi uno dietro all'altro secondo il solito, e come si vede di sopra, determinasi poi il primo membro, cioè il luogo dove dee cadere il primo numero del quoziente sotto del dividendo nel modo, che s' insegnò nel partire per danda, il qual numero verrà sotto del zero; onde i detti numeri del dividendo compresovi il zero sono 459. Si osservi poi nelle lamine della Tavola Pittagorica già disposte nel suddetto modo, qual è quel nnmero della colonna XZ, che moltiplicato col 597, numero superiore faccia il detto numero 4590, e se non v'è come nel nostro caso si pigli il suo prossimamente minore, che sarà il 7, il quale si scrive per quoziente sotto del zero del dividendo, ed il prodotto di 7 in 597, mediante le dette lamine si vede essere 4179, come s'insegno nella moltiplicazione; questo numero 4179, si ponga sotto del 4590, e poi se ne faccia la sottrazione, che ne resterà 411, la qual sottrazione si può fare nel modo mostrato in detto esempio, o pure a mente per maggior brevità, cioè nel modo, che s'insegnò per fare la danda alla corta, come si vede di sopra in altro esempio, al quale poi secondo il solito vi s'aggiunga il susseguente numero del dividendo cioè 9, che farà 4119, con questo 4119, si faccia lo stesso, che si fece al primo numero 4590, e ne verrà 6 da porre nel quoziente dietro il 7, nel qual modo poi' deesi proseguire fino alla fine, come si vede nel suddetto esempio; onde ne verrà il quoziente $769\frac{5}{597}$.

Deesi

Deesi avvertire, che se qualunque membro, o numero, dal quale deesi cavare una figura del quoziente, fosse meno dello stesso divisore, allora nel quoziente si dovrà porre un zero, aggiungendo poi a tal membro la figura susseguente del dividendo, per averne un nuovo membro, o numero, insomma deesi fare nello stessissimo modo, che s'insegnò nel partire per danda. Se poi l'ultimo ordine delle lamine, cioè il prodotto del 9, nel numero superiore fosse maggiore del membro, o numero, dal quale deesi cavare una delle figure del quoziente, in tal caso si porrà nel quoziente il 9, come chiaramente intenderà quegli che avrà appreso il modo da noi descritto di moltiplicare mediante le lamine della Tavola Pittagorica.

Quanto questo modo di dividere sia breve, e facile, lascio dirlo a chi ne è esperto, perchè chi non ne ha pratica diversamente lo giudica, ed in tal modo facendo, con molta brevità si hanno le divisioni senza gran difficoltà di errare.

Modi di fare le Divisioni colla sola sottrazione mediante i logaritmi.

73 Avendo dunque alle mani le Tavole, o Canone Logaritmico avvisato nel Capitolo della Moltiplicazione, si può mediante esse venire alla divisione di due numeri nel seguente modo.

Sia verbigrazia dato da dividere il 243 per 9, si cerchi nel Canone logaritmico, i logaritmi spettanti ai dati due numeri nel modo che s'insegnò nel Capitolo della Moltiplicazione; onde il logaritmo del 243 sarà 23856063, e quello del 9 sarà o. 9542425 de'quali logaritmi quello del divisore cioè, o. 9542425, si leva da quello del dividendo, cioè da 2. 3856063, e ne resterà 1. 4313638, il quale trovato nella Tavola, e Canone dei logaritmi, nella sua corrispondente colonna dei numeri vi è il 27, e questo è il quoziente di 9 in 243, come si cercava.

Se poi fossero dati questi due numeri, verbigrazia 8996, da dividere per 346, trovato nei logaritmi, il logaritmo del dividendo, cioè di 8996, che è 3. 9540494, e levatovi il logaritmo del divisore che è 2. 5390761 ne resterà 1. 4149733, il quale cercato nei logaritmi si vede nella sua corrispondente colonna dei numeri esservi il 26, il quale mostra il ricercato quoziente.

Quando poi, o uno, o tutti e due i numeri da dividersi fossero maggiori di quelli posti nella Tavola, ovvero che dopo fatta la sottrazione di un logaritmo dall'altro, il rimanente non si trovasse nel canone logaritmico, in tal caso si dovrà ricorrere alle regole insegnate dagli Autori Trigonometrici da noi nella Moltiplicazione notati, mentre a me basta averne accennato il modo per

per non mancare in alcuna cosa al desiderio del curioso Aritmetico. Solamente avvertisco, che se la differenza dei logaritmi dei dati due numeri da dividersi non si trovasse precisamente nel Canone logaritmico, si prenderà il numero prossimamente minore, mentre nella sua corrispondente colonna dei numeri vi si troverà il quoziente mancante però di una frazione, cioè di una parte dell' unità, nè mai d'una unità intiera.

Del Partire all' uso Oltramontano.

La maggior marte degli Oltramontani usano di fare le divisioni nel modo che quì sotto s' insegna. 74

Sia dato da dividere il numero 37029, per 821, scrivasi il divisore 821, sotto del dividendo 37029, come si vede quì sotto in cinque distinte operazioni, e ciò perchè il nostro Aritmetico resti istrutto colla maggiore, e possibile facilità; deesi però avvertire nello scrivere il divisore sotto il dividendo di principiare a fini-

```
  1            2.           3.            4.             5
  8            18           418           418            8        84
37029|4      37029|4      37029|4      37029|45      4284|45     ---
 821 |        821 |        821 |        8211|       37029|       821
                                         82          8211
                                                      82
```

stra, ed in modo, che l' ultima figura corrispondi all' ultima, la penultima alla penultima, e così delle altre; ma se il numero posto sopra il divisore, cioè tanti numeri del dividendo quanti sono quelli del divisore facessero un numero minore dello stesso divisore, in tal caso bisogna porre il divisore una figura più avanti del dividendo, come nel suddetto esempio si vede nella figura prima il divisore 821, è il 3702, mentre sopra l' 8 è il 7, sopra il 2 il 0, e così degli altri. Ciò fatto osservasi quante volte il divisore entra nelle figure poste sopra di esso, lo che si fa col vedere quante volte l' ultima figura 8 del divisore entra nel numero scrittovi sopra, cioè nel 37, e così delle altre nel modo, che s' insegnò nel partire per danda; onde si vede entrarvi quattro volte, questo 4 si scrive da parte nel quoziente, come si vede; poi con questo 4 si moltiplichi tutto il divisore, e il prodotto si levi dal numero 3702 postovi sopra, e il residuo si va scrivendo sopra di esso, e di mano in mano si cassano tanto le figure del divisore quanto le poste sopra esso divisore, lo che si fa dicendo 1, primo numero del divisore via 4 numero del quoziente fa 4, che sottratto dal 2, cioè dal 12 secondo le regole della sottrazione insegnate nel partire per danda, resta 8, cancellasi poi, come si vede nella prima figura il 2 del dividendo, e l' 1 del divi-

fore, e l'8, che resta si scrivi sopra del 2, e si serbi l'1; poi 1 del divisore via 4 fa 8, al quale aggiuntovi l'1 serbato fa 9; il quale levato dal susseguente numero 0, cioè da 10 resta 1; si scrivi questo 1 sopra il 0, e si porti, o serbi una unità, e cancellasi il 0, del dividendo, e il 2 del divisore; come nella figura seconda; poi si dica 4 via 8 fa 32, che coll'1 serbato fa 33, il quale per andare nel rimanente numero 37 resta 4; scrivasi questo 4 sopra il 7 del 37, e si cancelli l'8 del divisore, e il 37 del dividendo, come nella figura terza; dunque ne resta il numero 418, che col 9 susseguente del dividendo fa 4189. Seguitasi ora ponendo il divisore una figura più avanti, come si vede nella figura 4. col porre l'ultima figura del divisore a man dritta sotto il 9, che seguita del dividendo, e le altre due figure del divisore, cioè 8, e 2 di sotto, come si vede in detta figura: poi si vedi quante volte il divisore 821 entra nel 4189, cioè nei numeri superiori, non cassati col susseguente del dividendo, lo che fatto nel modo suddetto v'entra 5 volte, il quale 5 si pone dietro il 4 del quoziente, poi si dice, come si vede nella figura quinta: 1 del divisore via 5, del quoziente fa 5, che per andare nel 9 del dividendo resta 4, il qual 4 si scrive sopra detto 9, ed esso 9 si cancella, come pure l'1 del divisore, poi il 2 del divisore via 5, del quoziente fa 10, che levato dall'8 superiore non cassato, cioè da 18 resta 8, il quale si scrive sopra esso 8, e l'8 di sotto si cancella, come ancora il 2 del divisore; onde si dee portare un'unità, poi si dice 5 via 8 del divisore fa 40, che coll'unità, la quale si porta fa 41, il quale levato dal 41 superiore resta nulla; dunque si cancella il 41, e l'8 del divisore, e il quoziente sarà 45, e vi restano i numeri non cassati 84 sotto de' quali si pone il suo divisore 821; onde tutto il quoziente sarà $48\frac{84}{821}$.

Nello stesso modo dovrebbesi fare se più numeri vi fossero nel dividendo avanzando sempre una figura avanti il divisore, come si fece di sopra; onde per maggior facilità quì sotto v'ho posto un altro esempio.

```
  75
  6097
  747798
  4563285   |  597 7578/7631
  763111
  7633
  76
```

Quando nel fare le divisioni nel detto modo succedesse, che il prodotto di qualunque numero del quoziente col divisore non si potesse levare dai numeri soprapposteli, in tal caso il numero del quoziente, che s'adopera allora col divisore a fare tal prodotto, si dee sminuire di una unità, e poi provare, che se ancora succedesse lo stesso che successe di sopra, dovrebbesi d'un'altra uni-

unità diminuirlo, e così fare fin tanto, che bisogna, cioè nel modo stesso che s'insegnò nel partire per danda. Se poi nel fare la sottrazione suddetta ne restasse un numero uguale al divisore, o maggiore di esso, allora deesi aumentare il numero del quoziente, che allora si adopera di una unità, e se questo non basta vi se ne aggiunge un'altra, lo che per essere lo stesso stessissimo, che quello si disse nel partire per danda, non ne diamo altro esempio.

Si può fare la stessa divisione con maggior brevità operando, come siegue.

```
 1 3 2
 9 8 2 5
4 6 2 0 1   25
---------   --
  1 2 4 8   37
    -----
    3 7
```

Sia nel detto esempio da dividere 46201 per 37, si tiri una linea sotto del detto numero, ed un'altra sotto essa in modo, che nel mezzo di queste due linee vi possa capire il quoziente, che in tal luogo si dee porre; e sotto a queste linee se li ponga il divisore 37, come si vede: Poi si osservi quante volte il 37 entra nel 46, dicendo, il 3 in 4 v'entra una volta, e avanza 1, che col susseguente *6* fa 16, dunque il 7 in 16 vi entra anch'esso una volta, dunque si porrà l'1 fra le linee sotto il *6*, poi si dice 1 via 7 del 37 fa 7, che levato da *6* del 46, cioè da 16 resta *9*, scrivasi il *9* sopra il *6*, ed esso *6* si cancelli, e portasi 1, poi dicasi 1 via 3 del detto 37 fa 3, che coll'1 da portarsi fa 4, il quale 4 per andare nel 4 del 46 resta nulla, dunque si cancelli il 4: poi osservasi quante volte il 37 entra nel 92, cioè nel *9* superiore accompagnato colla susseguente figura del dividendo che è 2, dicendo il 3 in *9* v'entra tre volte; ma il 7 in 2 non vi può entrare tre volte, dunque proveremo per 2, e diremo il 3 in *9* due volte; onde 2 via 3 fa *6*, che per andare in *9* avanza 3, il quale col 2 fa 32, il 7 in 32 v'entra due volte anch'esso; dunque si scrivi nel quoziente il 2 dietro l'1, e nella stessa maniera si prosegua l'operazione; nel qual modo senza andare mutando luogo al divisore nè cancellarlo si fa l'operazione, la quale, come chiaramente si vede, riuscirà più breve, che nell'altra maniera di sopra, per maggior chiarezza della qual cosa ho posto quì sotto un altro esempio.

```
    1 2
  1 5 2 1
1 2 1 4 7 0
4 7 5 6 3 2
-----------   210
    1 3 4 3   ---
    -------   354
  3 5 4
```

Del partire per Battello.

Colla suddetta maniera di dividere si può fare in modo, che terminata l'operazione i numeri, che la compongono, formino come un Batello colla sua Popa, e Prora: Deesi però avvertire, che non tutti i numeri da dividersi possono esser adattati a fare questa operazione, ma solamente quelli i quali hanno molti zeri continua-

 ti

ti nel mezzo del divisore, o del dividendo, come si vede nei seguenti esempj.

```
  1 3                           3 7 9
1 3 1 1                         4 4 2 7 |
9 7 6 4 0 0 0 0 0 0 0 6 1 8 8 7 0       | 57 1310000000613797 / 16900000000000089
1 6 9 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 8 9 9
  1 6 9 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 8
```

Nel suddetto esempio sopra i zeri, cioè nel luogo dove secondo quello che si disse di sopra, verrebbero altri zeri, non vi si pone nulla; onde fatta l'operazione resta formato un Battello colla sua Popa, e Prora; il quoziente della qual divisione è $57 \frac{1310000000013797}{16900000000000089}$

mentre avanzavi dopo il 57, il numero 1310000000013797, i quali numeri sono quelli, che restano non cancellati attorno ai triangoli di numeri, o vogliam dire attorno alla Popa, e Prora del Battello, e fondo di esso, come si vede nel suddetto esempio; onde questo avanzo si pone secondo il solito in forma di frazione col divisore di sotto, come tutto vedesi espresso nel suddetto esempio.

In quest' altro esempio posto quì sotto, benchè non vi sieno zeri fra Popa, e Prora, però non se li pongono altri numeri, perchè già vi vengono gli stessi, che quelli posti nel fondo del Battello; onde i numeri non cancellati, perchè sono minori del divisore fanno con esso divisore una frazione che col suo intero da per tutto il quoziente il numero $549 \frac{2134879876543210758857328}{2357000000000000000007723}$.

```
     2 1                                     8 5 7 3
   2 3 3 3                                 8 9 2 6 8 2
 1 1 7 6 4 4                             5 9 2 3 5 7 3 8
1 2 9 6 1 2 7 8 7 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 7 6 3 0 9 7 2 5 5
 2 3 5 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 7 7 2 3 3 3
   2 3 5 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 7 7 2 2
     2 3 5 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 7 7
```

Quoziente $549 \frac{2134879876543210758857328}{2357000000000000000007723}$

Del partire per Galea.

Il modo di partire per *Galea* è quasi lo stesso, che quello di sopra per Battello, non differendo in altro se non sè, che oltre la Popa, e Prora, vi viene ancora nel mezzo un altro triangolo di nu-

numeri, che fa figura di Antena, onde gli hanno dato nome di Galea per differenziarlo dal Battello. Tutti i numeri da dividersi, come nel Battello non sono atti a comporre tal figura, ma solamente quando i numeri del dividendo, e del divisore sono framezzati da' zeri continui posti nel divisore, o nel dividendo, come si vede quì sotto.

```
   1                 75              674
  132               6811            37636
 13117             574347          3465035
9764000000061887000000004098524  | 577
 16900000000000890000000000126777
  1690000000000089000000000001266
   169000000000008900000000000012
```

Nel suddetto esempio sopra i zeri, cioè nel luogo dove secondochè si disse di sopra verrebbero altri zeri, non vi si pone nulla, onde fatta l'operazione resta formara come una Galea, il quoziente della qual divisione è 577, e avanza 1270000005675170000003367465, i quali numeri sono quelli, che restano non cancellati attorno alli triangoli di numeri, o vogliam dire attorno alla Popa, Prora, Antena, e base o fondo della Galea, come si vede nel suddetto esempio, onde questo avanzo posto in forma di frazione col suo quoziente intero, da tutto il quoziente

$$577 \frac{12700000056751700000003367465}{16900000000000890000000001267}$$

In quest'altro esempio quì sotto, benchè non vi vengano zeri fra la Popa, Prora, e Antena della Galea, però non se li pongono i numeri per venirvi li stessi, che quelli posti nel fondo, e perchè i numeri, che restano cioè 13579876543210758850377324680246897527 5297 accompagnati coll'ultima figura del dividendo, che è 2, il numero che ne proviene è minore del divisore, perciò si porrà un zero nel quoziente, e ne resteranno i detti numeri, i quali formerano tutto il quoziente intero, come si vede quì sotto.

```
                            0
   211                    85737                    52
  23333                  8926827                  7649
 1176445                592357383                281517
12961127879876543210763097255024680246897534678 42
 23570000000000000000000077230000000000000000013333
  2357000000000000000000007723000000000000000000111
   23570000000000000000000077230000000000000000000
    2357000000000000000000007723000000000000000
```

$$\text{Quoziente } 54990 \frac{1357987654321075885037732468024689752 75297}{23570000000000000000000077230000009000000000013}$$

Si

Si può ancora partire per Battello, e per Galea, nel modo che dicemmo di sopra, cioè con porvi sotto una sol volta il divisore senza portarlo avanti nè cancellarlo, ponendo il quoziente fra due linee come si disse, e come mostrano i seguenti esempj, i quali da se soli sono bastanti per intenderli senza farne altra spiegazione.

Battello.

```
   215                        8573
  2333                       892682
 117644                     59235738
1296127879876543210763097255
-----------------------------2134879876543210758857328
                Quoziente 549-------------------------
-----------------------------2357000000000000000007723
  2357000000000000000007723
```

Galea.

```
   1            75            674
  232          6811          37636
 23117        574347        3465035
976400000006188700000004098524
------------------------------12700000056751700000003367465
                 Quoziente 577-----------------------------
------------------------------1690000000000890000000001267
 1690000000000890000000001267
```

Dalle cose suddette si conosce come si potrebbero trovare certi numeri da dividersi in modo tale, che l'operazione venisse a formare più triangoli di numeri, uno dietro l'altro, o l'uno dall'altro poco distanti, la quale operazione si potrebbe chiamare *dividere per sega o merlatura* dalla similitudine che avrebbe a dette cose, come può da se provare il nostro Aritmetico, senza che noi ne diamo alcun esempio, per non esser di alcun utile, come pure lo sono i due suddetti modi di partire per Battello, e per Galea, i quali tutti servono per mera curiosità.

Del partire per Ripiego.

Il Partire per ripiego si fa nello stesso modo, che s'insegnò 77 per moltiplicare per ripiego, a riserva, che i numeri, i quali si cavano da uno dei numeri da moltiplicarsi, si moltiplicano nell'altro numero per averne il prodotto, e nel partire con tai numeri, si divide l'altro numero, o dividendo come siegue.

Sia

Sia verbigrazia da dividere il numero 8262 per 48, perchè il 48 è composto dalla moltiplicazione di 6 via 8, si divide il numero 8262 per 6, che ne viene 1377, e questo poi per 8, che da $172\frac{1}{8}$ quoziente, che viene dividendo 8262 per 48 come si voleva.

48 | 8262

6 | 8262
8 | 1377
$172\frac{1}{8}$

Questa regola si può eseguire in tutti quei numeri, ne' quali si possono ritrovare altri numeri minori, la di cui vicendevole moltiplicazione formi il divisore, come si vede negli esempj posti quì sotto. Che se poi tali numeri non si potessero avere, in tal caso deesi partire per danda.

72 | 65448

9 | 65448
4 | 7272
2 | 1818
909

Ovvero

9 | 65448
8 | 7272
909

125 | 76325

5 | 76325
5 | 15265
5 | 3053
$610\frac{3}{5}$

168 | 765352

8 | 765352
7 | 95669
3 | 13667
$4555\frac{2}{3}$

Lo stesso si può eseguire, quando anche il dividendo fosse composto di specie minime, ma non già il divisore, e che esso divisore sia numero ripiegabile, come senz'altra spiegazione si vede nei qui sotto esempj.

Lire. Sold. Den.

56 | 4876 : 10 : 8

8 | 4876 : 10 : 8
7 | 609 : 11 : 4
87 : 1 : 7 $\frac{5}{7}$

Libr. Onc. Fer.

72 | 1281 : 10 : 8

8 | 1281 : 10 : 8
9 | 160 : 2 : 13
17 : 9 : 10 $\frac{5}{9}$

Circa la divisione, e la moltiplicazione unita v'è da osservare, che se saranno dati due numeri da moltiplicare insieme, come per esempio per 682 per 216, e il suo prodotto dividerlo per 84, in tal caso si può abbreviare l'operazione col moltiplicare, verbi grazia 682, per una parte aliquota del moltiplicatore 216, come per la sua terza parte, quarta &c. e ora si è presa la duodecima, che è 18, la quale da 12276 per prodotto, e poi dividere questo prodotto per la parte terza, quarta, e quinta ec. secondo che fu la parte, che si prese del moltiplicatore, che essendosi presa la duodecima, si prenderà la duodecima parte dell' 84, che è 7, e ne viene il quoziente $1753\frac{5}{7}$ nello stesso modo, che si fossero presi tutti i dati numeri intieri, come si vede quì sotto l'ope-

l'operazione distesa del suddetto esempio, nel qual modo deesi intendere di qualsivoglia altri numeri, quando ciò si possa fare, e torni comodo.

682
216, sua duodecima 18

4092
682
1364

84 | 147312 $\frac{5}{7}$
1753 $\frac{5}{7}$

633
451
312
60

12 | 84
$\frac{5}{7}$

682
18

7 | 12276
1753 $\frac{5}{7}$

Modo di abbreviare la divisione.

78 Per dividere un gran numero per un più piccolo, come 1492862 per 432, bisogna porre secondo il metodo comune il divisore 432, a sinistra del dividendo, e per non impiegare, che la sommazione, e la sottrazione, fate una tavoletta del divisore 432, ponendolo rimpetto all'unità, sotto del quale porrete il suo doppio, e rimpetto ad esso il 2, poi il suo triplo, e rimpetto ad esso il 3, e così farete fino al 9, come si vede quì sotto.

432	1
864	2
1296	3
1728	4
2160	5
2592	6
3024	7
3456	8
3898	9

432 | 1492992
3456

1296

1969
1728

2419
2160

2592
2592

0000

Ciò essendosi fatto, per sapere quante volte il divisore 432 è contenuto nel 1492, cercate questo numero nella Tavoletta, ovvero quello che ne è meno, e che è vicino al più che è 1296, che è rimpetto al 3; onde fa vedere che il 3 deve essere la prima figura del quoziente, levate questo numero 1296 dal 1492, e resterà 196, a questo resto aggiungasi a destra il 9, che seguita il 1492, e ne viene 1969, il quale cercherete nella Tavoletta, ovvero il più prossimo minore che è 1728 posto contro il 4, dunque porrete il 4 per la seconda figura del quoziente, poi levate questo 1728 dalli 1969, e resterà 241, al quale aggiungerete a destra il 9 che siegue, e ne viene 2419, il qual numero cercherete nella Tavoletta, ovvero il suo prossimo minore che è 2160, e il 5 che gli è rimpetto, sarà la terza figura del quoziente: così si continuerà a fare le medesime operazioni, finchè la divisione sia terminata, come si vede di sopra.

La

La suddetta maniera è comodissima, quando si hanno molti numeri grandi da dividere per un medesimo numero, la qual cosa succede particolarmente agli Agrimensori, che hanno sovente dei grandi numeri da dividere per 144, allora quando vogliono ridurre le oncie quadrate in piedi quadrati, ovvero per 1728, quando vogliono ridurre delle oncie cube in piedi cubi.

Se poi fosse da dividere un numero qualunque, per qualsivoglia prodotto del 5, moltiplicato in se stesso, come per 25, che è il prodotto di 5 in 5: per 125, che è quello di 5 in 5, che fa 25, e di 5 in 25, che fa 125, ovvero di 625, che è il prodotto di quattro cinque, e così degli altri. Si moltiplica il dato numero per 2, se la divisione è del 5, per 4, se è per 25, per 8, se è 125, e così di seguito, cioè per tante volte il 2 moltiplicato in se stesso, quante volte è la moltiplicazione del 5, che dà il moltiplicante, mentre dal prodotto tagliate a destra tante figure quante sono le moltiplicazioni del 20, del 5 in se stesso, le figure che restano a sinistra saranno il quoziente, o con quelle che si sono tagliate si fa una frazione, il cui numeratore sieno le stesse figure tagliate, e il denominatore sia l'unità accompagnata con tanti zeri, quante sono le figure tagliate.

Per esempio per dividere 128, per 5 si taglierà il 6, che è a destra del 256 doppio di 128, e si avrà $25\frac{6}{10}$ quoziente ricercato. Per dividere il medesimo 128 per 25, si taglieranno le due figure 12 poste a destra del 512 quadruplo del 128, e si avrà $5\frac{12}{100}$, e così degli altri.

CAPITOLO XVI.

Prova del sommare, secondo l'uso comune.

E Perchè le suddette quattro operazioni insegnate di sopra, cioè sommare, sottrarre, moltiplicare, e partire, possono errarsi nel fare le loro operazioni, perciò quì insegneremo il modo di farne i loro riscontri, o prove per esser sicuri di aver operato a dovere; e dalle prove del sommare daremo principio. 79

Dunque perchè nel raccorre, o sommare insieme più numeri può facilmente succedere, che si commetta un qualche errore, oltre all' attenzione, che deesi usare nell' aggiungere un numero ad nn altro, nello scrivere l'avanzo, e nel portare, o aggiungere dalle antecedenti colonne, alle susseguenti, i numeri delle decine, cen-

tinaja, soldi, denari ec. formati, o raccolti nell' antecedente colonna; si può riscontrare, e riconoscere l' esattezza della somma già fatta con rifarla nuovamente; e se prima si erano sommati, o raccolti i numeri di qualsivoglia colonna ascendendo, raccorli nuovamente discendendo, lo che fatto se troverà lo stesso, che si fece alla prima, sarà segno, che la somma fu ben fatta.

Ordinariamente però s' esaminano le somme col risommare tutte le partite fuorchè la prima, sotto alla quale si tira una linea, come si vede nel qui sotto esempio, e poi quest' ultima somma si sottra, o leva dalla prima, mentre per l' avanzo, se la somma sta a dovere, dee restarvi la partita superioro, cioè quella, che si lasciò in questa seconda somma, come si vede qui sotto.

97063
8002
5041
110106
13043
97063

Lire.	Sol.	Den.
128:	7:	6
1825:	3:	6
2:	8:	9
423:	2:	8
2379:	2:	5
2250:	14:	11
128:	7:	6

In altro modo ancora poco dal suddetto differente sogliono fare la detta prova mediante pure la sottrazione, come si vede nel seguente esempio.

Fatta la somma dei numeri, che sia 1643404, da questa se li levi uno dei numeri, o righe sommate, verbigrazia la prima, come nel nostro caso la quale è 850598, che levata da tutta la suddetta somma vi resta 792806. Sommansi poi tutti i numeri, o righe di detta somma, fuorchè quella che si levò da tutta la somma, cioè lasciando il numero 850598, mentre se la somma, totale sarà stata fatta a dovere, doverà quest'ultima somma fare appunto 792806, numero che si trovò col levare dalla total somma la riga, o numero 850598; e lo stesso si può fare nelle somme di diverse specie, come siegue.

850598
6054
5907
780789
56
1643404
850598
792806

Li-

Lire.	Sol.	Den.
4876 :	12 :	4
354 :	8 :	6
4321 :	0 :	9
543 :	10 :	7
10095 :	12 :	2
4876 :	12 :	4
5218 :	19 :	10

CAPITOLO XVII.

Varie prove del sommare.

Essendochè, come si è veduto, varie sono le maniere con cui si può fare la somma, varj ancora sono i modi, co' quali si può esaminare, se le somme sieno ben fatte, perciò quì ne daremo varj.

Risconrro della somma, colla somma.

Fatta che sarà l'intera somma di tutte le partite, si risommino nuovamente, lasciando fuori una sola, o più d'una riga, se così piace, poi a questa somma se gli aggiunga la partita, o riga lasciata, ovvero che è lo stesso la somma delle righe lasciate, se più d'una se ne sono lasciate, mentre se quest' ultima somma riuscirà uguale alla prima, sarà segno, che la somma fu fatta a dovere, come per maggior chiarezza si vede quì sotto in varj esempj. 80

	97063
	8002
	5041
	110106
lasciata la prima riga, fa	13043
aggiuntavi la suddetta	97063
fa come sopra.	110106

	Lir.	Sold.	Den.
	128 :	7 :	6
	1825 :	3 :	6
	2 :	8 :	9
	423 :	2 :	8
	2379 :	2 :	5
lasciata la prima riga, fa	2250 :	14 :	11
aggiuntavi la suddetta	128 :	7 :	6
fa come sopra.	2379 :	2 :	5

	Libre.	Oncie.	Ferlini.
	3754 :	11 :	13
	356 :	9 :	7
	4863 :	0 :	2
	35 :	10 :	15
	9010 :	8 :	5
lasciate le due prime righe, fa	4898 :	11 :	1
aggiuntavi le suddette due righe {	3754 :	11 :	13
	356 :	9 :	7
fa come sopra.	9010 :	8 :	5

Dalli suddetti Esempj, si vede che è più facile lasciar fuori nel fare la prova una sol riga; per la qual cosa tal maniera è la più usata e comune.

Altro modo di riscontrare la somma, mediante la somma.

81 Si fa ancora la prova della somma, col lasciare non delle righe di numeri intiere, ma solamente qualche numero di esse righe, ed in diversi luoghi, purche sol uno se ne lasci per ogni riga, o colonna verticale, poi si sommino di nuovo tutti gli altri numeri, eccettuati quelli che si vogliono lasciare, i quali per maggior facilità si possono depennare, o segnare in altro modo; questa somma poi levisi dalla prima, cioè dalla totale, o principal somma, nel qual caso se l'operazione sarà fatta a dovere, il residuo dovrà esser composto per ordine, con quelli stessi numeri, o figure, che si lasciarono, e che sono segnate, o depennate. Se poi non si lasciasse in ogni colonna verticale alcuna figura, ma qualche colonna si risommasse tutta intiera, allora per segno della operazione ben fatta, dovranno restare come sopra, tutti i numeri che per ordine si sono lasciati, e sotto quelle colonne verticali, nelle quali non si lasciò alcun numero, ma risommaronsi tutte intiere, dovrà venirvi zero; e la stessa operazione si può fare ancora nelle quantità di diverse specie, come si vede quì sotto in varj esempj.

			Lir. Sold. Den.	Libr. Onc. Fer.
63548	5762	628432		
2753	485	486	487 : 10 : 6	3754 : 11 : 13
6285	3516	5300	65 : 8 : 4	254 : 10 : 15
254	248	9843	113 : 11 : 9	4763 : 9 : 11
83600	———	625	73 : 4 : 10	375 : 2 : 7
476	10011	46328	———	———
———	6923	———	739 : 15 : 5	9148 : 10 : 14
156916	———	688014	264 : 3 : 7	4944 : 10 : 3
93142	3088	662569	———	———
———		———	475 : 11 : 10	4204 : 0 : 11
63774		025445		———

Modo di esaminare la somma, mediante la moltiplicazione.

82 Si fa la prova della somma, mediante la moltiplicazione, col risommare la somma totale già fatta coi numeri, che già si sono sommati, mentre poi per farne il riscontro, deesi moltiplicare per 2, la prima somma, ed il prodotto dee venire uguale a quest'ultima somma, lo che essendo sarà segno che la somma fu ben fatta, come per maggior chiarezza ravvisasi nei seguenti esempj.

Mo-

	Lire. Sol. Den.
7543	487 : 10 : 4
986	35 : 11 : 10
2539	497 : 10 : 9
765320	6350 : 7 : 8
306	26 : 11 : 7
12	
48	
776754	7397 : 12 : 2
2	2
1553508	14795 : 4 : 4

Modo di esaminare la somma, mediante la divisione.

Se nei suddetti due esempj, dopo di avere sommata la prima somma, con i numeri che la producano, come si fece di sopra, quest'ultima somma si dividerà per 2, il quoziente dee tornare la prima somma, lo che succedendo sarà segno, che la somma fu ben fatta, come si vede quì sotto.

	Lire. Sol. Den.
7543	487 : 10 : 4
986	35 : 11 : 10
2539	497 : 10 : 9
765320	6350 : 7 : 8
306	26 : 11 : 7
12	
48	
776754	7397 : 12 : 2
2 | 1553508	2 | 14795 : 4 : 4
776754	7397 : 12 : 2

Modo di esaminare la somma, colle prove del 7, 9, ec.

Usasi ancora da alcuni di fare la prova, non solo nella somma, ma ancora nella sottrazione, moltiplicazione, e divisione, come si vedrà levando li 7, o il 9, o qualunque altro numero a piacimento, per lo che tali prove vengono denominate dal numero, che si adoprò per fare la prova; onde chiamasi prova del 7, quella che si serve del 7; prova del 9, quella che si serve del 9, e così delle altre; per intelligenza di che, si osservi il seguente esempio. 83

Si dividano tutti i numeri, che compongono le cose da sommarsi, verbi grazia per la prova del 7, per 7, cioè il primo numero 36, si divida per 7, a mente senza tener conto del quoziente, ma bensì del suo avanzo che è 4, il qual 4, si pone da parte come si vede, poi trovasi quello che resta a partire

354	4	
789	5	6
497	0	—
529	4	6
2169	13	

per

per 7, il susseguente numero 789, e ne resta 5, il quale si scrivi sotto del 4, e così si faccia agli altri numeri della somma, poi sommansi insieme tutti i detti numeri, che fanno 13, il qual numero per essere maggiore del 7, si dovrà dividere per 7, e tener conto dell'avanzo 6, il quale si pone da parte; poi vedesi quanto resta a dividere per 7, la somma 2169, che ne resta 6, il quale si pone sotto l'altro 6, interposti da una linea, nel qual caso concludono la somma essere ben fatta, quando tanto il numero posto sopra la linea, quanto quello postovi di sotto vengono uguali, come nel suddetto esempio, o pure non vi resta nulla, tanto di sopra, che di sotto, cioè così $\frac{0}{0}$, e nello stesso modo deesi procedere facendo la prova col 9, o con qualunque altro numero, benchè le più usate sono le suddette del 7, e del 9.

Le suddette prove del 7, e del 9, o di qualsivoglia altro numero, si posono fare ancora nelle quantità di diverse specie, dividendo come sopra, ogni riga per 7, 9, ec. notandone gli avanzi, e fare in somma lo stesso, che nelle quantità di numeri semplici si è fatto, e come si vede quì sotto in due somme esaminate colla prova del 7.

Lire.	Sol.	Den.		
674 :	12 :	6	. 0	
35 :	10 :	9	. 3	$\frac{5}{5}$
32 :	8 :	10	. 2	
742 :	12 :	1	5	

Libre.	Onc.	Fer.		
321 :	11 :	6	. 4	
47 :	9 :	5	. 3	
11 :	7 :	12	. 3	$\frac{3}{3}$
381 :	4 :	7	10	

Onde come di sopra dicemmo, riuscendo eguali i numeri posti sopra, e sotto la riga, concludono la somma esser ben fatta, ma tal conclusione non è sempre vera, come mostrano fra gli altri, il Padre Mario Bettini nella sua Apiaria, e i Padri Clavio, e Tacquet, nelle loro Aritmetiche, e più diffusamente il Cattaldi, e molti altri; onde per prova di ciò, quì sotto ho poste quattro somme mal fatte, due di numeri semplici, e due di specie diverse, e pure le prove del 7, e del 9, mostrano esser legittime, per la qual cosa le suddette prove, dagli Aritmetici non deggionsi usare, ma una delle altre da noi surrifferite.

Prova del 7

654	. 5	
286	. 6	3
345	. 2	—
216	. 6	3
2732	17	

Lire.	Sol.	Den.		
				5
674 :	12 :	6	. 0	—
35 :	10 :	9	. 3	5
32 :	8 :	10	. 2	
742 :	19 :	1	5	

Prova del 9

485	. 8	
364	. 4	6
983	. 2	—
253	. 1	6
2175	15	

Lib.	Onc.	Fer.		
				8
321 :	11 :	6	. 2	—
47 :	9 :	5	. 2	8
11 :	7 :	12	. 4	
390 :	4 :	7	8	

La prova del 9, è più facile da fare, che quella del 7, mentre senza fare la divisione, come deesi fare col 7, per una sua pro-

proprietà, fa vedere ſe in un numero entra eſſo 9, preciſamente, o no, baſta ſommare inſieme le figure, che lo compongono, laſciando però tutti i 9, ſe ve ne ſono, ed ancora ſi può laſciare per maggior brevità, tutti i 9, che derivano, o entrano in eſſa ſomma, come ſono 7: e 2, 6: e 3, 5: e 4, 8: e 1, ec. mentre quello che di tal ſomma reſta, ſarà lo ſteſso, che reſterebbe a partire il dato numero per 9. Però ſe del numero 2349, ſommeremo i numeri 2, 3, 4, laſciando il 9, come avviſammo di ſopra, e fanno 9, ed in queſto 9, perchè il 9, vi entra ſenza avanzo, ſi viene a conoſcere, che ancora a dividere il 2349, per 9, non reſta alcuna coſa; onde ne verrà zero, nel qual modo ſi può operare in ogni numero, ſia quanto ſi voglia grande.

Modo ſicuriſſimo di eſaminare qualſivoglia ſomma, il quale ſe v'è errore, moſtra ſubito in qual luogo ritrovaſi.

Un eſame, o prova, della ſomma, il quale è infallibile, e non ſoggiace ad alcuno errore, anzi apporta utile, mentre eſſendovi errore, fa conoſcere in qual colonna ſi ſia commeſſo, viene eſpoſto dal Padre Lana; nel ſuo Prodromo, inſegnatogli, dice egli, dal celebre Padre Paolo Caſati, il qual modo è qui appreſſo.

Per eſaminare la ſomma poſta qui appreſſo, deonſi ſommare i numeri, o colonna di numeri, poſta a ſiniſtra, cioè 2. 8. 4., la cui ſomma, 14: deeſi levare dalla ſomma, o numero 16, ed il 2, che reſta ſi pone ſotto il 6, di eſſo 16, il qual 2, deeſi intendere accoppiato, col ſuſſeguente zero, onde ſarà 20, dippoi ſommaſi l'altra colonna ſuſſeguente 9. 3. 7., che fa 19, il quale levato dal ſuddetto 20, reſta, 1, che ſi ſcrive ſotto il zero, onde queſt' 1, inteſo avanti il ſuſſeguente 8, come ſopra fa 18, poi ſommaſi l'ultima colonna 7. 5. 6., che fa 18, il quale levato dal 18, ſuddetto, non avanza nulla, lo che è ſegno che la ſomma fu ben fatta, laddove ſarebbe ſtata mal fatta, ſe avanzaſſe qualche coſa nell'ultimo.

297
835
476
1608
210

Ora per conoſcere, quando la ſomma è mal fatta, in qual colonna di numeri ſia l'errore, porremo qui appreſſo l'eſempio, nel quale v'è errore: mentre ſotto la terza colonna, v'è il numero 2, quando dovrebbe eſſere 1. Sommanſi dunque come ſopra, i numeri della colonna a ſiniſtra, che fanno 21, il quale levato da 23, reſta 2, che ſi ſcrive ſotto il 3, del 23, poi ſommaſi l'altra colonna, che fa pure 21, il quale levato dal 25, numero formato dal ſuſſeguente 5, e dal 2, avanzato, reſta 4, il quale ſi ſcrive ſotto il 5. Dappoi raccolti i numeri della terza colonna, e la loro ſomma 38, levata da 42, reſta 4, il quale ſi ſcrive ſotto il 2, ſommata poi l'altra colonna fa 33, il quale levato da 46, reſterebbe 13, onde rimanendovi un nume-

73824
50632
14895
82267
5239
4723
3582
235262
244

mero maggiore del 9, si arguisce nell'antecedente colonna, esservi errore, similmente si riconoscerebbe l'errore, se la somma raccolta fosse maggiore del numero sottoposto, come per esempio in vece del 2, fosse stato notato un zero, poichè resterebbe il numero 26, in luogo di 46, dal quale 26 non si potrebbe levare la somma 33, dei numeri della quarta colonna.

Io v'aggiungo come si può fare la stessa prova, ancora nelle somme delle quantità di diverse specie, mentre volendo riscontrare la somma posta quì sotto, di lire, soldi, e denari, deesi operare nel seguente modo.

Sommasi l'ultima colonna, che per esservi il solo numero 3, fa 3, il quale levato da 4, resta 1, sommata l'altra colonna fa 11, il quale levato da 13, resta 2, e la somma dell'altra colonna fa 25, il quale levato da 27, resta 2, sommata poi l'ultima colonna delle lire, fa 24, il quale levato da 25, resta 1; sommansi poi i soldi, che fanno soldi 31, i quali vagliono una lira, e 11: soldi, questi 11: soldi si levino dai 13, posti di sopra, e ne resteranno 2, da porre sotto detto 13, poi si sommano i denari; che fanno 31, i quali vagliono due soldi, e avanzano 7: denari, i quali levati dai denari superiori, cioè da 7: resta nulla, segno della bontà della somma; e nello stesso modo deesi intendere, ed operare nelle somme di altre e diverse specie.

Lire.	Sol.	Den.
3548	: 12	: 4
275	: 11	: 10
75	: 3	: 9
476	: 5	: 8
4375	: 13	: 7
1221	: 2	: 0

Si può ancora fatta qualunque somma, nel modo ordinario, insegnato alla prima, esaminarla se sia stata fatta a dovere, col rifarla in uno degli altri modi da noi descritti, mentre tornando li stessi numeri, e valore, sarà segno che la somma fu legittimamente fatta.

CAPITOLO XVIII.

Prova del Sottrarre, secondo l'uso comune.

84. VEdemmo di sopra, che nel fare la prova della somma, adoprasi comunemente la sottrazione, e viceversa nel fare la prova della sottrazione, adoprasi la somma, onde una serve per prova dell'altra. La prova dunque del sottrarre, si fa col sommare, o unire insieme il numero sottratto, col residuo trovato; poichè se la loro somma, o aggregato sia uguale al numero maggiore, o superiore, da cui dovevasi sottrarre il minore, sarà segno che la sottrazione fu ben fatta, come vedesi nel seguente esempio.

Dal

37586	
3593	
33993	
torna come sopra 37586	

Dal numero 37586, se gli è levato il numero 3593, e ne è restato 33993; per esaminare se la sottrazione fu ben fatta deesi sommare il residuo 33993; col numero, che si sottrò, cioè 3593, come si disse di sopra, mentre tal somma, se la sotrazione fu fatta a dovere, dee venire uguale al numero superiore 37586: e chiaramente da se si conosce, come lo stesso si può fare ancora nelle quantità di diverse specie, come si vede nel quì sotto esempio di lire, soldi, e denari.

CAPITOLO XIX.

Varie Prove del Sottrarre.

Lire.	Sold.	Den.
274	10	6
154	11	7
119	18	11
274	10	6

Provare la Sottrazione mediante la stessa Sottrazione.

SI può ancora esaminare la sottrazione colla stessa sottrazione, mentre se nel suddetto primo esempio, che di nuovo abbiamo posto quì sotto, si leverà il residuo 33993 dal numero maggiore, cioè da 37586, il rimanente 3593, posto abbasso dee essere uguale al numero che si sottrò, come viene nel nostro caso, per lo che dirassi l'operazione ben fatta; e lo stesso può applicarsi alle quantità di diverse specie, come si vede eseguito quì sotto nell' altro esempio superiore di lire, soldi, e denari, le quali cose per esser da se chiarissime si lascia di farne altre parole. 85

37586
3593
33993
3593

Lire.	Sol.	Den.
274	10	6
154	11	7
119	18	11
154	11	7

Modo di esaminare la sottrazione, mediante le prove del 7, 9 ec.

Benchè come avvisammo di sopra, le prove del 7, 9 ec. sieno fallaci, ciò non ostante non ho voluto mancar quì d'insegnarle, acciocchè alcuna cosa non resti da bramare al nostro Aritmetico; deesi però avvertire come queste prove si possono fare in tre modi, il primo de' quali è il seguente. 86

3546		
258	. 6	4
3288	. 5	4
	11	

Fatta la sottrazione, che si vede di sopra di 258 da 3546, che ne resta 3288, per fare la prova si partisca il numero 258, che si sottrò pel numero, col quale si vuol fare la prova, che ora prendiamo il 7, e ne resta 6,

che si nota, poi si faccia lo stesso al residuo 3288, e ne resta 5; questi due numeri si sommino insieme, e ne viene 11, il quale per essere maggiore di 7 se gli leverà lo stesso 7; onde ne resta 4, il quale si scrive da parte, poi il numero maggiore 3546 si divide all'uso solito per 7, ed il rimanente 4 si pone sotto l'altro 4, separato da una linea, nel qual caso per esservi venuto un numero uguale a quello di sopra, si conclude che l'operazione fu fatta a dovere. Se poi non avanzasse nulla verrebbe così $\frac{0}{0}$, come si disse nella prova del sommare.

Il secondo modo è di fare la detta prova col sottrarre l'avanzo del numero, che si sottrò dall'avanzo del numero, dal quale si è fatta la sottrazione, e quando ciò non si potesse fare, cioè quando l'avanzo del numero, dal quale si è fatta la sottrazione, fosse minore dell'avanzo del numero, che si sottrò, allora se gli agiunge sempre 7; quando si fa la prova del 7; che se si facesse quella del 9, se gli aggiongeria 9, cioè se li aggiunge quel numero, col quale si fa la prova, ed il restante se l'operazione è ben fatta dee essere uguale all'avanzo della differenza della sottrazione. Onde per fare la prova del 7, nel quì sotto esempio si troverà l'avanzo del numero 3658, dividendolo col 7, che è 4, e l'avanzo del 628, che è 5; poi si levi l'avanzo del numero sottratto, cioè 5 dall'avanzo del numero da cui si sottrò, che è 4, e perchè non si può s'aggiunga il 7 al 4, che farà 11, dal quale levato il 5 resta 6, poi si trovi l'avanzo della differenza 3030, che pure è 6, il quale si pone sotto l'altro 6, framezzato da una linea, e ciò sarà segno della bontà della sottrazione.

3658	. 4	
628	. $\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$
3030	.	

Il terzo modo si fa con levare l'avanzo della differenza della sottrazione dall'avanzo del numero, dal quale si è fatta la sottrazione, aggiongendoli 7, come di sopra si è detto, quando la sottrazione non si potesse fare, e si adoprasse la prova del 7, e si serbi il restante, poi si trovi l'avanzo del numero che si sottrò, il quale se l'operazione sarà ben fatta dovrà essere uguale al numero serbato. Come si vede nel suddetto esempio posto di nuovo quì sotto, nel quale si leva 6 avanzo del 3030, restante della sottrazione, da 4 avanzo del 3658 numero dal quale si fece la sottrazione, e perchè non si può ad esso 4 aggionto 7 fa 11, dal quale levato il 6 resta 5, il quale si scrivi da parte, poi si trovi l'avanzo del 628, numero che si sottrò, il quale è 5, uguale all'altro 5 scritto di sopra, il quale se gli scrive di sotto interposto da una linea all'uso solito, la quale ugguaglianza mostra la bontà dell'operazione.

3658	. 4	
628		$\frac{5}{5}$
	. 6	
3030	$\frac{\ }{5}$	

Nel-

Nello ſteſſo ſteſſiſſimo modo deeſi operare facendoſi le prove con altri numeri, fuorchè quella del 9, che ſi fa con maggior facilità, come moſtrammo nella parte del ſommare.

Le steſſe prove poſſonſi fare ancora nelle quantità di diverſe ſpecie, come è manifeſto da ſe ſenz' altro eſempio.

Per far vedere, come avviſammo nella ſomma, che le ſuddette prove del 7, 9 ec. ſono fallaci, ho poſto quì ſotto alcuni eſempj fatti in ciaſcheduno de' modi inſegnati di ſopra, alcuni colla prova del 7, altro con quella del 9, come ſi vede, co' quali ſi moſtra l'operazione eſſere legittima, quando ſono errate, perciò ancora quì non regono, come può da ſe oſſervare il noſtro Aritmetico ſenza far altra ſpiegazione.

Primo modo colla prova del 7	Secondo modo colla prova del 7	Terzo modo colla prova del 9
3546	3658 . 4	3658 . 4
258 . 6 4	628 . 5 6	628 — 7/7
3358 . 5 4	3730 6 6	3048 . 6
11		7

CAPITOLO XX.

Prova del Moltiplicare, ſecondo l'uſo comune.

La Prova della moltiplicazione ſi fa comunemente, mediante la diviſione, mentre ſe ſi dividerà il prodotto per uno dei numeri, che moltiplicanſi, cioè, o pel moltiplicato, o pel moltiplicante, nel quoziente dovrà venire, o l'uno, o l'altro dei numeri moltiplicati, cioè ſe ſi diviſe il prodotto, pel moltiplicato, il quoziente dovrà venire il moltiplicante; e ſe ſi diviſe lo ſteſſo prodotto, pel moltiplicante, il quoziente dee venire il moltiplicato, lo che preciſamente venendo, è certo ſegno della bontà della moltiplicazione, come ſi vede quì ſotto. 87

Il numero 354, moltiplicato per 8, da di prodotto 2832, per farne la prova, ſi divida queſto prodotto, come dicemmo di ſopra, o per 8, o per 354 numeri, che ſi ſono moltiplicati, mentre ſe divideremo per 8, il detto 2832, ne viene l'altro numero 354, e ſe lo ſteſſo 2832, ſi dividerà per 354, ne viene l'altro numero 8, come ſi vede di ſopra; lo che moſtra, che l'operazione fu ben fatta, come pure vedeſi in altro eſempio come ſiegue.

	Prova	ovvero
324	8 | 2832	354 | 2832
8	354	8
2832		0000

4856
324

19424
9712
14568

1573344

4856 | 1573344
324

11654
19424
0000

324 | 1573344
4856

2773
1814
1944
000

Lo steſſo deeſi fare nelle quantità di diverſe ſpecie, e di differenti ſpecie, come ſi vede quì ſotto in tre diverſi eſempj, li quali da ſe ſoli baſtano ſenz'altra ſpiegazione, per eſſere le steſſe operazioni inſegnate avanti.

Lir. Sol. Den.
165 : 10 : 4   8
8

1324 : 2 : 8

Lir. Sol. Den.
8 | 1324 : 2 : 8

165 : 10 : 4

Lir. Sol. Den.
165 : 10 : 4
20

3310
12

39724

Lire. Sol. Den.
1324 : 2 : 8
20

26482
12

317792
8

00000

Altro.

Lir. Sol. Den.
352 : 11 : 7
Lire 152

12 | 1064

88 : 8
1672

20 | 1760

88
704
5280

Lire 53592 : 0 : 8

Lire
152
20

3040
12

36480

Lir. Sol. Den.
53592 : 0 : 8
20

1071840
12

12862088
lire 352:11:7

191808
94088
21128
20

422560
21280
12

255360
00000

Lir. Sol. Den.
352 : 11 : 7
20

7051
12

84619

Lire. Sol. Den.
53592 : 0 : 8
20

1071840
12

12862088
lire 152

440018
169238
00000

Al-

Altro Esempio.

Lire. Sol.	Libre. Onc. Fer.	Lire Sol.	Lire. Sol.Den.	Lib.Onc.Fer.	Lire.Sol.Den.
12: 4	120: 4: 8	12: 4	1468: 11 : 6	120 : 4 : 8	1468:11: 6
20	12	20	20	12	20
244	1444	244	29371	1444	29371
	16	12	12	16	12
	23112	2928	352458	23112	352458
	244		lir. 120: 4 : 8	20	16
20	92448		5965	462240	5639328
12	92448		1098		lire 12 : 4
240	46224		12		1016628
16	5639328		13176		92448
div.3840	lire1468 : 11 : 6		1464		20
	17993		16		1848960
	26332		23424		000000
	32928		0000		
	2208				
	65856				
	20				
	44160				
	1920				
	12				
	23040				
	0000				

CAPITOLO XXI.

Varie prove del Moltiplicare.

Modo di esaminare le Moltiplicazioni, mediante la sottrazione, e la Moltiplicazione.

SI può fare la prova del Moltiplicare, parte mediante la sottrazione, 88 e parte mediante la Moltiplicazione nel modo seguente.

4287	4287	362
362	8	12
8574	34296	4344
25722	1551894	1551894
12861	4287 | 1517598	362 | 1547550
1551894	354	4275
	23149	0995
	17148	2715
	0000	1810
		000

Nella suddetta Moltiplicazione di 4287; per 362; ne viene di prodot-

to

to 1551894, da questo prodotto se gli levi più volte uno dei numeri moltiplicati, cioè il 4287, ovvero il 362, mediante il moltiplicarli per qualunque numero a piacimento però minore dell'altro, che non si moltiplica, come si vede di sopra, dove in un luogo si è moltiplicato il 4287 per 8, e nell'altro il 362 per 12, poi tai prodotti si levino da tutto il prodotto, cioè da 1551894, che nel primo caso resta 1517598, e nell' altro resta 1547550, se questi restanti si partiranno per lo stesso numero, che nel fare tal esame si moltiplicò pel numero preso a nostro piacimento, il quoziente dee essere tante volte minore dell'altro numero della moltiplicazione, quante unità contiene il numero, che si prese a piacimento, cioè nel primo caso sarà 354, giusto 8 unità meno di 362, altro numero della Moltiplicazione, e nell'altro modo sarà 4275, giusto 12 unità meno di 4287, altro numero della Moltiplicazione, come chiaramente si ravvisa nei suddetti esempj. Dal che si vede, che lo stesso potrebbesi eseguire ancora nelle quantità di diverse, e differenti specie.

Altro esame della Moltiplicazione.

Si può ancora esaminare la Moltiplicazione col fare più parti a nostro piacimento di uno dei numeri, che si moltiplicarono, e tutte queste parti moltiplicarle, poi separatamente per l'altro numero, mentre la somma di questi prodotti, se l'operazione stà a dovere, dee essere uguale a tutto il primo prodotto, come si vede nel seguente esempio.

```
  3684      234      234        3684     3684    3684   611544
   234     3600       84         166       54      14   198936
 -----   ------    -----      ------   ------  ------    51576
 14736   140400      936       22104    14736   14736   ------
11052    702        1872      22104    18420    3684    862056
7368     ------    -----      3684     ------  ------
------   842400    19656      ------   198936   51576
862056      842400            611544
             19656
            ------
            862056
```

Quì sopra si vede che moltiplicando 3684 per 234 fa 862056; se faremo due o più parti a nostro piacimento, e come ci torna più comodo d'uno dei numeri da moltiplicarsi, come si vede di sopra, ove in un luogo si è fatto del 3684, due parti una è 3600, l'altra 84, le quali moltiplicate per l'altro numero, cioè per 234, ne vengono i due prodotti 842400 19656, i quali sommati insieme fanno 862056, numero della prima Moltiplicazione, lo che mostra esser ben fatta. Nell'altro luogo abbiamo fatte più parti dell'altro numero, cioè del 234, una delle quali è 166 l'altra 54, e l'ultima 14, che appunto tutte e tre fanno 234, moltiplicate queste per l'altro numero 3684 danno i tre prodotti 611544 198936 51576, i quali sommati insieme fanno appunto 862056, come prima segno pure della bontà, della operazione; onde si vede, che lo stesso può eseguirsi non solo col fare due, o tre parti di uno

dei

dei numeri moltiplicati, ma quante se ne vogliono, mentre moltiplicate queste coll'altro numero, la somma dei prodotti dee uguagliare la prima moltiplicazione, se l'operazione è giusta. Lo stesso modo può eseguirsi ancora nelle quantità di specie diverse, e di specie dissimili, come da se è manifesto mediante quello che si è insegnato addietro.

Modo di esaminare le Moltiplicazioni, colle prove del 7, 9 ec.

89 Le prove del 7, 9 ec. nella Moltiplicazione corrono la stessa fortuna, che nella sommazione, e nella sottrazione, mentre ancor quì ponno mostrare l'operazione per giusta, quando veramente è errata, ma ciò non ostante per non mancare in alcuna cosa ch'io sappia, non vò lasciar d'insegnarla; il modo dunque di fare tai prove nella moltiplicazione, si eseguisce, come si fa vedere nel seguente esempio.

	prova del 7	prova del 9
1 3 7 9 6 8 2 2 1 2 3 3 1 3 1 5 2	4 | 6 5 | 6	2 | 3 6 | 3

Vedesi quì sopra, che a moltiplicare 137, per 96, fa 13152; si voglia provare se sta bene, verbi grazia colla prova del 7, si faccia una croce, come si vede lì appresso, poi dividasi il numero moltiplicato, cioè, il 137 per 7, lo che fatto vi avanza 4, questo 4: si scrive a sinistra, e nella parte superiore della croce, poi si divide per 7, il moltiplicante ciè il 96, che fatto vi resta 5, questo 5: pongasi sotto il 4, dalla stessa parte della croce, poi si moltiplicano insieme questi due numeri, cioè, 4, e 5, che fanno 20, il quale al solito diviso per 7, vi resta 6, il quale si pone nella croce, dall'altra parte superiore, poi si divide per 7, il prodotto, mentre se l'operazione fu fatta a dovere, dee avanzare 6, cioè, dee avanzare un numero uguale all'altro, posto sopra la croce, dalla parte destra, onde quest'ultimo 6, si pone nell'ultimo luogo della croce, in tal modo resterà esaminata la suddetta moltiplicazione, colla prova del 7, e lo stesso deesi fare colla prova del 9, la quale vi si è posta anch'essa come si vede di sopra, e lo stesso ancora può farsi con altri numeri. Le stesse prove si possono eseguire ancora nelle quantità di diverse specie, come si vede nell'esempio quì addietro.

Li-

Lire. Sol. Den.
126 . 10 . 5
126
12 | 630
52 : 6
1260
20 | 1312
65 : 12
756
252
126
Lire: 15941 : 12 : 6

Prova del 7

5	0
0	0

Prova del 9

7	0
0	0

Queste Prove oltre l'esser fallaci, come vedremo in appresso, non sono ancora generali nelle moltiplicazioni delle specie dissimili, ed ancora delle simili, e sono soggette a molte eccezioni, e mutazioni, perciò abbiamo stimati a bastanza questi esempj.

E per far vedere, e toccar con mano, la fallacia di queste prove, ancora nella moltiplicazione, ho posti qui sotto alcuni esempj, i quali colle suddette prove pajon legittimi, e pure vanno errati, come senz'altra spiegazione da se si conosce.

1 3 7
9 6
8 2 2
1 2 3 3
1 3 2 2 2

Prova del 7

4	6
5	6

1 3 7
9 6
8 2 2
1 2 3 3
1 3 2 4 2

Prova del 9

2	3
6	3

Lir. Sol. Den.
126: 10: 5
126
12 | 630
52 : 6
1260
20 | 1312
65:12
756
252
126
Lire 15941.19.6

Prova del 7

5	0
0	0

Lire. Sol. Den.
126: 10: 5
126
12 | 630
52 : 6
1260
20 | 1312
65:12
756
252
126
Lire 16031:12:6

Prova del 9

7	0
0	0

Potrebbesi ancora riscontrare le moltiplicazioni mediante una delle

delle altre differenti moltiplicazioni, insegnate avanti: l'uso però quì sicuro e comune, è di provare le moltiplicazioni, mediante la divisione come s'insegnò di sopra.

CAPITOLO XXII.

Prova del Partire, secondo l'uso comune.

LA prova del partire, si fa comunemente, mediante la moltiplicazione, cioè col moltiplicare il quoziente della divisione col divisore, lo che fatto, se l'operazione sta a dovere, dee riescirne un numero uguale al dividendo, come si vede nel seguente esempio.

Nel detto esempio si è diviso 654376, per 8, e ne è venuto il quoziente 81797; per farne la prova, si è moltiplicato il quoziente suddetto 81797, per lo stesso divisore 8; e ne viene di prodotto 654376, numero che si è diviso, lo che indica la bontà dell' operazione.

```
8 | 654376
  --------
     81797
         8
  --------
    654376
  --------
```

Quì sotto ho posti tre esempj, il primo di più numeri, il secondo di specie minime, e l'ultimo di specie minime, e dissimili, per far veder con essi al nostro Aritmetico il modo di fare tai prove, le quali per esser da se facilissime non occorrono altre parole.

```
                       Prova                                        Prova
                                    | Lire  Sol. Den.
256 | 387328        1513        326 | 655:  16:   2        lir. 5 : 1:7
    |   1513         256            | lire 5:  1:    7               326
    --------      ------        ----------------------          --------
    1313            9078          25                         12 | 2282
     332           7565           20                           --------
      768         3026            --                              190:2
      000         --------        516                              326
                  387328          190                           --------
                  --------         12                        20 | 516
                                  ----                          --------
                                  2282                            25:16
                                  000                            1630
                                                                --------
                                                        lire   1655. 16:2
                                                               ----------
```

```
cor.quarter.quartic. lir. sol. den.          Prova
28 : 9 : 5    6330: 9: 7           cor.quarter. quartic. lir. sol. den.
16            20                   28: 9 : 5   221: 6 : 8
457           126609               16          20
8             12                   457         4426
3661          1519315              8           12
20            16                   3661        53120
73220         24309040             16          3661
12            8                    8           53120
878640 | 194472320                 128         318720
       | lire 221: 6: 8            20          318720
         1874432                   2560        159360
         1171520                   12          19447232|0
         292880                    3072|0      lire 6330: 9 : 7
         20                                    10152
         5857600                               9363
         585760                                1472
         12                                    20
         7019120                               29440
         000000                                1792
                                               12
                                               21504
                                               0000
```

Nei suddetti esempj, fatta la divisione, non v'è avanzata alcuna cosa, che se avanzata vi fosse sarebbesi posta in forma di frazione, col divisore di sotto secondo gl'insegnamenti dati avanti, nel qual caso poi per farne la prova, moltiplicasi come abbiamo insegnato il divisore pel quoziente, aggiungendovi ciò che avanzò nella divisione, come si vede ne' seguenti esempj: lo che fatto dee tornarne il dividendo.

```
                      Prova         Lir.Sol.Den.         Prova
                      1513   326 | 1654:12 : 6   42     Lir.Sol.Den.
256 | 387436   108    256        | lir. 5: 1: 6  326    5: 1: 6
      1513     256    9078                                 326
1314                  7565         24                      1956
343                   3026         20               avanzo 42
876                   387328       492              12 | 1998
108            avanzo 108          166                     166 : 6
256                   387436       12                      326
                                   1998             30 | 492
                                   42                      24:12
                                   326                     1630
                                                    lire 1654:12:6
```

Ma

Ma perchè tal modo non serve, nelle quantità di diverse, e dissimili specie, allora quando avanza qualche frazione, perciò allora deesi fare la Moltiplicazione, nel modo che s'insegna nella seconda parte di questo Tomo, al Capitolo XV. mentre fin' allora non si può insegnare a cagione di doversi prima saper maneggiare le frazioni.

CAPITOLO XXIII.

Varie prove del Partire.

Prova della Divisione mediante la stessa Divisione.

91

SIA da dividere il numero 15648 per 48, il di cui quoziente è 326, per farne la prova mediante la Divisione si divida il numero che si divise, cioè il dividendo 15648, pel quoziente 326, mentre se la Divisione fu ben fatta, dee venirne nel quoziente il divisore 48, come si vede quì sotto.

		Prova	
48	15648	326	15648
	326		48
	124		2608
	288		000
	00		

La stessa prova può ancora eseguirsi nelle quantità di specie minime, ed ancora dissimili, purchè nella divisione non avanzi alcuna cosa, cioè che nell' ultimo non vi venga alcuna frazione, perchè venendovi qualche frazione, per farne poi la prova bisognerebbe saper maneggiare le frazioni, come si avvisò di sopra; perciò allora quando non vi vengono frazioni, si può operare la suddetta prova, come si vede quì sotto in varj esempj.

	Lire.	Sol.	Den.
785	379606:	7:	6
	lire 483:	11:	6

6560
2806
451
20
9027
392
12
4710
000

Prova L. sol. d.
483: 11: 6
20
9671
12
116058

Lire. Sol. Den.
379606: 7: 6
20
7592127
12
91105530
785
986493
580290
000000

Lire. Sol. Den.
212: 6: 4
20
4246
12
50956

Lire. Sol. Den.
8227695: 9: 4
20
164553909
12
1974646912
lire 38752
445966
383189
264971
101912
00000

	Prova Lire.	Sol.	Den.
38752	8227695:	9:	4
	lire 212:	6:	4

47729
89775
12271
20
245429
12917
12
155008
00000

 cor.

Prova

cor. quarte. quartic. lire. sol. den. lir. s. d. lir. sol. den.

cor.	quarte.	quartic.	lire.	sol.	den.
28:	9:	5	6330:	9:	7

```
 28:  9:  5        6330: 9: 7        221: 6: 8    6330: 9: 7
 16                  20                20           20
 ----                ------            ----         ------
 457               126609            4426         126609
   8                   12              12             12
 ----                ------            ----         ------
 3661              1519315           53120        | 1519315
   20                  16                         | cor. 28: 9: 5
 ----                ------                       ---------------
 73220            24309040                        456915
    12                   8                         31955
 ----               ---------                         16
 878640           | 194472320                     ------
                  | lire 221: 6: 8                511280
                  ----------------                 33200
                  1874432                              8
                   1171520                        ------
                    292880                        265600
                        20                        00000
                   -------
                   5857600
                    585760
                        12
                   -------
                   7029120
                   000000
```

Ciò non ostante, perchè tal prova si può fare ancora alle divisioni delle quantità semplici, benchè vi rimanga nell'ultimo alcuna cosa, cioè vi venga una frazione, perciò qui ne diamo il modo.

Sia dunque come si vede qui a lato, da dividere il numero 15685 per 48, lo che fatto nel quoziente ne viene $326\frac{37}{48}$, cioè v'avanza 37, per farne la prova levasi dal dividendo 15685 il 37, che avanzò, e quello che ne rimane, cioè il 15648, si divida per l'intiero quoziente 326, mentre se l'operazione è ben fatta ne dee venire nel quoziente il divisore 48, come si vede di sopra.

```
48 | 15685                          Prova
   | 326  37                         15685
   ------ --                            37
     128  48                     ----------
     325                     326 | 15648
      37                         |    48
     ----                        ----------
      48                            2608
                                     000
```

Modo di esaminare le divisioni, colle prove del 7, 9 ec.

92 Queste prove le quali, come avvisammo, ponnò mostrare l'operazione ben fatta, benchè sia al contrario, si fanno nel seguente modo.

```
369 | 173469                 Prova del 7      Prova del 9
    |   4701  6               5 | 6            0 | 0
    ---------  -              - | -            - | -
       1586   6               4 | 6            3 | 0
        00369
          000
```

Poniamo di voler provare la Divisione posta qui sopra per la prova del 7: si divida al solito il Divisore *369* per 7, e si tenga conto dell'avanzo 5, poi si divida per 7, il quoziente 4701, e tengasi conto dell'avanzo 4, il quale si moltiplichi coll'altro avanzo 5 trovato di sopra, che fa 20, il quale per esser maggiore del 7, si divide per esso 7, e l'avanzo *6* si nota, poi si divida per 7, il dividendo 1734*669*, e l'avanzo che è *6*, si ponga sotto l'altro *6* mediante una lineetta, come si vede di sopra, lo che fatto perchè vengono uguali questi due numeri, cioè tutti e due sono *6*, si dice che la divisione fu ben fatta.

```
369 | 1734952   283        2          Prova del 7        Prova del 9
      1    4701  ---       -.              3                  4
      ---------  369       2            5 | 2              0 | 4
      2589                              - | -              - | -
        00652.                          4 | 2              3 | 4
           283
           ---
           369
```

Quando poi nella divisione fosse avanzata qualche cosa, come nella divisione fatta quì sopra, che vi è avanzato 283, per farne la prova del 7, dopo di avere moltiplicati li due avanzi venuti, dalla divisione per 7, del divisore, e del quoziente, uno de' quali è 5, l'altro 4, che fanno 20, a questo 20 deesi aggiungere l'avanzo, che resta dopo di aver diviso per 7, l'avanzo 283 che è 3, onde ne verrà 23, il quale diviso per 7, per esser maggiore di esso, ne viene 2, il quale si scrive, poi si parte per 7, il dividendo 1734952, e l'avanzo 2 si pone sotto l'altro 2, nel modo detto, e come si vede di sopra, onde perchè questi due numeri vengono eguali, si dice che la divisione fu ben fatta.

Li Pratici fanno ordinariamente le prove del 7, 9, ec. facendo una croce come si vede di sopra nei suddetti esempj, nel primo de' quali diviso per 7, il divisore *369*, ne resta 5, il quale si pone nella parte superiore della croce, e a sinistra; poi si divide per 7, il quoziente 4701, e l'avanzo 4, si pone nella croce, sotto il 5, poi si moltiplicano insieme questi due numeri, che fanno 20, il quale per esser maggiore di 7, si divide per 7, e l'avanzo *6*, si scrive di sopra dalla parte destra della croce; poi si divide per 7: il dividendo 1734*669*, e l'avanzo *6*, si pone nella croce sotto l'altro *6*, onde perchè nella parte destra della croce vi vengono due numeri uguali, cioè due *6*, come nel nostro caso, cio mostrerà, che la divisione fu ben fatta.

Quando poi si vuol fare la suddetta prova in quelle divisioni, nelle quali è avanzato alcuna cosa come si vede di sopra nel secondo esempio, allora deesi partire il divisore *369*: per 7, e l'avanzo 5, si pone sopra la croce a sinistra, sotto del quale deesi porre l'avanzo della divisione per 7, del quoziente, che è 4, poi si divida per 7, l'avanzo 283, che ne resta 3, il quale si scri-

ve

ve in cima della croce, come si vede nel detto secondo esempio; poi si moltiplicano i due numeri 4, e 5, posti nella croce a sinistra, che fanno 20, al quale se gli aggiunge il 3, posto in cima della croce, che fa 23, il quale diviso per 7, da 2: di avanzo, questo 2: si scrive nella parte superiore della croce a destra; poi si divide il dividendo 1734952, per 7, e l'avanzo che è 2, si pone nella croce sotto l'altro 2, lo che fatto perchè questi numeri vengono uguali, cioè, vengono due 2, ciò mostra che la divisione fu ben fatta.

Nello stesso modo, che si è fatta la prova del 7, si dee fare quella del 9, la quale si è fatta nei suddetti due esempj, come si vede; queste prove si possono fare ancora con qualunque altro numero a nostro piacimento, come avvisammo, lo che per esser da se intelligibile, si ommettono gli esempj.

Queste prove si possono ancora fare alle divisioni delle quantità di diverse specie, come si vede ne' seguenti esempj, i quali coi documenti dati di sopra, da se sono sufficienti senz' altra spiegazione.

```
       Lire      Sol. Den.     Pova del 7       Prova del 9
126 | 1 5 9 4 1 : 1 2 : 6
    |   1 2 6 : 1 0 : 5          0 | 0            0 | 0
    ----------------------      ---|---          ---|---
      3 3 4                      6 | 0            8 | 0
        8 2 1
          6 5
            2 0
      ------
      1 3 1 2
        0 5 2
            1 2
        ------
        6 3 0
        0 0 0

          Lire.  Sol.  Den.        Prova del 7      Prova del 9
                              94        3                4
1 2 4 | 1 5 9 4 1: 1 2: 6   ----    5 | 0            7 | 0
      |   1 2 8: 1 1: 2     124    ---|---          ---|---
      -----------------------        5 | 0            2 | 0
        3 5 4
        1 0 6 1
          0 6 9
              2 0
          -------
          1 3 9 2
            0 2 8
                1 2
          -------
            3 4 2
              094
              ---
              124
```

Potrebbonsi ancora esaminare le divisioni rifacendole in uno degli altri modi da noi insegnati, mentre se ne verrà lo stesso quoziente, segno sarà della bontà della divisione.

Per seguire l'ordine principiato ho quì sotto in varj esempi poste alcune divisioni errate, le quali colle suddette prove del 7, e del 9 sembran giuste, e ciò ho fatto per far vedere al nostro Aritmetico, che queste pro-

prove deggionsi lasciare per non incorrere in tale inconveniente.

369 | 1734669 Prova del 7 — 5 | 6 / 4 | 6 — quoziente 4841

369 | 1734669 Prova del 9 — 0 | 0 / 3 | 0 — quoziente 4791

369 | 1734952 283 Prova del 7 — 3; 5 | 2 / 4 | 2 — quoziente 4771 369

369 | 1734952 283 Prova del 9 — 4; 0 | 4 / 3 | 4 — quoziente 5601 369

Liré. Sol. De. 126 | 15941: 12: 6 Prova del 7 — 0 | 0 / 6 | 0 — quoziente 126: 17: 5

Lire. Sol. De. 124 | 15941: 12: 6 103 Prova del 9 — 4; 7 | 0 / 2 | 0 — quozien. 128: 11: 2 124

CAPITOLO XXIV.

Curiosità spettanti alla somma.

Avendo nei Capitoli antecedenti mostrate tutte le maniere, colle quali si fanno le quattro principali operazioni dell' Aritmetica, cioè, sommare, sottrarre, moltiplicare, e partire, degli intieri, colle loro prove, ho stimato bene por quivi alcune cose curiose, e dilettevoli appartenenti alle suddette quattro operazioni, le quali cose sono le stesse, che tempo fa mandai alla luce, col titolo di Giuochi Numerici, avendole però molto ampliate, per adempier quì la promessa, che allora ne feci, come ancora per distraere con queste la mente del nostro Aritmetico, il quale pel genio, che forse avrà a tai cose, ne caverà molto costrutto, mentre applicandosi ad esse, verrà a porre in pratica con tutto gusto le operazioni addietro insegnate, e perciò farà buona pratica nelle suddette quattro parti della Aritmetica senza fatica, restando questa diminuita dal genio, e curiosità delle operazioni.

Proponete dunque a qualcheduno, che faccia alcune righe di numeri, quante a lui piace, disposte una sotto dell' altra, all'uso di somma, riserbandovi l'aggiungervene altrettante di sotto; e voi farete la somma, non solo avanti, che facciate le righe, le quali vi siete riserbate da fare, ma prima ancora, che l'altro abbia fatte le sue, basta solo, che vi dica quante ne vuol fare, e di quante figure dee constare la maggiore di esse, e questo in un sol tratto di penna come siegue.

Dica per esempio di voler fare sei righe, la maggiore delle quali sia composta di quatro figure: per farne poi la somma, deesi supporre, che queste quattro figure, o numeri, sieno tanti 9, così 9999, i quali moltiplicati per 6, numero delle righe che vuol fare, darà 59994, per la somma ricercata: si fà la stessa operazione con più facilità, nel seguente modo.

Scri-

Scrivasi il numero delle righe, che vuol fare meno una, che nel nostro caso sarà, 5, per esser sei le righe, poi si aggiungano tanti 9, quate sono le figure, che compongono la maggior riga meno una, che essendo quattro, ne restano tre, dunque s'aggiungeranno tre 9, dietro al 5, e l'ultimo numero si ricava dal primo, cioè, dal 5, dicendo il 5: per giungere a 9, vi vuole 4, e questo 4: sarà l'ultimo numero della somma, la quale sarà come sopra 59994.

Se poi il Proponente dicesse di voler fare per esempio 36: righe, la maggiore delle quali fosse di otto numeri, non deesi far altro, che scrivere come sopra il 36, meno un'unità, cioè 35, poi scrivervi appresso sei 9, per essere il numero della maggior riga, composto di otto Figure, perloche secondo gli insegnamenti dati di sopra, devonsi scrivere presso il 35, tanti 9: quante sono le dette figure, meno però il numero delle figure componenti il numero delle righe, che nel nostro caso, essendo di due figure, cioè 35, ne resterà 6, dunque sei 9, si porranno accanto al 35, così 35999999, e gli altri due numeri si troveranno, come si fece di sopra, scadendoli dal 9, col dire il 3, del 35, per giungere a 9, ne manca 6, poi il 5, del 35, per giungere a 9, ne manca 4, onde ne verrà il numero 3599999964, che mostrerà la ricercata somma.

Altro Esempio.

Dica il Proponente di voler fare 328: righe di numeri composte di tre figure l'una; scrivete secondo il solito il 328, meno un' unità cioè 327, e perchè tanti sono i numeri esprimenti le righe, quanta le quantità dei numeri d'ogni riga, o della maggiore di esse, non se gli aggiungerà nessun' 9, ma si seguirà l'operazione così, il 3: del 327, da 9, resta 6: il quale si scrive presso il 327, che farà 3276, poi si dirà il 2, di detto 327: da 9, resta, 7, che scritto presso gli altri numeri come sopra fa 32767, poi il 7: del detto 327: da 9, resta 2, che scritto dietro gli altri come sopra, da il numero 327672, per la somma ricercata. Questo caso è piu specioso e mirabile, mentre nella somma non vi vengono tanti 9, i quali potrebbero dare qualche indizio della operazione.

Di qui si vede, che il primo modo di sopra insegnato, cioè di moltiplicare una riga di tanti 9, quanti sono i numeri della maggior riga da sommarsi, pel numero delle righe proposte, non si può eseguire in un sol colpo, allora quando il Proponente volesse far molte righe, come nell'antecedente esempio; onde in tal caso per necessità bisogna ricorrere alla seconda maniera insegnata di sopra.

Al-

Altro Esempio.

Se poi il Proponente dicesse di voler fare, come sopra, 328: righe di numeri, la maggior delle quali fosse composta di due sole figure, in tal caso per essere la quantità delle figure componenti la maggior riga, minore delle figure componenti la quantità delle righe, si dovrà operare in questo modo.

Si figuri il 328 aggiunto di tanti zeri, quante sono le figure componenti la maggior riga, che essendo due farà 32800, da questo numero se gli levi il 328, numero delle righe, mentre ne verrà 32472, per la somma ricercata; la qual cosa si fa a mente in un sol tratto di penna, come si vede in quest'altro esempio.

Siasi proposto di fare 2636 righe di numeri, la maggior delle quali vogliasi composta di tre figure; inteso come sopra il 2636, aggiunto di tanti zeri quante sono le figure, che compongono il numero della maggior riga, che essendo tre ne verrà 2636000, dal quale detratto il 2636, ne verrà 2633364, per la somma ricercata, lo che con facilità si fa a mente, quando però se ne sarà fatta la dovuta pratica.

Il modo poi di fare le altrettante righe di numeri riserbatevi da fare sotto quelle, che avrà fatte il Proponente, è questo. Nel primo caso di sopra, dove si è proposto di fare sei righe, la maggiore delle quali fosse composta di quattro figure, sotto a queste si fa la prima riga, col dire il 4 della prima riga superiore, cioè del 2574, per andare in 9 resta 5, e questo si scrive sotto la prima colonna di numeri, come vedesi quì a lato dopo la stelletta, poi si seguita avanti col dire il 7 della detta prima riga superiore, per andare in 9 vi manca 2, e questo si pone dietro il 5 sotto dell'altra colonna, poi si segue dicendo il 5 pure di detta riga superiore per andare in 9 vi vuole 4, il quale si pone sotto dell'altra colonna dietro il 2, poi l'ultimo numero del suddetto 2574, cioè il 2 per andare in 9 ve ne manca 7, il quale si pone dietro il 4 sotto dell'ultima colonna, e ne verrà 7425, per la prima riga di numeri riserbatavi da fare.

2574
8325
127
5463
1025
470
7425 *
1674
9872
4536
8974
9529

Per far poi la seconda riga, si piglia la seconda riga superiore, cioè 8325, colla quale si fa lo stesso, come sopra, e ne viene 1674, per la seconda riga riserbatavi da fare, e così si fa del resto finchè vi sono righe di numeri nella parte superiore, cioè a tutte le righe fatte dal Proponente. Quando poi alcuna delle righe fatte dal Proponente non fosse di tante figure, quanto è la maggiore, come nel suddetto esempio è il 127, che è composto solamente di tre figure, in tal caso nella riga da farsi, dove non è numero, vi si pone il 9, come si vede nella riga 9872, nel qual modo facendo vi aggiungeremo le righe dei numeri riserbateci da fare, lo che si fa con molta facilità e prestezza,

le quali sommate insieme con quelle fatte dal Proponente saranno appunto la somma 59994, come si trovò di sopra.

Vi è ancora un'altra curiosità rispetto alla somma, la quale la fa restare più impercettibile à cagione, che in essa non vi vengono tanti 9; ed è di far scrivere al Proponente quelle righe di numeri, che gli piace, come per esempio le quattro prime righe poste quì sotto fino alla stelletta, delle quali se ne può fare la somma avanti che vi scriviate sotto le righe riserbatevi da fare, le quali non saranno più quante quelle fatte dal Proponente; ma una di meno.

Per farne la somma si moltiplichi la maggior riga di numeri, fatta dal Proponente supponendoli, come dicemmo di sopra, tanti 9, per lo numero delle righe fatte dal Proponente, meno 1, che nel nostro caso sarà 3 da moltiplicare per quattro 9, cioè per 9999, aggiungendo a mente alla Moltiplicazione la prima riga fatta dal Proponente in questo modo; 3 via 9 fa 27, e 6 primo numero della prima riga fa 33, si scriva il 3, come si vede di sopra, nella somma, e si tenghi a mente l'altro 3, poi si dica 3 via 9 fa 27, che col 3 serbato fa 30, al quale aggiunto il 7, secondo numero della prima riga fa 37, si scrivi il 7 dietro il 3, e si serbi il 3, poi seguasi avanti dicendo 3 via 9 fa 27, che col 3 serbato fa 30, al quale aggiunto l'8 susseguente della prima riga fa 38, si scrivi l'8 dietro gli altri numeri, e si serbi il 3, per ultimo dicasi 3 via 9, 27, che col 3 serbato fa 30, e col 2 ultimo numero della prima riga fa 32, il quale scritto dietro gli altri numeri dà tutto il numero 32873 somma ricercata.

	2876
	5432
	543
	6394
	4563 *
	9456
	3609
Somma	32873

Si può fare ancora in quest'altra maniera, sottrasi dalla prima riga, cioè da 2876, il 3 numero delle righe fatte dal Proponente meno una, dicendo 3 di 6 resta 3, questo si scrive, ed appresso se gli pongono le rimanenti figure, cioè 287; e per ultimo si deve scrivere immediatamente il numero delle righe fatte dal Proponente meno una, cioè il 3, e ne verrà, come sopra 32873.

Nel seguente esempio pure si vede lo stesso, mentre se caveremo dalla prima riga de' numeri fatta dal Proponente, cioè da 5704, il 5 numero delle righe fatte dal Proponente meno una, dicendo 5 di 14, resta 9, il quale si scrive, e porta una, uno di dieci resta 9; e porta 1, uno di 7 resta 6, e porta nulla; dunque si scriverà l'ultimo numero rimasto, cioè il 5, ed appresso se gli porrà, come sopra un altro 5, cioè il numero delle righe fatte dal Proponente meno una, e ne ver-

	5704
	2754
	124
	363
	2209
	4870
	7245 *
	9875
	9636
	7790
	5129
Somma	55699

verrà 55699, che è la somma ricercata.

Questo modo deesi tenere, quando il Proponente dicesse di voler fare molte righe di numeri, onde fosse difficile farne la Moltiplicazione in un sol colpo, come nel primo modo.

Se poi la riga, che si lascia addietro, fosse composta di minor numero di figure di quelle ne abbia il maggior numero delle righe, allora alla differenza, che nasce dal numero delle righe meno 1, e la riga lasciata devonsi aggiungere a sinistra tanti zeri quant' è la differenza tra le figure dalla maggior riga, e quelle del residuo, ed appresso se gli scriva il numero delle righe meno 1. Come per esempio, se fossero proposte 83 righe, la maggior delle quali fosse composta di quattro figure, e quella che si lascia addietro ne abbia solamente tre, e sia il numero 247, si tortri l'83 meno 1, cioè 82 dal 247, che dà 165 a sinistra del quale se li ponga un zero, perchè di una sola figura differisce la quantità delle figure della maggior riga delle figure, che compongono il residuo; onde verrà 0165, poi se le scriva a sinistra lo stesso numero delle righe meno 1, cioè 82, e farà 820165, somma ricercata.

Se poi il numero delle righe proposte meno un' unità fosse maggiore del numero della riga, che si lascia, come se le righe fossero 812 di cinque figure la maggiore di esse, e che debbasi lasciare addietro, per esempio il numero 218, si figuri a sinistra del 218 tanti zeri, quanto ne abbisogna per far che riesca di tante figure quante sono quelle della maggior riga, che per essere cinque vi si porranno due zeri, così 00218, ed essendo uguali non vi si pone alcun zero, poi a sinistra vi si aggiunga l' 811 numero delle righe meno 1, che farà 81100218, dal quale levasi lo stesso 811, mentre il residuo 81099407, farà la somma ricercata.

Se poi le figure della riga tralasciata superassero il numero delle figure delle righe proposte, come se le righe fossero 24866, di due figure l'una, fuorchè la prima, la quale debbasi lasciare indietro, e sia 32367, scrivasi il numero delle righe meno 1, cioè 24865, dietro al quale se le scriva tante delle ultime figure della riga lasciata, quante sono le figure delle righe, che per esser di due figure, se le scriverà appresso il 67, e ne verrà 2486567, e poi sopra il numero delle righe meno 1, cioè sopra il 24865, se le scrivano le rimanenti figure della riga, che si tralascia, cioè il

323

323, che farà 2486567, dal quale poi se li dee levare il numero delle righe meno 1, cioè il 24865, osservando nel fare il residuo, che le figure duplicate deonsi intendere come aggiunte insieme, lo che intendendo farà lo stesso, che levare da 2518867 il 24865, lo che fatto la differenza 2494002, farà la somma ricercata, la qual cosa si fa in una sol riga, e con prestezza, allora quando si

farà fatta la dovuta pratica alle regole. Altre maniere vi sono per far le suddette operazioni, ma per esser queste più facili, e naturali ommetto le altre.

Le righe poi, che si devono aggiungere di sotto, si fanno nello stesso modo, che s'insegnò avanti, levando numero per numero dal 9, principiando però dalla seconda riga fatta dal Proponente, cioè nel primo esempio di sopra, dal 2754, seguitando abbasso finchè ve ne sono, nulla curando della prima, come chiaramente si vede nel suddetto esempio.

Potete ancora in cambio di aggiungere alla somma la prima riga levargliela, col dire al Proponente, che faccia quante righe di numeri gli piace ad uso di somma, nel modo suddetto, e voi gliene farete sotto altrettante, ovvero una di meno secondo vorrà esso Proponente, lo che fatto gli farete in un sol colpo la somma con lasciare addietro la prima riga fatta dal Proponente, la qual cosa si fa con facilità nel modo stesso insegnato di sopra, basta solamente in cambio di aggiungere i numeri della riga superiore levarli ad uno per uno, nel modo che si aggiunsero.

Si può fare ancora tal cosa nelle quantità di diverse specie, facendo fare al Proponente in cambio di righe di numeri semplici delle righe composte di lire, soldi, e denari, ovvero di scudi, bajocchi, e quattrini, o qualunque altra moneta, o robba a suo piacimento, e scritte che saranno, o avanti ancora, purchè come avvisammo, il Proponente dica la quantità delle righe, e la quantità delle figure, che compongono i numeri semplici, cioè i primi numeri delle lire, de' scudi ec. non importando sapere il numero delle altre parti minime, cioè dei soldi, denari, bajocchi, quattrini ec. se ne può dico far la somma, e poi se gli dovranno aggiungere come sopra altrettante righe, quante quelle fatte dal Proponente.

	Lire.	Sol.	Den.
	4876:	10:	4
	574:	11:	3
	3521:	7:	8
	543:	17:	11
	5123:	10:	8 *
	9425:	9:	9
	6478:	13:	4
	9456:	3:	1
Somma lire	40000:	4:	0

Come per esempio, se saranno fatte le prime righe poste quì a lato, fino alla stelletta di lire, sol. e den. si farà la somma così. Si moltiplichi il numero delle righe fatte, o da farsi dal Proponente, che nel nostro caso sono 4 per 12, nel luogo de' denari, e ne verrà 48, che sono soldi 4; onde avanza 0, scrivasi il 0, nel luogo de' denari, e si serbino i 4 soldi, si moltiplichi poi lo stesso 4, numero delle righe per 20, che fa 80, il quale col 4 serbato fa 84, che sono lire 4, e soldi 4, si scrivi il 4 nel luogo de' soldi, poi si moltiplichi pel detto 4 le figure semplici della maggior riga, che sono 4 intese, come tanti 9, cioè 9999, di-

dicendo 4 via 9, 36, e 4, che si serbò fa 40, si scrive il 0, nel luogo delle lire, e si porta 4 da aggiungere alla susseguente moltiplicazione, come si fece negli esempj di sopra, e ne verranno lire 40000. soldi 4, e denari 0, somma ricercata.

Dal suddetto esempio chiaramente si conosce, che deonsi moltiplicare le parti minime per quel numero, che le commisura rispettivamente alle susseguenti, come nel suddetto esempio, dove nei denari si è moltiplicato per 12, e ne' soldi per 20, onde se fossero stati scudi, bajocchi, e quattrini, ne' quattrini sarebbesi moltiplicato per 6, o per 5 secondo il Paese, e ne' bajocchi per 100: Se fossero state libre, oncie, e ferlini, ne' ferlini si sarebbe moltiplicato per 16, e nelle onzie per 12, e così deesi fare delle altre quantità, prendendo poi gli altri numeri semplici come tanti 9, nel modo, che si disse di sopra.

Il modo poi di aggiungervi le righe, che ci siamo riserbate da fare, consistendo in esse tutto l'arcano, è lo stesso, che quello del primo esempio, cioè, per fare la prima riga si principii dalla prima del Proponente, e dai denari dicendo 4, per andare in 12, perchè 12 denari fanno un soldo, resta 8, il quale si scrive sotto i denari, come si vede di sopra dopo la stelletta, poi seguitasi ai soldi della prima riga del Proponente, dicendo 10: di 20: resta 10, perchè 20: soldi fanno una lira, il quale 10: si scrive sotto i soldi dopo li 8: denari, poi per le lire si dice 6: di 9: resta 3, 7: di 9: resta 2, 8: di 9 resta 1, 4: di 9: resta 5, e così avremo fatta la prima riga, che sarà 5123: 10: 8, e nello stesso modo si faranno le altre, difalcando le susseguenti righe, come ho insegnato.

Si puo ancora avere nell'altro modo detto di sopra, la somma aggiungendo alle righe del Proponente non più tante quante le sue, ma una di meno, facendo l'operazione nello stesso modo, che si insegnò in avanti. Dalle quali cose chiaramente si vede, come si può fare lo stesso ponendovi in cambio di lire, soldi, e denari, dei scudi, bajocchi, e quatrini, ovvero altre quantità secondo, che sarà in volontà del Proponente.

Quando nei suddetti esempj di specie minime, il Proponente volesse far molte righe di numeri, il numero delle quali difficil fosse di adoperarlo, o maneggiarlo in un sol colpo, per farne la moltiplicazione, in tal caso bisogna ricorrere alla seguente regola. Intendasi aggiunto al numero delle righe proposte, tanti zeri quante sono le figure, che compongono la maggior riga della massima specie, dividasi poi (se sono lire) per 20, cioè per 2, tagliando la prima figura a destra, il numero delle righe proposte e il quoziente, s'aggiunga al numero delle righe, aggiunte dai zeri, mentre quello che ne risulta, sarà la somma ricercata. Come

me per esempio, se fossero proposte 3648: righe, alcune delle quali abbiano le lire composte di quattro figure, intendasi il numero 3648, aggiunto di quattro zeri, cioè quante sono le figure della maggior riga delle lire, che sarà 36480000, al quale se gli aggiunga il quoziente 182: 8: che proviene dal dividere il numero 3648, delle righe per 20, mentre il numero 36480182: 8, sarà la somma ricercata, la qual cosa si può porre alla pratica con molta facilità.

Se poi le righe proposte non fossero di lire, soldi, e denari, ma verbi grazia di scudi, bajocchi, e quattrini, si fa lo stesso, ma si divide per 100, perchè 100: bajocchi fanno uno scudo, la qual divisione si fa tagliando due figure. Se poi fossero pesi, libre, ed oncie, si divide il numero delle righe per 25, perchè 25: libre fanno un peso: nello stesso modo si può fare, lasciando una riga addietro, diminuendo il numero delle righe di un'unità, al quale aggiunti i zeri dovuti, se gl'aggiunge poi il dovuto quoziente, con di più il numero della riga tralasciata, che per esser chiaro dalle cose suddette, non si spiega d'avantaggio.

Se poi si vuol fare un'altra galanteria rispetto alla somma, direte al Proponente, che faccia quante righe di nnmeri gli piace, una sotto dell'altra all'uso di somma, ed altrettante di differenti numeri, ne faccia in altro luogo come si vede quì sotto, mentre voi porrete sotto di esse altrettante righe di numeri sì da una parte che dall'altra in modo, che le somme di queste due partite riescano uguali, ed ancora direte di fargli la somma, che deono fare ogn'una di esse avanti, che esso le scriva, basta solo, che vi dica di quante figure vuol composta la maggior riga di queste due partite nel modo seguente.

2354	2754
3754	7653
3421	8401
7645*	7245*
6245	2346
6578	1598
29997	29997

Abbia fatto, o dica di voler fare verbigrazia tre righe di numeri per partita, la maggior riga delle quali sia composta di quattro figure, come si vede nelle due partite poste quì a lato, fino alle stellette; per fare la somma, che dee avere ogni partita, quando le avrete aggiunte le righe serbatevi da fare, non dovete far altro, che moltiplicare per 3 numero delle righe tanti 9 quanti sono le figure della maggior riga, cioè nel nostro caso per 9999. Per scrivervi poi sotto le righe serbatevi da fargli, dovete fare lo stesso, che si disse di sopra, cioè scadere ogni figura delle righe fatte dal Proponente dal 9, come si vede nel suddetto esempio.

Se

Se poi il Proponente avesse in una delle partite fatte le righe, la maggiore delle quali non arrivasse al numero delle figure dell'altra, come è nell' esempio quì appresso, allora a tutte le righe de' numeri, che porrete sotto tal partita minore, dovrete aggiungervi tanti 9, quante sono le figure, che mancano alla riga composta di maggiori figure di questa partita, per giungere alla quantità delle figure della maggior riga fatte nell' altra partita; onde nel nostro caso vi si è aggiunto nella seconda partita un 9 per ogni riga, che si è aggiunta; e questo perchè appunto la maggiore di esse manca di una figura per arrivare alla quantità delle figure, delle quali è composta la maggior riga dell' altra partita, come si vede nel suddetto esempio: Nello stesso modo deesi fare, se più di una figura vi mancasse, cioè aggiungerle tanti 9, quante figure ne mancano; questo modo deesi schifare per esser mostruoso il porvi tanti 9, come si vede nei seguenti esempj.

325	312
2134	12
230	120
9674*	9687*
7865	9987
7969	9879
29997	29997

Esempio primo.		Esempio secondo.	
135	7	54863	67
248	6	284	25
3640	28*	3521	483
9864*	9992	45136*	99932*
9751	9993	99715	99974
6359	9971	96478	99516
29997	29997	299997	29997

Se poi per render più mirabile l'operazione, si desiderasse, che queste somme fossero differenti l'una dall'altra di un dato numero, fate così. Fate scrivere dal Proponente quante righe di numeri gli piace in due luoghi separati, in uno delli quali vi sia una riga di meno di quelle fatte nell'altro luogo, come si vede nel seguente esempio.

Nella prima partita vi sono quattro righe, e nella seconda tre, cioè sino alla stelletta, ciò fatto sotto la prima partita vi porrete tre righe di numeri diffalcandoli all'uso solito da 9 principiando a far ciò dalla seconda riga, cioè dal 348, non facendo conto alcuno della prima, ciò fatto sotto dell' altra partita vi si facciano le righe all' uso solito senza alcun altro riguardo, ma l'ultima riga, cioè il 343, si fa col sommare insieme la prima riga 257, della prima partita colla differenza data dal Proponente, che sia verbigrazia 86, onde ne ver-

257	82	
348	5	differenza 86
654	27	
263	917*	
651*	994	
345	972	
736	343	
3254	3340	

verrà il suddetto 343, la qual cosa si fa a mente, e ciò fatto avremo le somme di queste due partite differenti l'una dall'altra del dato numero 86, come si voleva, e lo stesso si può fare con maggior numero di righe, mentre serve la stessa regola, come dai suddetti esempj è manifesto.

Più mirabile potrete rendere tal cosa, se direte al Proponente, che facci più volte a suo arbitrio alcune righe di numeri una sotto dell'altra, come abbiamo detto di sopra, e come si vede quì sotto, nelle quattro righe di numeri fatte, e disposte, ad uso di somma fino alla stelletta, nelle quali in un luogo ve ne è più, e nell'altro meno, cioè come gli piace.

876	3418	28732	4865
78	432	27	486
9865	875	854	3542
432	9876	6320	176
75431	96581*	98742	95134*
99123*	99567	71167*	99513
99921	99124	99972	96457
90134	90123	99145	99823
		93679	
		1257	

La somma di tutte le dette partite è 1799982

Sotto le dette righe dovete riserbarvi di farne altrettante, le quali farete nel modo detto di sopra, collo scadere ogni numero dal 9, aggiungendo a quelle partite, o righe composte di meno figure tanti 9 quanto ve ne manca per fare che ogni una, che vi aggiungete, sia composta di tante figure, quante sono le poste nella maggior riga di esse partite, in somma nello stessissimo modo insegnato di sopra, che chiaramente si conosce nelle suddette partite.

Fatto ciò si fa poi la somma di tutte le dette partite in un sol colpo, collo scrivere il numero di tutte le righe fatte dal Proponente meno una, che nel nostro caso essendo 18, come si vede in tutte quelle poste fino sopra le stellette, perciò si scriverà 17 dietro, al quale se gli aggiungeranno tre 9, per fare colle due figure scritte, cioè 17, cinque figure, cioè quante sono quelle della maggior riga fatta dal Proponente, e poi diffalcare le prime, cioè 17, una ad una da 9 per averne il numero 1799982, il quale sarà la somma ricercata di tutte le quattro partite date come si voleva, e in un sol tratto di penna.

Di quì chiaramente si vede, come lo stesso si può fare ancora nelle quantità di minime specie, come di lire, soldi, e denari, libre, oncie, e ferlini, ed altre quantità secondo il gusto del Proponente, operando colle regole insegnate di sopra.

C A-

CAPITOLO XXV.

Curiosità spettanti alla Sottrazione.

Circa alla Sottrazione, Monsieur Ozanam insegna nelle sue ricreazioni Mattematiche la seguente.

SIA da sottrarre la somma delle quantità segnate B, dalla somma di tutte le quantità segnate A, fatte dal Proponente, come gli piace, purchè le quantità B sieno minori delle quantità A, mentre ciò non essendo, non potrebbesi fare per l'essenza della sottrazione; e questo si fa in una sol riga a mente nel seguente modo.

A	B	
5 6 2 4 3	2 9 4 2	
8 5 6 4	3 6 5 4	Differenza 8 6 0 0 3
3 2 5 2	2 3 0 8	
2 6 8 4 8		

Sommasi la prima fila del numero da levarsi, cioè la prima fila di B, che fa 14, il quale levato dalla più prossima decina superiore, cioè da 20 resta *6*, questo *6* si aggiunga alla prima fila de' numeri posti in A, che fa 23, scrivasi il 3 del 23 nella differenza, come si vede di sopra; e in questo caso non si porta nulla, perchè tanto questo 23, quanto il 20 prossima decina, da cui si levò il 14 della somma della prima fila de' numeri posti in B è formata di due decine; sieguasi poi avanti sommando in B la seconda fila che fa *9*, il quale, come si fece di sopra levato dalla sua più prossima decina superiore, cioè da 10 resta 1, il quale deesi aggiungere, come abbiamo fatto di sopra alla seconda fila di A, che fa 20, si scrivi il 0 del 20, nella differenza dietro il 3, e perchè nella somma della fila di B, la decina prossima era una, e quella della fila A, cioè quest'ultima è 2, si tiene la loro differenza 1, la quale si dovrà levare dalla susseguente riga di B, cioè dalla terza, la cui somma, meno questa unità fa 17, che all'uso solito levata dalla sua prossima decina, cioè da 20 resta 3, da sommare colla terza riga di A, che fa 20, del quale il 0 si scrive nella differenza, e non si porterà nulla per essere di due decine il numero, da cui si levò la somma di B, come quello della somma di A; onde si seguirà in B, sommando l'ultima riga che fa 7, il quale levato dalla prossima decina 10 resta 3 da sommare colla quarta riga di A, che fa 26; onde si scriverà il *6* nella differenza; si dovrebbe poi levare 1 dalla susseguente somma della riga in B, se altre ve ne fossero per esser stata la somma di B di una sola decina, e di A due, ma non essendovi più righe in B, quest' 1 si sommerà colla susseguente, ed ultima riga di A, che fa 8, il qua-

le si scriverà nella differenza dietro gli altri numeri; onde ne viene 86003, differenza della somma B, dalla somma A, come si cercava di fare, in un sol colpo di penna.

Potrebbe darsi il caso nel fare la suddetta operazione, che la somma di una delle colonne delle partite, da cui si fa la sottrazione, fosse di meno decine che la sua corrispondente colonna delle partite che levansi: ed allora dovrassi aggiungere la differenza delle decine alla colonna delle partite che si devono sottrarre, come da chi ha buon discernimento si comprende da ciò che si è detto di sopra. Però per non mancare ancora ai meno intelligenti dò il seguente esempio.

	5 2 2 4 3	2 8 4 2
	1 0 2 7	1 6 7 4
Differenza 8 1 4 4 7	2 1 0 5	4 8 9 8
	3 5 4 8 6	

Debbasi levare la somma delle tre partite poste qui sopra dall' altra di quattro; sommasi la prima colonna 8, 4, 2, che fa 14, questo levasi dalla sua prossima decina 20, e ne rimane 6, il quale aggiunto alla prima colonna delle quattro partite, cioè 6, 6, 5, 7, 3, fa 27, scrivasi il 7, a parte, e perchè il 27, e il 20, prossima decina, da cui levossi il 14, sono di pari decine, non si porta nulla, dunque si seguirà, sommando 9, 7, 4, che fa 20, il quale levato dalla sua prossima decina, cioè dalla stessa, che pure è 20, resta nulla, sommasi poi 8, 0, 2, 4, soli, perchè non portasi nulla che fanno 14, scrivasi il 4, dietro il 7, e fa 47, e perchè il 14 è di una sola decina; e il 20 da cui si levò lo stesso 20, è di due, la differenza di queste decine cioè 1, in questo caso deesi aggiungere alla susseguente colonna delle tre partite, cioè 1, 8, 6, 8, che fa 23, il quale levato dalla sua prossima decina 30, resta 7, il quale aggiunto all'altra susseguente colonna delle quattro partite, cioè 7, 4, 1, 0, 2, fa 14, scrivasi il 4 dietro il 47, e fa 447, poi perchè 14, è di una sola decina, e il 30 di tre, la differenza 2 di queste decine s'aggiunge all'ultima colonna delle tre partite, cioè 2, 4, 1, 2, che fa 9, che levato dalla prossima decina 10, resta 1, che sommato con 5, 2, 1, 2, fa 11, scrivasi l'1 dietro il 447, e fa 1447, e perchè ora tanto il 10 prossima decina del 9, quanto l'11, sono di una sola decina, non porta nulla, onde sommato 3, e 5, fa 8, che posto cogli altri numeri di sopra fa 81447, differenza che cercavasi in un sol colpo.

CAPITOLO XXVI.

Curiosità spettanti alla Moltiplicazione.

Dicasi al Proponente, che scriva una riga di numeri a suo piacimento, ed in altro luogo separato scriva la stessa riga, come si vede qui appresso, poi sotto una di queste righe se gli facciano

fa-

fare altrettante figure, o meno, come a lui piace, purchè non sieno più di quelle della riga di sopra. Le due righe fatte dal Proponen-

3 8 7 5   3 8 7 5   Somma dei due prodotti
2 7 4   9 7 2 5   3874, 6125

te sieno, come quì sopra 3875, sotto d'una delle quali, come la prima v'abbia posto il numero 274, sotto dell'altra vi farete voi i numeri in questo modo; sotto il 3 della prima riga non v'essendo nulla si dirà 0, per giungere in 9, vi vuole 9, il qual 9 si pone sotto il 3 della seconda riga fatta dal Proponente, poi col 2 posto sotto la detta prima riga, si dice 2 per andare in 9 vi vuole 7, il qual 7 si pone sotto l'8 dell'altra riga, e così si seguita dicendo il 7 posto sotto la prima riga per andare in 9 vi vuole 2, il quale si pone sotto il 7 della seconda riga, poi 4 di 9 resta 5 da porre sotto il 5, onde sotto la seconda riga ne verrà il numero 9725. Per far poi queste due moltiplicazioni, e in un istesso tempo la somma de' loro prodotto in un sol tratto di penna, si fa così, si scrive il 3875 minorato di una unità, come si vede nella somma dei prodotti fino al coma, che sarà 3874, poi si dice il 3 di questo numero, per giungere a 9 vi manca 6, il quale se gli scrive appresso, e sarà 3874, 6 poi si proseguisce dicendo 8 per giungere a 9 manca 1, il quale si pone dietro agli altri numeri, e fa 3874, 61 poi 7 di 9 resta 2, che posto dietro agli altri, fa 3874, 612, e in ultimo 4 di 9 resta 5, il quale posto all'uso solito dietro gli altri darà tutto il numero 3874, 6125, somma dei prodotti delle suddette due moltiplicazioni, come si voleva.

Si può ancora far fare al Proponente tre, o più righe di numeri tutte uguali, sotto le quali vi serberete di porvi i suoi numeri moliplicanti. Abbia fatto verbigrazia le seguenti tre righe di numeri, cioè 35482 ogn'una, dovrete poi porre sotto la prima

3 5 4 8 2   3 5 4 8 2   3 5 4 8 2   Somma dei tre prodotti.
3 2 1 8   4 3 4 6 1   5 3 3 2 0   35481, 6518

riga delle figure, o numeri bassi, cioè che non giungano al 9, come il numero 3218, poi pongansi altri numeti sotto la seconda riga, in modo però che sommati ad uno ad uno coi numeri della prima riga, cioè con 3218 non arrivino a 9 almeno tutti; poi sotto dell'ultima riga se li pongono quei numeri, che formeranno il rimanente per far giungere ad uno ad uno al 9, i numeri provenienti dalla somma fatta dai primi, cioè da 3218 co' secondi, cioè con 43461, la qual cosa si fa dicendo 8, e 1, 9, che per andare in 9 resta 0, questo 0, si pone sotto il primo numero della terza riga, poi si proseguisce, dicendo 6, e 1, 7, di 9 resta 2, il quale si pone sotto il secondo numero della terza riga, cioè sotto l'8, poi si dice 2, e 4 fa 6, di 9 resta 3, che si pone sotto il 4 della terza riga, poi 3, e 3, 6 di 9 resta 3, che si pone sotto il 5,

poi 4 di 9 resta 5, che si pone sotto il 3, e così degli altri, se più ve ne fossero; onde sotto la terza riga ne verrà il numero 53320, la somma poi delle dette tre moltiplicazioni si farà, come abbiamo detto di sopra, scrivendo il 35482, diminuito di una unità, che farà 35481, al qual numero si aggiungano altrettante figure, facendo scadere le prime ad una, ad una dal 9, come abbiamo insegnato altre volte, e ne verrà 35481, 64518, somma delle suddette tre moltiplicazioni fatte in un sol tratto di penna, come si voleva.

Nella stessa maniera si potrebbe far fare al Proponente quattro, cinque, o più righe di numeri per farne le moltiplicazioni con altri numeri, che insieme aggiunti facciano tanti 9, i quai numeri si dovrà porre chi fa l'operazione, come si vede ne' seguenti esempj per maggior facilità de' dilettanti.

3 4 5 8	3 4 5 8	3 4 5 8	3 4 5 8	8 4 5 8
1 2 1 0	2 1 3 0	4 1 1 2	1 3 1 3	1 2 3 4

La somma delle suddette moltiplicazioni è 3457, 6542.

Altro Esempio.

3458	3458	3458	3458	3458	3458	3458	3458	3458
1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111

La somma delle suddette moltiplicazioni è come sopra 3457, 6542

Di quì ancora si conosce, che se noi faremo fare al Proponente tanti 9, quanti gli piace, facendovi porre da esso sotto gli stessi 9 altrettanti numeri di suo gusto, il prodotto di questa moltiplicazione sarà una riga di figure formate dalle stesse, che moltiplicano li 9, diminuite di una unità con altrettanti numeri, o figure appresso trovate col difalcare le prime dal 9, all'uso solito, come si vede nel seguente esempio.

99999
43276   Prodotto 43275, 56724

Si può ancora come facemmo nella somma, avere lo stesso, ancorchè i numeri inferiori non abbiano ugual numero di figure ai superiori, basta che le loro somme facciano tanti 9, mentre per averne la somma si fa come siegue.

76548   76548   Soma dei prodotti.
374   625   76471452

Sia scritto il numero 76548 due volte, e sotto una sia posto verbigrazia 374, voi porrete sotto l'altra il 625 compimento dei 9: per avere la somma dei prodotti, dovete figurarvi dietro il 76548, tanti zeri quante sono le figure inferiori, che per essere tre s'intenderà 76548000, dal quale levato il 76548 ne resta 76471452, somma dei prodotti ricercata.

Se poi le figure del numero inferiore fossero maggiori delle figure del superiore, allora si opererà nello stesso modo, che s'infe-

segnò nella somma, come si vede quì sotto.

76548	76548	Somma dei prodotti.
2134374	7865625	765479923452

Scrivasi per la somma dei prodotti il 76548 diminuito di un' unità, cioè 76547, appresso al quale porrete tanti 9, quante sono maggiori le figure di sotto di quelle di sopra, che per differire di due figure si scrive 99, e verrà 7654799, appresso a questi se gli pongano i compimenti al 9 delle sole figure 76547, che ne verrà 765479923452 per la somma dei prodotti ricercata, come si vede di sopra.

Per fare una cosa più speciosa si farà fare al Proponente due righe di numeri di ugual quantità, e valore, come le A, e B, ed ancora se ne fanno fare due altre differenti, come le C, e D di ugual quantità di figure delle prime, e queste due ultime righe sieno anch' esse di ugual valore, sotto la riga A, farete porre dal Proponente altrettanti numeri a suo piacimento, come 146, che si vede quì sotto, e sotto la riga C farete porvi dal Proponente

A	B	C	D	
274	274	382	382	Somma dei prodotti.
146	853	725	274	655, 344

dei numeri a suo piacimento, verbigrazia 725, e voi allora porrete sotto la riga B, i suoi numeri corrispondenti facendo i compimenti del 146 da tanti 9 all' uso solito, e ne verrà 853; sotto la riga D vi porrete il 274, compimenti del 725, dalla riga C dai 9 all' uso solito.

Per avere la somma di queste quattro moltiplicazioni dovete sommare insieme il 274, col 382, lo che si fa a mente, dicendo 4, e 2, 6, si scrive il 6, meno un'unità, e sarà 5, che si vede nella somma dei prodotti presso al coma, poi seguasi sommando, col dire 8, e 7, 15, si scriva il 5 presso l'altro 5, e si porti uno, poi si dica 3, e 2, 5, che coll'1, che si porta fa 6, il quale scritto presso l'altre figure fa 655, dietro questo numero se gli aggiunga 344, numero trovato col difalcare i primi dai 9 all' uso solito; onde ne avremo 655, 344, per la somma delle quattro moltiplicazioni A, B, C, D, in un sol colpo, come si voleva.

Dalle suddette cose è chiaro, che si può avere lo stesso, quando anche i due primi numeri fatti dal Proponente constassero di maggiore, o minore quantità di figure di quello constano gli altri due, come si vede quì sotto.

A	B	C	D	
754	754	8637	8637	Somma dei prodotti.
422	9977	9481	518	9390, 0609

Abbia fatto il Proponente i due numeri uguali A, e B, di tre figure, e i due in C, e D di quattro; sotto del numero A abbia

bia posto 422, sotto il C 9481, si pongano sotto B, e D, i compimenti al 9 dei numeri 422, e 9481, ponendo a destra del 577, sotto B un 9, per fare, che tanto il numero A, ovvero B, quanto il C, ovvero D venga moltiplicato per ugual numero di 9, ciò fatto si avrà la somma dei prodotti, sommando i due numeri 8637, 754, la qual somma diminuita di un'unità fa 9390, alla quale aggiunti a destra i compimenti di essi numeri al 9, ne viene 9390, 0609, somma ricercata.

385	385	59762	59762	Somma dei prodotti.
912	87	363	636	60086853

Nell' altro esempio quì sopra, dove sono i due numeri 385, sotto il primo v'è 912, e gli altri due sono 59762, sotto il primo de' quali v'è 363, si pongano all'uso solito sotto gli altri i suoi compimenti al 9, in modo che venga moltiplicato tanto il 385 quanto il 59762, per ugual quantità di 9, come si vede di sopra; mentre per averne poi la somma dei prodotti si opererà nel modo insegnato addietro nella somma, mentre intendendo 60147, somma di 385, con 59762, aggiunta a destra di tanti zeri, quanti sono i 9, che moltiplicano, che per essere tre fa 60147000, dal quale levato il 60147, il rimanente 60086853, è la somma dei prodotti; lo che da chi ne avrà fatta la pratica, si fa in un sol colpo con molta facilità, e prestezza.

Nella moltiplicazione si può fare ancora questa cosa. Si dica al Proponente, fare una riga di numeri a vostro piacimento, che io voglio poi aggiungervene altrettanti, e dopo voglio fare due righe di numeri uguali, sotto alle quali vò porvi altri numeri in modo, che la somma delle moltiplicazioni di queste due partite faccia il numero composto dalle figure da voi fatte, e da quelle da me aggiuntevi.

Per far ciò chiaramente si conosce, che questo è viceversa della moltiplicazione insegnata di sopra, perciò fatta che avrà il Proponente la riga di numeri, la quale sia verbigrazia, come la quì sotto fino al coma, cioè 765, voi subito gli aggiungerete altrettante figure col fare i compimenti delle prime dai 9, nel modo altre volte detto.

765, 234	766	766
	43	956

Per far poi le due righe di numeri uguali, queste si faranno collo stesso numero fatto dal Proponente, scrivendolo più un' unità; onde avendo esso scritto 765, si farà 766 due volte, come si vede di sopra, sotto uno de' quali farete un numero a vostro arbitrio composto di uguale o minor numero di figure di quelle consta il superiore, come farebbe 43, ovvero per render la cosa più speciosa, lo farete fare dal Proponente di suo gusto, che supponiamo

fac-

faccia pure 43, gli altri numeri poi posti sotto l' altro 766 li caverete dal 43, difalcando dai 9, aggiungendovi un 9 a finistra per fare le figure uguali, e ne verrà 956. La moltiplicazione di queste quattro righe di numeri, cioè di 766 in 43, e dello stesso 766 in 956, la somma di esse fa appunto 765234, numero proposto.

Voglio insegnar quì una cosa curiosa, spettante alla moltiplicazione, la quale insegna il Cataldi, ed è che il 37 è un numero, che ha questa proprietà, che moltiplicato per 3, le figure del prodotto sono tutte unità, e moltiplicato per due volte 3, cioè 6 da tanti 2, e moltiplicato per tre volte 3, cioè 9, da tanti 3, per quattro volte 3, tutti 4 ec. come quì sotto.

37	37	37	37	37	37	37	37
3	6	9	15	18	21	24	27
111	222	444	555	666	777	888	999

Se faremo un numero composto di molte volte 37, e lo molipilcheremo per 3, 6, 9, 12, formerà i prodotti con quell' ordine, che quì sotto si vede.

3737	3737	3737	3737
3	6	9	12
11211	22422	33633	44844

373737	373737	373737	373737
3	6	9	12
1121211	2242422	3363633	4484844

37373737	37373737	37373737	37373737
3	6	9	12
112121211	224242422	336363633	448484844

Il 407 moltiplicato per 3, ovvero per il doppio, triplo, quadruplo di esso, cioè per 6, 9, e 12, produce dei numeri con quell' ordine, che quì sotto si vede.

407	407	407	407
3	6	9	12
1221	2442	3663	4884

Se si porranno molti 407 insieme formandone un numero solo, e poi moltiplicarlo per 3, 6, 9, e 12, si avranno i prodotti coll' ordine, come siegue.

407407	407407	407407	407407
3	6	9	12
1222221	2444442	3666663	4888884

407407407407407407	407407407407407407407407407
3	12
1222222222222222221	4888888888888888888888888884

Il 143 è un numero, il quale moltiplicato per 7, ovvero per il ſuo doppio, triplo, quadruplo ec. ovvero moltiplicato il doppio triplo ec. del 143 per 7, produce i numeri coll' ordine, che quì ſotto ſi vede.

143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143
7	14	21	28	35	49	56	63	70	77	84
1001	2002	3003	4004	5005	6006	7007	8008	1001	11011	12012

286	429	572	715	858	1001	1144	1287
7	7	7	7	7	7	7	7
2002	3003	4004	5005	6006	7007	8008	9009

Se moltiplicheremo il 143 per 7 volte 25, ovvero per 7 volte 32, od altro numero compoſto da due figure, il prodotto ſarà ſempre un numero contenuto da cinque figure tali, che quella di mezzo ſarà 0, ed averà così dalla parte ſiniſtra, come dalla deſtra il 25, 32, o altro numero, col quale ſi ſarà fatta la moltiplicazione nel modo ſuddetto, come ſi vede quì ſotto.

143	143	143	143	143	143
175	224	322	336	385	462
715	572	286	858	715	286
1001	286	286	429	1144	858
143	286	429	429	429	572
25025	32032	46046	48048	55055	66066

Se i numeri 111, 222, 333, e 444 ſi moltiplicheranno per 11, i prodotti di queſte moltiplicazioni ſaranno contenuti da quattro figure, delle quali le due medie ſaranno uguali fra loro, e doppie di ciaſcuna delle eſtreme.

Lo ſteſſo avverrà, ſe il 37 ſi moltiplicherà pei prodotti da 3 in 11, 6, in 11, 9 in 11, e da 12 in 11, cioè per 33, 66, 99, e 32, come ogni coſa ſi vede quì ſotto.

111	222	333	444	37	37	37	37
11	11	11	11	33	66	99	132
1221	2442	3993	4884	111	222	333	74
				111	222	333	481
				1221	2442	3663	4884

Seguono altri numeri, che moltiplicati per 11, fanno diverſi altri ordinati effetti nei loro prodotti.

E co-

101	111	121	131	141	151	161	171	181
11	11	11	11	11	11	11	11	11
1111	1221	1331	1441	1551	1661	1771	1881	1991

101	102	103	104	105	106	107	108	109
11	11	11	11	11	11	11	11	11
1111	1122	1133	1144	1155	1166	1177	1188	1199

201	202	203	204	205	206	207	208	209
11	11	11	11	11	11	11	11	11
2211	2222	2233	2244	2255	2266	2277	2288	2299

E così faranno il 301, fino al 309, il 401, fino al 409, e il 501, 601, 701, 801, e 901, fino alli simili suoi susseguenti.

202	212	222	232	242	252	262	272
11	11	11	11	11	11	11	11
2222	2332	2442	2552	2662	2772	2882	2992

303	313	323	333	343	353	363
11	11	11	11	11	11	11
3333	3443	3553	3663	3773	3883	3993

404	414	424	434	444	454
11	11	11	11	11	11
4444	4554	4664	4774	4884	4994

505	515	525	535	545
11	11	11	11	11
5555	5665	5775	5885	5995

606	616	626	636
11	11	11	11
6666	6776	6886	6996

707	717	727
11	11	11
7777	7887	7997

808	818
11	11
8888	8998

909
11
9999

1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008	1009
11	11	11	11	11	11	11	11	11
11011	11022	11033	11044	11055	11066	11077	11088	11099

e così faranno il 2002, 3003, ed altri simili, fino alli simili suoi seguenti.

E volendo, che sieno uno, o più zeri nel mezzo, fra le figure de' prodotti, conviene similmente porre nelli numeri superiori, che si moltiplicano due, o più zeri in mezzo delle sue figure, come si vede quì sotto.

10001	2007	800009	900006	1221	1441	13331	344443	244424442
11	11	11	11	11	11	11	11	11
110011	22077	8800099	9900066	13431	15851	146641	378873	2688668862

Di quì si vede che si possono trovare da se quanti numeri si vuole, alla similitudine delli sopranotati, i quali moltiplicati per 11, formeranno de' prodotti, i quali avranno le loro figure ordinate in molti modi leggiadri.

Qui sotto ho posti diversi numeri trovati con li modi, o regole dette di sopra, i quali moltiplicati insieme fanno li prodotti con l'ordine di figure, che in essi si vede.

863247	1801982	900991	5405946	4504955
128713	123321	369963	82214	123321
11222211	1801982	2702973	21623784	4504955
6042729	3603964	5405946	5405946	9009910
6905976	5405946	8108919	10811892	13514865
10358964	5405946	8108919	10811892	13514865
111111111111	21623784	5405946	43247568	54059460
	222222222222	2702973	444444444444	555555555555
		333333333333		

16217838	2702973	900991	8108919
41107	287749	986568	123321
113524866	24326757	986568	8108919
1783962180	10811892	8879112	16217838
64871352	18920811	8879112	24326757
666666666666	18920811	8879112	24326757
	21623784	888888888888	97307928
	5405946		999999999999
	777777777777		

1801982	1804971	9910901	3896277
56055	128713	12423	128713
9009910	5414913	29732703	111688831
9009910	1804971	19821802	3896277
108118920	12634797	39643664	27273939
9009910	14439768	118930812	31170216
101010101010	21659652	123123123123	46755224
	232323232323		501501501501

4955262

4955262
69307
———
34686834
148657860
44597358
29731572
———
343434343434

34273239
19802
———
68546478
2741859120
308459151
34273239
———
678678678678

10100000000101
5619480867
———
5619480867
56194808675619480867
5619480867
———
567567567567567567567567

Tutti li suddetti esempj sono del Cataldi, de' quali molt'altri se ne possono trovare; onde di nuovo passeremo ad altre cose curiose.

V'è una curiosa moltiplicazione, la quale si fa nel seguente modo. Scrivasi una riga di numeri, come la quì sotto, la quale dee esser sempre la stessa, e si proponga di farvi sotto alcuni numeri, i quali moltiplicati colla suddetta riga facciano nel pro-

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8 9
2 9 7
———
7 8 5 6 3 4 1 1 8 9 6 7 4 5 2 3
1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1
2 2 4 4 6 6 8 9 1 1 3 3 5 5 7 8
———
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

99
3
———
297

dotto tanti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, cioè il prodotto venga composto di tanti di questi numeri, secondo che piacerà al Proponente, per fare la qual cosa, se volete che nel prodotto vi vengano tanti 1, moltiplicherete la suddetta riga per 99, se poi vi volete tanti 2, 3, 4 ec., come per esempio tanti 3, come nel suddetto esempio, deesi per regola generale moltiplicare il 99 per 3, che darà il numero 297, col quale moltiplicata la suddetta riga dà nel prodotto tanti 3, se si vorranno tanti 4, si moltiplica il 99 per 4, se tanti 5 per 5, e il numero che ne verrà sarà quello, che moltiplicato colla suddetta riga darà nel prodotto tanti 4, 5, 6 ec. secondo che si moltiplicò per 4, 5, 6 ec. il 99, come resta chiaro nei seguenti esempj.

1122334455667789
495
———
5611672278338945
10101010101010101
4489337822671156
———
555555555555555555

99
5
———
495

1122334455667789
594
———
4489337822671156
10101010101010101
5611672278338945
———
666666666666666666

99
6
———
594

Per maggior facilità di fare il moltiplicante tutto in un colpo, si fa in questo modo. Sotto la riga de' numeri da moltiplicarsi scrivansi tre numeri, il primo de' quali sia lo stesso che uno di quel-

li, che bramansi, e deggiono comporre il prodotto, meno però un' unità, come nell'ultimo esempio, dove vogliamo, che nel prodotto vengano tanti *6*, vi si porrà dunque il 5, e dietro a questo sempre il *9*, e l'ultimo numero sarà il rimanente, che vi vuole dal 5, primo numero, per arrivare a *9*, che è 4, e ne verrà 594, come sopra, e così degli altri. Se poi si vuole, che il prodotto venga composto di tante unità, deesi pigliare per moltiplicare il *99*, come dicemmo di sopra.

Il prodotto di queste moltiplicazioni, si può fare avanti, che il Proponente ne faccia il computo, mentre questo prodotto sarà composto di 18 figure, uguali a quelle, che si adoprarono a moltiplicare il *99*, ovvero che è lo stesso, saranno 18 figure uguali alla prima delle tre del moltiplicante più uno, cioè se la prima figura è 5, come nell' ultimo esempio, il prodotto sarà composto di 18, *6*, e così degli altri.

Si può ancora fare due, tre, o più righe di numeri, come la suddetta, cioè 11223344556677*89*, e poi farsi dire dal Proponente, che numeri vuole, che ne vengano nella somma dei prodotti di dette moltiplicazioni, mentre se sotto ogn'una di queste righe di numeri vi porrete per moltiplicanti tanti, e tai numeri, la somma de'quali faccia il moltiplicante, che si farebbe se una sola di quelle righe dovesse esser moltiplicata, acciocchè nel prodotto ne venissero i numeri desiderati nel modo, che s'insegnò di sopra, che ciò facendo s'avrà il bramato intento, mentre sommati insieme tutti i prodotti di queste moltiplicazioni daranno le figure, o numeri, che si bramano, come si vede quì sotto.

Esempio per far venire tante unità.

```
 11223344556677789
                37
 -----------------
 7856341189674523
33670033670033 67
 -----------------
41526374859708193
 -----------------
 11223344556677789
                21
 -----------------
 11223344556677789
22446689112335578
 -----------------
23569023569023569
```

```
11223344556677789
               41
-----------------
 11223344556677789
4489337822671156
-----------------
46015712682379349
-----------------
```

Somma delle dette tre moltiplicazioni.

```
41526374859708193
46015712682379349
23569023569023569
-----------------
11111111111111111
```

Esem-

Esempio perchè ne risultino tanti 5, e così deesi intendere degli altri.

1122334455667789
221

1122334455667789
2244668911335578
2244668911335578

248035914701581369

1122334455667789
132

2244668911335578
3367003367003367
1122334455667789

148148148148148148

1122334455667789
142

2244668911335678
4489337822671156
1122334455667789

159371492704826138

Somma delle dette tre moltiplicazioni.

248035914701581369
159371492704826138
148148148148148148

555555555555555555

Se la serie ordinaria dei numeri naturali a riserva dell'8, cioè 12345679, si moltiplicherà per 9, il prodotto sarà di tante unità. Se la stessa serie s'intenderà coi numeri scritti due volte a riserva del 9, e aggiuntovi l'8 a suo luogo, così 1122334455667789, e si moltiplicherà per 99, il prodotto sarà di tante unità, come già vedemmo di sopra: ma se questa serie si proseguirà a scrivere aggiungendovi sempre una figura della stessa specie a tutte le differenti specie, fuorchè il 9, che sempre si lascia solo, come si vede quì sotto.

111222333444555666777889
11112222333344445555666677778889
1111122222333334444455555666667777788889

Dico, che moltiplicate le suddette serie per un numero composto di tanti 9, quante sono le figure uguali, cioè nella prima serie, nel principio della quale vi sono tre unità, tre due ec. si moltiplicherà per 999, nella seconda, che ha nel principio quattro unità, quattro due ec. si moltiplicherà per 9999, nella terza, che vi sono cinque unità, cinque due ec. si moltiplicherà per 99999, ne verrà nel prodotto tante unità, e collo stesso modo, e regola si può proseguire in infinito.

Se poi si volessero i prodotti non più composti di tante unità, ma di tanti 2, 3, 4 ec. basta moltiplicare per 2, 3, 4 ec. il 9, 99, 999 ec. mentre coi prodotti moltiplicate le sue rispettive serie daranno nel prodotto tanti 2, 3, 4 ec. secondo, che si moltiplicò per 2, 3, 4 ec.

Se si prenderà il numero 37, poi il 3367, e questo sempre si accrescerà aggiungendovi un 3, e un 6 lasciando sempre il 7 solo, come si vede quì a lato, poi si moltiplicherà ciascuna serie per tanti 3 quanti sono i 3 iniziali di ogni serie, i prodotti saranno composti di tante unità, e se come dicemmo di sopra

37
3367
333667
33336667
3333366665

que-

questi 3 iniziali si moltiplicheranno per qualsivoglia numero semplice 2, 3, 4 ec. e coi provenienti prodotti moltiplicate le sue rispettive serie, daranno nei prodotti tanti 2, 3, 4 ec. secondo che si moltiplicò per 2, 3, 4 ec.

Se le serie di nnmeri suddette, e le altre superiori ancora si moltiplicheranno con fraporre alle prime un zero, alle seconde due, alle terze tre ec. come si vede quì sotto, e queste serie saranno poi

12345679012345679	37037037037
1122334455667789001122334455667789	33670033670033367
	333667000333667000333667

moltiplicate nelle stessissime maniere, che abbiamo detto di sopra, i loro prodotti saranno sempre tante figure uniformi nel modo suddetto.

Dalle suddette cose cavasi la seguente curiosità dite al Proponente, che proponga gli troviate due numeri, i quali assieme moltiplicati diano un prodotto formato di tanti numeri uguali, come gli piacerà, farete nel seguente modo.

Voglia verbigrazia due numeri, che moltiplicati insieme diano nel prodotto tanti 743, prendetene uno di quei della serie 37, 3367 ec. cioè 333667, e ciò perchè essendo il 743 composto di tre figure, si dee prendere quel numero, che nel principio della serie ha tre figure uguali, come il suddetto; moltiplicasi poi per 3, il 743, che dà 2229, questo sarà l'altro numero, col quale moltiplicato il 333667, darà nel prodotto tanti 743, e se questo prodotto si volesse composto di maggior numero di 743, basta adoprare in cambio del 333667, il 333667000333667000333667, che trovasi nelle serie poste di sopra, allungandola, ed abbreviandola secondo, che si vuole il prodotto composto di maggiori, o minori numeri uguali, come da se è chiaro.

Altre curiosità vi sono simili alle suddette, le quali per esser facili da ritrovare da chi avrà intese le suddette, e per non allungarmi d'avantaggio, le ho tralasciate.

Quando occorresse di moltiplicare una riga di numeri qualunque, per due figure, una delle quali sia l'unità, come i numeri 91, 81, 71 ec. ovvero 19, 18, 17 ec. questo si può fare in una sol riga, come si vede quì a lato.

37542
81
3040902

Sia da moltiplicare, come si vede quì sopra il numero 37542, per 81, si scriva nel prodotto il primo numero del moltiplicato, cioè il 2, poi si moltiplica il detto numero moltiplicato, cioè il 37542, per l'8 del moltiplicante, aggiungendovi numero per numero le rimanenti figure del moltiplicato, cioè 3754, finita la qual cosa, ne verrà il ricercato prodotto. Scritto dunque nel prodotto il 2, si moltiplichi detto 2, per l'8, che fa 16, al quale aggiuntovi il 4 susseguente fa 20, scrivasi il o dietro il 2, e portasi 2, poi

poi moltiplicasi il 4, che siegue per 8, che fa 32, e due che si porta fa 34, al quale aggiunto il 5, che siegue dopo il 4, che si aggiunse l'altra volta fa 39, si scrive il 9, e si porta 3; moltiplicasi il 5, che siegue per 8, fa 40, e 3, che si porta fa 43, e 7 del numero, che siegue fa 50, scrivasi il 0, e portasi 5; moltiplicasi poi il 7, che siegue per 8, fa 56, e 5 che si porta fa 61, che col 3 numero susseguente del moltiplicato fa 64, scrivasi il 4, e portasi il 6, poi dicasi l'ultimo numero, cioè il 3 via 8 fa 24, che col 6, che si porta fa 30, il quale si scrive tutto intiero dietro agli altri numeri del prodotto, per non esservi altri numeri da aggiungere; onde ne verrà il prodotto 3040902, che mostra la moltiplicazione di 37542, nel numero 81, come si voleva; Nello stesso modo si dovrà operare se fosse 21, 31, 41, 51, 61, 71, 91, come da se è manifesto.

Se poi il numero moltiplicante avesse l'unità, non a destra, come nel suddetto esempio, ma a sinistra, come se fosse verbigrazia, non più 81, ma 18, questo numero dai Pratici si moltiplica in una sol riga, mentre fanno a mente le moltiplicazioni di ogni numero semplice, per ogni numero, almeno fino al 20: Ciò non ostante non voglio mancare d'insegnarlo quì, a chi non sapesse a mente le dette moltiplicazioni, mentre ancora molte persone dotte non le fanno, sapendo esse, che ciò non importa, come abbiamo fatto vedere in avanti.

37542
18
675756

Sia dunque lo stesso numero 37542, come si vede quì a lato, da moltiplicare per 18, dicasi 2, numero primo del moltiplicato via l'8, del moltiplicante fa 16, scrivasi il 6 nel prodotto, e si porti l'unità, poi il 4, che siegue via il detto 8, fa 32, che coll'unità che si porta fa 33, al quale aggiunto il primo numero del 37542, cioè il 2 fa 35, scrivasi il 5 dietro il 6, del prodotto, e portasi 3; dicasi poi il 5, che siegue del 37542, via 8 fa 40, e 3, che si porta fa 43, che col 4 numero che siegue dopo il 2 del 37542, fa 47, scrivasi il 7, e portasi il 4, dicasi poi 7, che siegue dopo il 5 via 8 fa 56, e 4, che porta fa 60, che col 5, che siegue dopo il 4, che s'aggiunse antecedentemente fa 65, scrivasi il 5, e si porti il 6, poi dicasi l'ultimo numero, cioè 3 via 8 fa 24, e 6 che si porta fa 30 e 7, numero che segue dopo il 5, che si aggiunse antecedentemente fa 37, scrivasi il 7, e portasi il 3; e perchè non vi sono più numeri da moltiplicare per 8, avendoli già terminati nell'ultimo 3, si dovrà aggiungere quello che dovrebbesi portare, se vi fossero altri numeri da moltiplicare, cioè il 3 all'ultimo numero, che non s'è aggiunto, che anch'esso è 3; onde farà 6, il quale scritto nel prodotto dietro gli altri numeri darà tutto il prodotto 675756, che mostrerà in un sol colpo la moltiplicazione suddetta, come si ricercava.

Lo stesso si può fare quando si dovesse moltiplicare una riga di numeri, ò figure, per 101, 201, 301, 401, 501, 601, 701, 801, 901, ovvero per 1001, 1002, 1003 ec. oppure 10001, 10002, 10003 ec., e così de' suoi rovesci 102, 103, 104, 105 ec., ovvero 2001, 3001, 4001 ec. oppure 20001, 30001 ec. cioè di tutti quei numeri, li quali hanno nel primo, e nell'ultimo luogo una figura significativa, una delle quali sia l'unità, e le figure di mezzo sieno tanti zeri, mentre tai numeri si possono moltiplicare con qualsivoglia altro numero, o riga di figure in un sol colpo nel modo stesso insegnato di sopra con questa sola avvertenza, che quando la prima figura del moltiplicante è l'unità, scrivere dietro alla moltiplicazione, o prodotto, dell'ultimo numero, cioè del primo, che si moltiplica col numero della riga superiore, tante delle figure susseguenti della detta riga superiore, quanti sono li zeri intermedj, e poi seguir a moltiplicare l'ultima figura significativa per la riga superiore, aggiungendovi ad ogni prodotto il rimanente dei numeri della detta riga superiore, principiando dal primo dopo quelli che si scrissero nel luogo dei zeri; e quando il moltiplicante avesse l'unità nell'ultimo luogo, dopo d'aver moltiplicata la prima figura del moltiplicante pel primo numero della riga superiore, se gli aggiunga come sopra, tante delle susseguenti figure della detta riga superiore, quanti zeri vi sono, e poi si siegua a moltiplicare il detto primo numero del moltiplicante coi susseguenti numeri della riga superiore, aggiungendovi ad uno ad uno i numeri della stessa riga superiore, principiando dal primo, mentre ciò fatto avremo terminata la moltiplicazione in un sol colpo, come si voleva, lo che per esser facilissimo a chi avrà inteso gli altri esempj posti di sopra non si spiega d'avantaggio.

Se poi fosse da moltiplicare una riga di numeri, o figure per una riga composta d'altrettante unità, ciò si può fare tutto in un colpo nel modo espresso qui sotto.

47639854
11111111 Prodotto 52933170581779 4.

Nel prodotto scrivasi per primo numero il primo numero del moltiplicato, cioè il 4; poi sommasi lo stesso 4 col susseguente numero 5, che farà 9, il quale si scrive nel prodotto dietro il 4, poi sommasi del detto numero moltiplicato il susseguente 8, cogli altri due numeri antecedenti, cioè col 5, e col 4, che fanno 17, pongasi il 7 dietro gli altri numeri del prodotto, e portasi 1, sommasi poi come sopra il susseguente numero del moltiplicato, cioè 9, cogli altri numeri antecedenti, cioè con 8, 5, 4, che fa 27, scrivasi il 7 del 27 dietro gli altri numeri del prodotto, e portasi il 2, poi sommasi come sopra il numero susseguente 3, cogli altri antecedenti, cioè con 9, 8, 5, e 4, aggiungendovi il 2, che si porta, che fa 31, scrivasi

l'1 nel

l'1 nel prodotto, e portasi il 3, il quale sommato coi numeri 6, 3, 9, 8, 5, 4, secondo il solito fa 38, scrivasi l'8, e portasi il 3, il quale sommato coi numeri 7, 6, 3, 9, 8, 5, 4 fa 45, scrivasi il 5, e si porti il 4, il quale ultimamente si sommerà con tutta la riga del moltiplicato, cioè con tutti i numeri 4, 7, 6, 3, 9, 8, 5, 4, che fa 50, scrivasi il 0, e portasi il 5; ora che s'è terminato di sommare tutti i numeri del moltiplicato, adesso il 5, che si porta deesi aggiugnere alli stessi numeri del moltiplicato, lasciando il primo, poi il secondo, poi il terzo, e così fino all'ultimo in questo modo; si sommi il 5, che si porta coi numeri 4, 7, 6, 3, 9, 8; 5 che fa 47, scrivasi il 7, e si porti 4, il quale deesi sommare coi numeri 4, 7, 6, 3, 9, 8, che fa 41, scrivasi al solito l'1 nel prodotto, e portasi il 4 da aggiungersi ai numeri 4, 7, 6, 3, 9, che fa 33, scrivasi il 3, e portasi l'altro 3, da unirsi agli altri numeri 4, 7, 6, 3, che fa 23, scrivasi il 3, e portasi il 2, il quale sommato coi numeri 4, 7, 6 fa 19, scrivasi il 9, e portasi l'1, il quale coi numeri 4, 7, fa 12, scrivasi il 2, e portasi l'1, il quale coll'ultimo numero rimasto 4, fa 5, il quale scritto dietro agli altri darà pel prodotto dei numeri dati 47639854 per 11111111, il numero 529331705817794, in un sol colpo, come si ricercava.

Se poi le unità che moltiplicano non fossero tante, quante sono le figure del moltiplicato, ciò non ostante si avrà l'intento nel seguente modo.

	47639854
	111
Prodotto	5288023794

Sia lo stesso numero 47639854, come si vede quì a lato, da moltiplicare per tre unità, cioè per 111; per far ciò si scrivi nel prodotto il primo numero del moltiplicato, cioè il 4, poi si sommi le due prime figure del moltiplicato, cioè 5, e 4, che fa 9, scrivasi il 9, poi sommasi il susseguente 8, cogli altri numeri sommati addietro, cioè col 5, e 4, che fa 17, si scrive il 7, nel prodotto, e si porta l'unità, la quale deesi sommare coi numeri 9, 8, e 5, cioè a soli tre numeri del moltiplicato, e questo perchè non deesi sommare assieme più figure del moltiplicato di quelle sono nel moltiplicante, che sono tre, dunque si sommerà, coll'unità che si porta, che fa 23, si scrive il 3, e portasi il 2, il quale sommasi col 3, 9, e 8, che fa 22, scrivasi il 2, e portasi l'altro 2, il quale si somma col 6, 3, e 9, che fa 20, scrivasi il 0, e portasi 2 da aggiungersi al solito a 7, 6, e 3, che fa 18, scrivasi l'8, e portasi l'unità d'aggiungere ai tre numeri 4, 7, e 6, che fa 18, scrivasi l'8, e portasi l'1, il quale si aggiunge ai numeri rimasti 4, e 7, che fa 12, si scrive il 2, e si porta l'unità, la quale si aggiunge all'ultimo numero rimasto 4, che fa 5, il quale scritto dietro agli altri dà tutto il numero 5288023794 prodotto dei due numeri 47639854 per 111 in un sol colpo.

Per render più chiari i suddetti amaestramenti ho posto quì sotto un altro esempio, per la moltiplicazione degli stessi numeri posti di sopra per quattro unità, come si vede quì sotto.

	47639854
	1111
Prodotto	52927877794

Scrivasi secondo il solito, il primo numero del moltiplicato nel prodotto, cioè il 4, poi sommasi il 5, e il 4, che fa 9, il quale si scrive, poi si sommi l'8 5, e 4, che fa 17, scrivasi il 7, e portasi l'unità, la quale si sommi coi numeri 9, 8, 5, e 4, che fa 27, scrivasi il 7, e portasi il 2, il quale si sommerà coi numeri 3, 9, 8, e 5, non pigliandone di più per esser giunti al quarto numero, che è giusto il numero delle unità, che moltiplicano, cioè quattro; sommati dunque fanno 27, scrivasi il 7, e portasi il 2, che coi numeri 6, 3, 9, e 8 fa 28, scrivasi l'8, e portasi il 2, il quale coi numeri 7, 6, 3, e 9 fa 27, scrivasi il 7, e portasi il 2, da sommarsi con 4, 7, 6, e 3, che fa 22, scrivasi il 2, e portasi l'altro 2, il quale coi numeri restati 4, 7, e 6 fa 19, scrivasi il 9, e portasi l'1, il quale aggiunto ai numeri restati 7, e 4 fa 12, scrivasi il 2, e portasi l'1, che coll'ultimo numero restato 4 fa 5, il quale scritto dietro agli altri numeri fa 52927877794, prodotto dei numeri 47639854 in 1111 in un solpo, e così degli altri.

Può ancora darsi; che le unità, le quali moltiplicano, sieno in quantità maggiori delle figure dell'altro numero, ed essendo operasi, come si vede quì sotto.

	3865426
	1111111111
Prodotto	4294917777348286

Scrivasi nel prodotto, come sopra il primo numero del moltiplicato, cioè il 6, e seguasi avanti, come se le unità fossero quante sono le figure del moltiplicato, ed arrivato che si sarà a prendere la somma di tutte le figure del moltiplicato, cioè 3865426, che col 3 delle decine, che si porta fa 37, si scrive il 7 dietro agli altri numeri del prodotto che sarà 7348286, portasi il 3, il quale si unisce di nuovo alla somma di tutte le figure del moltiplicato, che pure fa 37, scrivasi il 7 dietro le altre figure del prodotto, e sarà 77348286, e facciasi tante, volte lo stesso, cioè si sommino tutte le figure del moltiplicante quante sono le unità, che eccedono le figure del moltiplicato, che per esser tre nel nostro caso, si farà tre volte la somma delle figure 3865426, non intendendosi compresa la prima volta, perchè spetta a quelle unità, che non superano le figure del moltiplicato, onde ne verrà il numero 7777348286, e portasi tre, seguasi poi nel modo detto di sopra a sommare le figure del moltiplicando meno la prima, cioè meno il 6, che sono le figure 386542, che col 3 che si porta fa 31, si scrivi l'1, e si porti il 3, e farà 37777348286, poi si proseguisca nel modo insegnato di sopra, lasciando sempre

una

uña figura del moltiplicando, lo che fatto ne verrà il numero 4294917777348286, prodotto di 3865426 in 1111111111, come si voleva, nel qual modo deesi sempre operare.

Di quì si vede, che se si volesse moltiplicare una riga di numeri, o figure per altrettante figure uguali, le quali non fossero, come sopra tante unità, ciò si può fare in una sol riga di numeri, o in due alla più, mentre se si volesse moltiplicare questa riga di numeri, cioè 47639854, per tanti 7, si fa nel modo seguente espresso quì sotto.

Facciasi il prodotto nello stesso modo, che se i 7 del moltiplicante fossero tante unità, lo che fatto darà il numero 5293317058177794, il quale moltiplicato per 7, valore d' ogni figura, colla quale è formato il moltiplicante, ne verrà il prodotto. 37053219407245558, il quale mostrerà la moltiplicazione del numero 47639854, pel numero 77777777, in due sole righe, come si voleva.

```
        47639854
        77777777
        --------
5293317058177794
               7
----------------
37053219407245558
```

Se poi il moltiplicante fosse bensì composto di figure uguali, ma in quantità minori di quelle del moltiplicato, ciò non ostante si farà la moltiplicazione in due sole righe nel modo posto quì sotto.

Sia dunque da moltiplicare il quì soprapposto numero 47639854 per 8888, si moltiplichi il numero 47639854 per 1111 nel modo insegnato di sopra, cioè si prenda li 8 per tante unità, lo che fatto ne verrà il prodotto 72927877794, il quale moltiplicato per 8, valore d'ogni figura colla quale è formato il moltiplicante, ne verrà il prodotto 583423022352, il quale mostra la suddetta moltiplicazione in due sole righe, come si voleva.

```
   47639854
       8888
   --------
72927877794
          8
-----------
583423022352
```

Lo stesso chiaramente si vede, che può farsi ancora quando il moltiplicante fosse composto di figure uniformi, ma in quantità maggiori del moltiplicato, come si vede quì a lato.

Per esempio sia da moltiplicare il numero 3865426, per 6666666666, si moltiplichi il detto numero 3865426, per 1111111111, nel modo insegnato, cioè si figuri i 6, come tante unità, lo che fatto avremmo il prodotto 4294917777348286, il quale moltiplicato per 6, valore d'ogni figura, colla quale è formato il moltiplicante, ne verrà il prodotto 25769506664089716 ricercato.

```
          3865426
       6666666666
       ----------
 4294917777348286
                6
-----------------
25769506664089716
```

Si vede dunque come fatta la pratica delle moltiplicazioni di qualunque numero per qualsivoglia altro numero composto con tante unità, si può in una sola riga fare la moltiplicazione di qualsivo-

glia numero per qualunque altro numero composto di figure uguali, mentre se le somme particolari che ne provengono, si moltiplicheranno per una figura del moltiplicando, e si noteranno le unità dei prodotti, e poi si porti avanti le decine, ne verrà tutto il prodotto ricercato in una sol riga, lo che a chi ne avrà fatta la dovuta pratica diverrà facilissimo.

Le suddette maniere di moltiplicare un numero qualunque per un altro numero composto di figure uguali, può servire a variare molte delle curiosità da noi descritte rendendole in tal modo più impercettibili, come è chiaro a chi avrà inteso quello, che fin' ora abbiamo detto.

Quello, che si è detto per tanti 6, 7, e 8, lo stesso deesi intendere per gli altri numeri 2, 3, 4, 5.

Prima di por fine alle curiosità spettanti alla moltiplicazione, voglio insegnare un'altra curiosità, parte attinente alla somma, ma più alla moltiplicazione, perciò ho stimato bene porla quì, ed è la seguente.

Dite di avere tante Cassette, o Monete, con ugual numero delle seguenti monete, il numero delle quali lo farete porre dal Proponente, che dica esservene per esempio 3687 d'ogni sorta. Voi dovete dire, che le monete sono, Zecchini di Venezia da lire 10: 10. Doppie da lire 17: 10. Livornini da lire 4: 10. Genovine da lire 7. Lisbonine da lire 26. Doppi-Doppie da lire 35. Filippi da lire 5: 5. Testoni da lire 1: 10. Zecchini di Roma da lire 10: 5. Fiorini da lire 2: 10. Si dimanda quante lire fanno tutte le suddette monete.

Moltiplicate per 12 il numero delle monete, cioè il 3687, aggiungendovi un zero, che è lo stesso; che moltiplicare il 3687 per 120, e ne verranno lire 442440, le quali saranno il valore di tutte le date monete in lire, e la ragione è, perchè la somma di dete monete, cioè di una per sorta, appunto fa lire 120. Lo stesso farebbesi dicendo di avere Zecchini di Roma da lire 10: 5, di Venezia da lire 10: 10. Fiorini da lire 2: 10: Filippi da lire 5: 5. Testoni da lire 1: 10. mentre moltiplicato per 30, il numero delle monete date dal Proponente, che per esempio sia 58763, collo scrivere prima un zero, e poi moltiplicare per 3 il 58763, ne verranno lire 1762890, valore di tutte le dette monete in lire; e questo perchè la somma delle lire d' ogn' una di dette monete appunto fa lire 30. Colla stessa regola si possono trovare altre monete, la somma delle quali formi un numero facile da moltiplicare, nel qual modo facendo si potrà mutare il gioco in varie maniere.

Si può ancora avere lo stesso adoperando ancora numeri, che pajono a prima vista incomodi, basta sciegliere monete tali, il valor della somma delle quali sia parte aliquota dei numeri decimali 10, 100, 1000 ec. mentre alla quantità delle monete date, come sopra dal Proponente intesovi, aggiunti tanti zeri quanti so-

no

no quelli, che accompagnano l'unità del numero decimale, che si ha dalla somma di ogn'una delle monete, se questo numero si dividerà per la parte aliquota, che la somma d'ogn'una delle monete è del numero decimale, il quoziente sarà il ricercato valore. Come per esempio abbiansi sette borse, colle seguenti monete, Filippi da lire 5: 5., mezzi Filippi da lire 2: 12: 6. Cristi in piedi da lire 1: 13: 4: Ungari da lire 10. Genovine da lire 7: Crazie da lire 1: 2. Pezze d'argento piccole di Spagna, da lire 6: 14: 8, e dica il Proponente esservene 6848, in ogni borsa, perchè la somma d'ogni una delle dette monete fa lire 33: 6: 8, che è la terza parte del 100, s'intenda al 6848, aggiunti i due zeri del 100, così 684800, e perchè le date monete aggiunte ogn'una assieme non importano, che la terza parte di 100, si divida per 3, il 684800, mentre il quoziente 228266: 13: 4, sarà la somma ricercata: E nello stesso modo, e con facilità si possono trovare altre monete, la somma d'ogni una delle quali sii parte aliquota di qualunque numero decimale, che per esservene innumerabili, ciò si lascia al nostro Aritmetico.

Più bella riescirà la suddetta dimanda, rivoltata in questa guisa; Dite di avere una ugual quantità di monete, come Luigi da lire 18. Mezzi Luigi da lire 9. Zecchini di Venezia da lire 10: 10: Doppie da lire 17: 10. Livornini da lire 4: 10. Genovine da lire 7. Filippi da lire 5: 5, e il Proponente dica esservene 2673, per sorta. Dimandasi quanti Zecchini di Roma fanno da lire 10: 5 l'uno.

Per far ciò moltiplicate per 7, il numero delle monete, cioè 2673, che ne verrà 18711, e tanti saranno i Zecchini di Roma. La ragione di ciò è perchè la somma d'ogni una di dette monete fa appunto lire 71: 15, che è il preciso valore di sette Zecchini Romani. Nella stessa maniera si possono trovare altre monete, la somma delle quali facciano una quantità d'altre monete facili alla moltiplicazione, o che abbiano qualche ripiego, mentre ciò facendo si muterà la dimanda secondo il gusto dell'operante, lo che riuscirà di maggior speciosità.

CAPITOLO XXVII.

Curiosità attinenti alla Divisione.

FAcciasi fare dal Proponente una riga di numeri a suo piacimento, la quale sia verbigrazia quella posta qui sotto, cioè 702876. Il divisore lo farete con porre prima un numero a vostro piacimento, come sarebbe 5, dietro al quale sempre vi porrete un 9, e l'altro numero lo caverete dal primo 5, levandolo dal 9, che ne verrà 4; onde avrete fatto il divisore 594.

```
594 | 702876   174
    |   1183   ---
      ------   594
avvanzo 174
        ---
        594
```

Per far la divisione in una sol riga, si parte il dividendo 702876, per regola generale per un'unità di più del numero iniziale del divisore, cioè per 6, ponendo il quoziente sotto quel numero del divi-

vid𝑒ndo, che le competerebbe, ſe ſi operaſſe ſecondo la regola ordinaria della diviſione, cioè ſe ſi divideſſe per tutto il numero 594 del diviſore, che cadrà ſotto il 2; onde il 6 entra nel 7 una volta, e reſta 1, pongaſi l' 1 del quoziente ſotto il 2, del dividendo, poi coll' 1 avanzato, ſi fa col 0, e col 2, 102, poi moltiplicaſi il 6, numero diviſore per l' 1 del quoziente, che fa 6, il quale aggiunto al 102 fa 108, ſi faccia conto del 10, e ſi tenghi a mente l' 8, poi ſi dica il 6, in detto 10, entra una volta; onde l' 1 ſi pone nel quoziente ſotto l' 8, e avanza 4, il qual 4, coll' 8 del 108 fa 48, al qual numero ſi uniſce il ſuſſeguente del dividendo, cioè l' 8, e fa 488, al qual numero deeſi aggiungere la moltiplicazione di queſt' ultimo numero del quoziente moltiplicato, come ſopra in 6, che eſſendo 1 fa 6, il quale agiunto al 488 fa 494, di queſto numero deeſi, come ſopra, far conto del 49, e tenere a mente il 4, poi ſi dice il 6, in 49, entra 8 volte, ſcrivaſi l' 8 nel quoziente, e l' 1 che reſta poſto, come ſopra accanto il 4, del 494, fa 14, che colla figura ſuſſeguente del dividendo, cioè 7 fa 147, moltiplicato poi l' ultimo numero del quoziente, cioè 8 per lo ſolito 6 fa 48, il quale ſommato, come ſi è fatto di ſopra, col 147 fa 195, e all' uſo ſolito ſi fa conto del 19, e ſi tiene a mente il 5, dicaſi poi il 6 in 19, entra tre volte, il qual 3, ſi pone nel quoziente, e l' 1, che avanza, poſto accanto al 5, del 195, fa 15, che poſto avanti al 6, del dividendo fa 156, al quale all' uſo ſolito aggiuntavi la moltiplicazione del numero 3, del quoziente via il ſolito 6, che fa 18 da 174, il quale moſtra l'avanzo, che col diviſore di ſotto darà una frazione; onde il quoziente avuto in una ſol riga ſarà $1183 \frac{174}{594}$. Nello ſteſſo modo deeſi fare negli altri ſimili caſi, come ſi vede nei ſeguenti eſempj.

6	2	3
594 | 702876	198 | 34567764	297 | 34567764
1183	174584	116389
avanzo 174	avanzo 132	avanzo 231
7	11	12
693 | 398736	1089 | 39873674	1188 | 39873674
575	36614	33563
avanzo 261	avanzo 928	avanzo 830

Si può fare ancora, che il numero iniziale del diviſore, ſia di due figure, perchè non paſſi quei numeri, che ſi poſſono maneggiare a memoria, come ſi vede in alcuni dei ſuddetti eſempj, uno de' quali ha per diviſore il 1089, e l' altro il 1188, nei quali caſi non ſi pone fra mezzo ad eſſi il 9, come negli altri eſempj, dove

ve il divisore è composto d'una sola figura nel principio; gli altri susseguenti numeri di esso divisore, si fanno collo scadere i primi uno per uno dal 9, come altre volte s'è detto, e poi s'opera colla stessa regola insegnata di sopra.

E perchè in questo modo di operare può occorrere, che alcuna delle figure del quoziente superi il 9, lo che venendo deesi operare nel seguente modo.

Il 6 nel 59, cape 9 volte, e avanza 5, si scrivi il 9 sotto l'ultimo 8, principiando a sinistra, e il 5, che resta inteso avanti i due 8 fa 588, al quale aggiunta la moltiplicazione del 6 in 9, cioè 54 fa 642, tenuto a mente l'ultimo numero 2, si vegga quante volte il 6 entra nel 64, e v'entra 10 volte, e avanza 4, si scriva il 10, ponendo l'1 sotto il 9, del quoziente, e il zero a destra del 9, poi inteso il 4, che avanza dietro il 2 del 642, che si è tenuto a mente fa 42, il quale s'intenderà posto avanti al susseguente 3, del dividendo, e farà 423, a questo 423 s'aggiunga la moltiplicazione di quest'ultimo quoziente 10, per 6, che è 60, e fa 483, si tenga a mente il 3, e si vegga il 6 in 48, quante volte vi cape, che vi cape 8 volte, e avanza nulla, si scriva l'8 nel quoziente, e perchè avanza nulla si prenda il 3, che si tenne a mente, dietro al quale inteso il 2 del dividendo fa 32, al quale al solito aggiunta la moltiplicazione di quest'ultimo quoziente 8, in 6, cioè 48 fa 82, tengasi a mente il 2, e veggasi quanto cape, il 6 nell'8, che vi cape una volta, e avanza 2, si scriva l'1 nel quoziente, e il 2, che avanza inteso avanti il 2 di sopra, che si tenne a mente fa 22, al quale posto a destra l'ultimo 2 del dividendo fa 222, al quale aggiuntovi il prodotto di 6 nell'ultimo quoziente, cioè 6 dà 228, avanzo. Sommansi poi i numeri del quoziente, come si vede nell'esempio, e ne viene il total ricercato quoziente 10081, coll'avanzo 228.

	6
594	5988342
	9081 . 228 avanzo
	1
quoziente	10081

Per fare tutto in una sol riga, basta allora quando qualche numero del quoziente supera il 9, allora porre la prima figura dietro alle figure del quoziente, e l'altra aggiungerla alla figura, che gli antecede accomodandola, lo che facendo si avrà tutto in una sol riga, e in questo modo deesi sempre operare, quando le figure del quoziente superano il 9.

Oltre il suddetto modo di fare i divisori si possono ancora avere moltiplicando il 9, 99, 999 ec. per qualsivoglia numero, che è poi lo stesso, che dicemmo di sopra, mentre i divisori dei suddetti esempj vengono da tal regola, mentre il 594 deriva dalla moltiplicazione di 66 in 9, ovvero da 99 in 6; il 198 da 22 in 9, ovvero

vero da *99* in 2, il 297 da *99* in 3, ovvero da 33 in *9*, il *693*, da *99* in 7, ovvero da *9* in 77: il 1089, da 121 in *9*, ovvero da 11 in *99*, e così degli altri, dunque collo stesso mettodo si può moltiplicare verbigrazia il *9*, per 15, e ne verrà il divisore 135, il *9* per 25, che dà il divisore 225, e così degli altri, mentre con tai divisori si può averne il quoziente in una sol riga, purchè il numero, che moltiplica 1*9*, sia atto a maneggiarsi a memoria, come si vede di sopra.

Si può ancora dire al Proponente, fate quanti numeri, o figure volete, che io voglio poi aggiungervene altrettanti, i quali tutti insieme deggionsi dividere per un numero composto di tanti *9*, quante sono le figure, o numeri fatte da esso Proponente, mentre voi ne farete il quoziente in una sol riga così.

9999	7543, 2456
	quoziente 7544

Abba fatto il Proponente i quattro numeri, o figure 7543, poste quì sopra, voi gli aggiungerete le quattro 2456, collo scader le prime dal *9*, ed il divisore sarà *9999*. Per far poi il quoziente deggionsi scrivere le stesse figure fatte dal Proponente, cioè 7543, più un'unità, che sarà 7544, quoziente ricercato, lo che per essere l'inverso di ciò, che insegnossi nelle curiosità della moltiplicazione, non se ne fa altra parola.

Essendo il suddetto giuoco di natura tale, che facilmente viene scoperto, voglio intanto insegnar quì una maniera di dividere qualsivoglia numero, che dia il Proponente, per un divisore di tanti *9*, quanti piace al Proponente, ed è il seguente.

99	875437, 53	2 . 31
	quoziente 884280 . 33	2 . 33

Abba fatto il Proponente il numero 87543753, come si vede quì a lato, da dividere per *99*. (giacchè a dividere qualunque numero per *9*, ciò si ha in una sol riga, operando nella maniera comune).

Taglinsi a destra tante figure del dividendo quanti sono i *9* del divisore, che nel nostro caso essendo due si taglia il 53, ciò fatto sommansi le figure del dividendo alternativamente principiando dalla prima 3, poi dalla terza 7, dalla quarta 4 ec., cioè lasciandone una, perchè 1*9* del divisore sono due; se fossero tre se ne lascierebbero due, se quattro tre ec., dunque diremmo 3, 7, 4, e 7 fa 21, scrivasi l'1 a destra delle figure tagliate, come si vede di sopra, poi portasi il 2, e principiando dal 5, seconda figura a destra si dirà 2, che si porta col 5, 3, 5, e 8 fa 23, scrivasi il 23 dietro all'1, perchè si sono terminati di pigliare i numeri tagliati; onde se più di due ve ne fossero, si seguirebbe avanti, finchè si fossero presi tutti, ciò fatto, questo 231, provenuto si divida pel divisore *99*, lo che si fa tagliando, come sopra, le prime due figure a destra, cioè il 31, poi si sommano alternativamen-

mente nel modo suddetto, dicendo 2, e 1, 3; si scrive il 3, poi il 3 susseguente all' 1, perchè non v'è altro numero alternativamente da aggiungervi, poi si scrive accanto l'ultimo 2 del 231, il quale anch'esso non ha altro numero da aggiungervi alternativamente; onde ne verrà 233; separansi le due figure a destra, cioè il 33, e verrà 2, 33, il qual 33 è l'avanzo di tutta la divisione perchè non passa il divisore 99, e questo avanzo 33, si pone sotto le figure tagliate del divisore.

Sommansi poi alternativamente nel modo suddetto le figure non tagliate del dividendo principiando a destra, aggiungendovi il 2 del 2, 33, dicendo 2, 7, 4, e 7, fa 20, si scrivi il 0, e si porti il 2, poi si segua, dicendo 2, 3, 5, e 8 fa 18, si scriva l'8, e si porti l'1, poi si dica 1, 4, e 7 fa 12, si scriva il 2, e si porti l'1, poi l'1 col susseguente 5, e 8 fa 14, si scriva il 4, e si porti l'1, poi 7 coll'1, che si porta fa 8, perchè non v'è altra figura alternativamente al 7, poi si scriva l'ultimo 8, e ne verrà il quoziente 884280, con 33 d'avanzo, come sopra.

Per maggior chiarezza ho posto quest' altro esempio di un divisore, composto di tre 9. Separate dunque tre figure a destra, si cavi l'avanzo sommando alternativamente a tre, a tre, perchè sono tre i 9 del divisore, le figure del dividendo, dicendo 3, 3, e 7 fa 13, si scriva il 3, e si porti l'1, poi seguasi al 5, di esso 753, dicendo 1, 5, 4, e 8 fa 18, scrivasi l'8, e portasi 1, poi seguasi all'ultimo numero 7, dei separati coll'1, e col 5 fa 13, scrivasi il 13, e ne viene 1383, al qual numero si tagliano, come sopra, le tre figure a destra 383, e si sommano nello stesso modo, dicendo 3, e 1, 4, si scrive il 4, poi si scrive il susseguente 8, che non ha altro numero alternativo, poi il 3, e poi l'1, si separa di nuovo da questo numero 1384, le tre figure 384, le quali perchè non giungono al divisore 999, sono l'avanzo, che si pone sotto le figure tagliate del dividendo. Sommansi poi le altre figure, non tagliate, del dividendo, aggiungendo l'1 del 1384, a tre, a tre, nel modo suddetto, che ne verrà 87631, coll'avanzo 384, quoziente ricercato.

999	87543, 753	1, 383
		1, 384
quoziente	87631, 384	

Si può fare ancora quest'altro giuoco. Dicasi al Proponente, che vi dia un divisore a suo arbitrio, che voi gli troverete in un colpo un dividendo, che diviso pel dato divisore produca un quoziente di figure tutte uguali, ancora ad arbitrio del Proponente.

Il modo di ciò fare, sarà di moltiplicare pel dato divisore il quoziente, che si vuole, lo che si fa tutto in una sol riga, come insegnammo nelle curiosità della moltiplicazione; mentre il prodotto, che ne verrà, sarà il dividendo ricercato, come da se è manifesto.

Avanti di terminare questo Capitolo non voglio mancare di avvertire, come si può ancora con utilità delle calcolazioni, dividere qualsivoglia dato numero per un qualch' altro, che sia parte aliquota, e comoda di qualche numeto decimale, come di 100, 1000 ec. come siegue.

Dite al Proponente, che vi dia un dividendo, verbigrazia di lire, come a lui piace, e sia il quì a lato di lire 8654875, voi li porrete il divisore lire 33: 6: 8, che è appunto la terza parte di 100, tagliate le due figure a destra del dividendo, cioè 75, e fa $\frac{75}{100}$, cioè $\frac{3}{4}$, poi moltiplicate per 3 li $\frac{3}{4}$, e le figure non tagliate, che ne verrà il quoziente lire 259646 $\frac{1}{4}$, cioè lire 259646: 15.

	lire.
lire 33 : 6 : 8	86548 $\frac{75}{100}$ cioè $\frac{3}{4}$
quoziente lir. 259646 $\frac{1}{4}$	

Lo stesso farebbesi quando anche le lire date dal Proponente fossero accompagnate con soldi, e denari, come quì sotto.

Lo stesso si può avere ancora con altre parti dal 100, o di qualsivoglia altro decimale, come si vede in quest' altro esempio, il divisore del quale è lire 14 : 5 : 8 $\frac{4}{7}$, settima parte del 100: nel qual modo deesi sempre operare in simili casi, ancorchè il numero dato fosse accompagnato da più delle parti minime con rotto, come da se è chiaro.

	lire.
lire 33 : 6 : 8 : 143	86 : 2 : 5
17	22
2	69
	100
quoziente lir. 431 : 11 : 8 $\frac{7}{100}$	

Moltissime altre curiose maniere vi sono di dividere, ma per avere la maggior parte di esse delle mutazioni nella regola, e per lo più non si possono fare in una sol riga, che è quello a cui nelle nostre curiosità abbiamo avuto la mira, e perchè da se può il Lettore Aritmetico trovarle, quando abbia inteso ciò che fin'ora si è detto, come pure per non dilungarmi di superfluo in cose di poco vantaggio, le tralascio, e passerò nella seconda Parte a cose di maggior utile.

	lire.
lire 14 : 5 : 8 $\frac{4}{7}$ 3654	82 : 6 : 5
16	46
5	57
	100
quoziente lir. 25583 : 15 : 2 $\frac{99}{100}$	

DELL'

DELL' ARITMETICA DI GIUSEPPE ALBERTI

PARTE SECONDA

CAPITOLO PRIMO.

Definizione dei numeri rotti, col modo di scriverli, ed enunziarli.

BEnchè, come abbiam mostrato nella prima Parte, il Numero essere un aggregato di molte unità; ciò non ostante da Pratici chiamasi numero ancora qualunque parte della stessa unità, benchè realmente non sia, stante la definizione del Numero da noi data, per ciò qualunque parte dell'unità da essi chiamata viene *Numero rotto*, che più brevemente ancora chiamar si 93 suole *rotto*, *frazione*, *o minuzia*.

Il *Numero rotto*, dunque altro non è, che una parte, ovvero più parti dell' unità, ovvero di qualsivoglia cosa divisibile in varie parti, e concepita come unità. Come per esempio, se si concepirà l' unità divisa in due parti uguali, e di queste due parti se ne prenda una, questa parte dell' unità sarà un rotto; e se l' unità concepita si fosse non più, come sopra divisa in due parti, ma in quattro parti uguali, e di queste quattro se ne piglino verbigrazia tre, queste tre parti delle suddette quattro, con cui è divisa l'unità, chiameransi un altro rotto.

Dalle suddette cose si conosce, che per esprimere qualsivoglia rotto deesi esprimere non solo in quante parti sia diviso il tutto, o l' unità, ma ancora quante di queste parti si piglino; onde qualsivoglia rotto scrivesi con due numeri posti uno sopra dell' altro, con una lineetta orizzontale, che gli framezza. Nella parte superiore alla lineetta vi si pone quel numero, il quale palesa, ed esprime le quantità delle parti prese, ovvero quante parti si piglino dell' unità divisa, e chiamasi *Numeratore*. Di sotto poi se gli 94 pone quel numero, il quale esprime in quante parti si era divisa l' unità, ovvero quali parti si piglino dell' unità, e chiamasi *Deno-* 95 *minatore*. Così nei seguenti rotti $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{6}$, i quali si pronunziano, o significano *tre quarti*, *cinque settimi*, *due sesti*, il 3, il 5, il 2, diconsi numeratori, ed il 4, 7, 6, denominatori.

Deesi quì avvertire, come il rotto non è sempre parte della semplice unità, ma talvolta ancora di qualsivoglia numero, o grandezza, che si concepisca, divisa in varie parti fra loro uguali. Così che il numero 36 si concepisca diviso in tre parti uguali, il numero 24, sarà $\frac{2}{3}$ del 36; ed in questo caso il rotto $\frac{2}{3}$ sarà ugua-

le al numero intiero 24. Lo ſteſſo deeſi intendere di qualſivogli altra grandezza, come per eſempio, ſe diremo $\frac{2}{5}$ di lira, perchè ogni lira è compoſta di altre parti minime, cioè di 20 ſoldi, i $\frac{2}{5}$ ſaranno otto ſoldi; e ſe ſi diceſſe $\frac{2}{3}$ di ſoldo, perchè ogni ſoldo è compoſto di 12 denari, li detti $\frac{2}{3}$ valeranno 8 denari, nei quai caſi il rotto $\frac{2}{3}$ è uguale a' numeri intieri.

Dalle coſe fin'ora dette chiaramente ſi conoſce, che per enunziare qualſivoglia rotto, deeſi prima proferire il valore del numeratore, tale quale ſi trova, dipoi il valore del denominatore giontogli di più queſta parola eſimo, ſe il numeratore è l'unità, e eſimi ſe è più di una unità, e queſto ſolamente però allora quando il denominatore ſarà più di 9, come per eſempio $\frac{1}{11}$, ſi dice un undiceſimo; $\frac{7}{11}$, ſi dice ſette undiceſimi; $\frac{12}{23}$ dodici ventitreeſimi; $\frac{37}{285}$ trentaſette ducento, ottantacinqueſimi, e così degli altri: quando poi il denominatore foſſe 2, 3, 4 ec., come per eſempio $\frac{1}{2}$, ſi dice un mezzo; ſe $\frac{2}{3}$ ſi dice due terzi; ſe $\frac{3}{4}$ tre quarti; ſe $\frac{2}{5}$ due quinti; ſe $\frac{5}{6}$ cinque ſeſti; ſe $\frac{3}{7}$ tre ſettimi; ſe $\frac{5}{8}$ cinque ottavi; ſe $\frac{4}{9}$ quattro noni; cioè i numeri ſemplici, che ſervono per denominatori, ſi chiamano ſe è 2, mezzi; ſe 3 terzi; ſe 4 quarti ec., come da ſe è manifeſto.

E perchè gl' intieri poſſono eſſere accompagnati con rotti, queſto numero 72 $\frac{3}{4}$ vuol dire ſettantadue unità, e tre quarti; queſt' altro lire 12 $\frac{2}{5}$; vuol dire lire dodici, e due quinti di lira, che eſſendo la lira compoſta di 20 ſoldi li $\frac{2}{5}$ valeranno 8 ſoldi; e queſt' altro lire 12: 10: 4 $\frac{3}{4}$ vuol dire lire dodici, ſoldi dieci, denari quattro, e tre quarti di denaro, cioè ſe intenderemo un denaro diviſo in quattro parti, come moſtra il denominatore, e di quelle quatto parti ne prenderemo tre, come moſtra il numeratore, tal quantità ſarà tre quarti di denaro, nel qual modo intender deonſi tutti gli altri rotti poſti accanto a qualſivoglia quantità, intendendo per l'unità diviſa di eſſo rotto la ſpecie a cui ſta accanto, come dai ſuddetti eſempj reſta manifeſto.

Dalle ſuddette coſe ſi viene in cognizione del perchè negli eſempj delle diviſioni inſegnate nella prima Parte di queſto Trattato, ſi è fatto porre ſotto dell'avanzo il diviſore framezzato da una linea, mentre eſſo denota una frazione, nel modo detto di ſopra.

E perchè, come abbiam detto, queſti rotti ſono quantità a ſimiglianza degli intieri, potendo uno eſſer uguale, maggiore, o minore di un altro, con queſta differenza, che la grandezza, o quantità dei numeri intieri eſprimeſi coll'iſteſſo numero intiero; ma la grandezza, o quantità di un numero rotto non ſi può conoſcere ſe non col riferire lo ſteſſo rotto ad un intiero; vale a dire ſe non ſi conoſce inſieme il tutto, o l'intiero, come ſi è diviſo. Così la grandezza, o quantità del numero 24 ſi conoſce, ed eſprime vedendoſi il 24; ma la grandezza, o quantità del rotto $\frac{2}{3}$

non

non si può conoscere, se non conoscasi ancora il tutto che si è diviso in tre parti; potendo in fatti accadere, che il valore, o quantità del rotto $\frac{2}{3}$ sia maggiore, o minore secondo che sia maggiore, o minore quel tutto che si è diviso; siccome appunto il 24 è $\frac{2}{3}$ del 36, e l' 8 è $\frac{2}{3}$ del 12; ma il $\frac{2}{3}$ del 36 è tanto maggiore del $\frac{2}{3}$ del 12, quanto il 36 è maggiore del 12; dalla qual cosa si vede, che dovendosi comparare, o calcolare i rotti, deono questi esser sempre intesi, come parte della stessa unità, o dello stesso intiero, o tutto che si divida; sicchè per conoscere il loro valore, o quantità, non debbano più riferirsi all' intiero da cui provengono, ma unicamente paragonarsi fra loro, come si vedrà in avanti.

CAPITOLO II.

Del ridurre gl' intieri, ovvero gl' intieri, e rotti, a rotti.

PErchè qualsivoglia rotto deesi concepire, come una grandezza, o come parte dell' intiero, o dell' unità che si è divisa, resta chiaro, che lo stesso rotto al suo intiero, o unità ha la stessa proporzione, che il numeratore al denominatore. Mentre nel rotto verbigrazia $\frac{2}{3}$ si esprime l' unità divisa in tre parti, dunque se si piglieranno tutte queste tre parti, si formerà la stessa unità, o intiero di prima che si divise, dove pigliandone due sole si formerà un rotto, e però il rotto all' unità avrà l' istessa proporzione, che il numero delle parti prese al numero delle parti in cui fu divisa l' unità, che è lo stesso che dire la stessa proporzione del numeratore al suo denominatore; onde se il numeratore di qualsivoglia rotto fosse uguale al suo denominatore, come $\frac{3}{3}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{7}$ ec., il rotto sarebbe uguale al suo intiero, o unità, che si divise in 3, 5, 7 ec., e se il numeratore fosse maggiore del denominatore, il rotto sarebbe, nel qual caso chiamasi rotto *improprio*, uguale ad una, o più unità; ovvero ad una, o più unità con un rotto. 96 96½

Dalle suddette cose resta chiaro, che essendo dato qualsivoglia numero intiero, il quale si voglia ridurre in rotto di qualsivoglia denominazione, cioè che abbia un dato denominatore, ciò si farà moltiplicando l' intiero pel denominatore, che si vuole che abbia; e sotto il prodotto, separato da una linea, se gli porrà lo stesso denominatore; nel qual modo resterà formato un rotto uguale al dato intiero, e espresso col dato denominatore.

Come per esempio il numero 7, posto quì a lato, si vuol ridurre in quinti; si moltiplica per 5, che farà 35, sotto del quale separato da una linea se gli porrà lo stesso denominatore 5, e ne verrà il rotto $\frac{35}{5}$, cioè trentacinque quinti, ugale al detto numero 7.

$$\begin{array}{r} 7 \\ \underline{5} \\ \underline{35} \\ 5 \end{array}$$

Se

Se poi, come si vede nell' altro esempio posto quì a lato, fosse dato verbigrazia $9, \frac{2}{3}$ da ridurre in terzi, cioè da ridurre alla denominazione del rotto, che accompagna l' intiero, ciò si farà moltiplicando il 9 per 3, che fa 27, e perchè questi, se altro non vi fosse sarebbero, come si disse di sopra, ventisette terzi, a questi aggiugneremo il 2, numeratore del $\frac{2}{3}$ avremo $\frac{29}{3}$, cioè ventinove terzi, uguale al dato numero $9\frac{2}{3}$.

$$9\frac{2}{3}$$
$$3$$
$$29$$
$$3$$

Se poi il numero da ridurre in rotto fosse composto di parti minime, come sarebbe lire, soldi, e denari; ovvero libre, oncie, e ferlini, o qualsivoglia altra specie', si opererà nel seguente modo.

Sieno verbigrazia, come si vede quì appresso, lire 12, soldi 4, e denari 8, da ridurre, per esempio, in tanti quinti, si ridurrà prima ogni cosa in ispecie minime, cioè in denari, lo che fatto ne vengono denari 2936, questi si moltiplicano per 5 denominatore che dee avere il rotto che dicemmo quinti, e ne verrà 14680, al quale postovi sotto il 5, in forma di rotto farà $\frac{14680}{5}$, cioè quattordicimila, e seicento ottanta quinti di denaro, uguale alle lire 12: 4: 8. Nello stesso modo deesi fare di qualsivoglia altra quantità, come per maggior chiarezza si vede ne' seguenti esempj.

lire. Sol. den.
12. 4. 8
20
244
12
denari 2936
5
14680
5

cor. quar. quartic. da ridurre in 225 esimi.

12: 11: 5
16
203
8
1629
25
8145
3258
fa 40725 di quarticino
25

lib. on. fer. da ridurre in 15 esimi.

38: 11: 10
12
467
46
7482
15
fa 112230 di ferlino
15

Nei calcoli frequentemente accade di dover ridurre le quantità di specie minime accompagnate con rotto, allo stesso denominatore del rotto, che le accompagna, lo che da' Pratici si dice *ridurre le quantità allo stesso rotto*, e fanno come siegue.

Li-

lire.	sol.	den.
12.	8.	4 $\frac{2}{3}$
20		
248		
12		
denari 2980		
3		
fa 8942 di denari		
3		

Sia da ridurre, come si vede quì appresso, le lire 12: 8: 4, e $\frac{2}{3}$ in tanti terzi, cioè nel denominatore del rotto, che accompagna le dette quantità, ciò si fa col ridurre prima ogni cosa alla specie minima, come se non vi fosse alcun rotto, secondo il solito, che saranno denari 2980, questi poi si moltiplicano pel 3, denominatore del rotto, che le accompagna, aggiungendovi il denominatore 2, che fa 8942, al quale posto sotto il 3, in forma di rotto darà tutte le lire 12 : 8 : 4 $\frac{2}{3}$ ridotte in terzi di denaro, cioè $\frac{8942}{3}$, che sono ottomila, e novecento quarantadue terzi, come si voleva; e lo stesso deesi intendere per qualsivoglia altra quantità, e rotto di qualsivoglia denominazione, come da se è chiaro, senz' altro esempio.

CAPITOLO III.

Del ridurre i rotti in intieri.

SI disse di sopra, che se un rotto avesse il numeratore uguale al suo denominatore, come $\frac{3}{3}$, il rotto sarebbe uguale al suo intiero, o sua unità divisa per 3, e se il numeratore fosse maggiore del denominatore, il rotto sarebbe uguale ad una, o più unità, ovvero ad una, o più unità con un rotto; onde si vede, che se fosse dato un tal rotto da ridurre in intiero, o nelle sue unità, ciò s'avrà dividendo il numeratore pel denominatore, poichè il quoziente di questa divisione esprimerà l' intiero, o l' intiero, e rotto, a cui equivale il dato rotto, come si vede quì sotto.

Sia il rotto quì a lato $\frac{28}{7}$, cioè vent'otto settimi, il quale come si disse di sopra è maggiore d' un intiero per avere il numeratore maggiore del denominatore; per sapere quanto vaglia, si divida il numeratore 28, pel denominatore 7, e ne verrà il quoziente 4, e tante unità vale il dato rotto.

$\frac{28}{7}$ 7 | 28 vale 4 intieri

Se poi, come si vede quì a lato, fosse dato il rotto $\frac{25}{6}$, da ridurre in intiero, si dividerà, come sopra il 25 per 6, e ne verrà 4 $\frac{1}{5}$, cioè quattro, e un quinto, e tanto valerà il rotto $\frac{25}{6}$, come si cercava.

$\frac{25}{6}$ 6 | 25 vale 4 $\frac{1}{5}$

Se poi il rotto, fosse rotto di una tal quale unità specificata, come sarebbe il rotto provenuto dalla riduzione delle lire 12. 8. 4 $\frac{2}{3}$ in terzi posta nell' ultimo esempio dell' antecedente Capitolo, cioè $\frac{8942}{3}$, che si fa esser rotto di denari, per trovare il suo valore si dividerà il numeratore 8942, pel denominatore 3, e ne verrà 2980 $\frac{2}{3}$, che sono denari, i quali si divideranno per 12, per averne i soldi, non tenendo conto del rotto $\frac{2}{3}$, e ne verranno soldi 248, e avan-

vanzano 4 denari, di nuovo divisi questi soli 248, non tenendo conto dei denari 4, ne vengono lire 12: e avanzano 8 soldi, alle quali lire 12:8, postivi accanto li 4 denari di sopra, e il rotto $\frac{2}{3}$, ne vengono in tutto lire 12:8:4 $\frac{2}{3}$, valore del dato rotto $\frac{8942}{3}$ in lire, come si vede quì sotto.

$$\frac{8942}{3} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 8942 \\ \hline 12 & 2980\ \frac{2}{3} \\ \hline 20 & 248:\ 4 \\ \hline \text{lire} & 12:8:4\ \frac{2}{3} \end{array}$$

Nello stesso modo deesi sempre operare per ridurre nel suo massimo valore qualsivoglia altro rotto specificato, come resta manifesto senza prolungarsi con altri esempj.

Ma se il rotto da ridurre in intieri non fosse maggiore del suo tutto, o unità divisa, ma fosse bensì maggiore della sua susseguente parte minima, cioè fosse di una quantità specificata, cioè cognita, come di soldi, di oncie ec., che hanno delle susseguenti parti minime, cioè denari, serlini ec. allora detto rotto, si dee ridurre nelle sue susseguenti parti minime, come siegue.

$$\begin{array}{l|l} \frac{7}{8} & 140 \\ \hline \text{soldi} & 17:\ 6 \end{array}$$

Sia il suddetto rotto $\frac{7}{8}$ di lira, per ridurre questo rotto in intiero, cioè per vedere quanti soldi, e denari contiene, si moltiplichi il numeratore 7 per 20 numero de' soldi, che fanno una lira, e ne verrà 140, il quale si divide pel denominatore 8, e nel quoziente ne vengono soldi 17, e denari 6; e tanto sarà il suo valore.

Nello stesso modo deesi fare, se il rotto fosse di altra quantità, come si vede nei seguenti esempj.

$\frac{5}{7}$ di lib. $\frac{5}{7}$ | 60 — fa on. 8: ser. 9 $\frac{1}{7}$

$\frac{3}{8}$ di scudo $\frac{3}{8}$ | 30 — fa pao.3.sol.7.den.6

$\frac{10}{121}$ di cor. $\frac{10}{121}$ | 160 — fa quarter.1.quart.2 $\frac{70}{120}$

CAPITOLO IV.

Del modo comune, di ridurre i rotti a minimi termini dai Pratici chiamato Schisare.

99 E Perchè intendendosi l'unità divisa in alcune parti, come sarebbe in 6, delle quali se ne prenda 3, cioè $\frac{3}{6}$ si vede, che questo rotto tanto vale, quanto se si fosse divisa la stessa unità, verbigrazia in 30 parti, delle quali se ne fossero prese 15, cioè $\frac{15}{30}$, o pure fosse divisa in due parti, delle quali se ne fosse presa una, come $\frac{1}{2}$ ec. mentre tanto è dividere una cosa in sei parti, e poi prenderne 3, quanto dividerla in 30, e prenderne 15, ovvero in due sole, e prenderne una, mentre nell'uno, e nell'altro caso è sempre la metà, come chiaramente è manifesto, onde perchè possono darsi dei rotti nel suddetto modo, i quali sieno uguali ad altri rotti composti con numeri minori, e perciò più facili a maneggiarsi nel calcolare, degli Aritmetici hanno trovato il modo di ridurli a minori termini, ovvero schifarli, lo che in altro non consi-

ſte ſe non nel trovare un altro rotto equivalente, ed uguale al rotto dato, ma eſpreſſo con numeri, o termini minori, ſe però egli è poſſibile: lo che dai Pratici ſi fa comunemente nel ſeguente modo.

Sia dato il rotto $\frac{24}{32}$, come ſi vede quì appreſſo, troviſi un numero, il quale divida aliquotamente, cioè ſenza avanzo, tanto il numeratore 24, quanto il denominatore 32, il qual numero è 8, che chiamaſi *ſchiſatore*, queſto numero ſi pone vicino alla lineetta, che ſepara il numeratore dal denominatore, come ſi vede quì ſopra, e con eſſo ſi divide il numeratore 24, e ne viene 3, poi collo ſteſſo 8 ſi divide il numeratore 32, che ne viene 4, il quale ſi pone ſotto del 3, ſeparato da una lineetta, e ne verrà il rotto $\frac{3}{4}$, uguale al dato rotto $\frac{24}{32}$: nel qual caſo il rotto ſarà ridotto in termini minori poſſibili, quando il rotto $\frac{3}{4}$, provenuto non potrà ridurſi in altri termini minori, per eſſere i numeri 3, e 4, che lo compongono, numeri primi fra di loro, nel qual caſo lo ſchiſatore 8, ſi chiama il *maſſimo ſchiſatore del dato rotto*. 100 101

$8)\frac{24}{32}$

$\frac{3}{4}$

E perchè poſſono darſi dei rotti, compoſti di molte figure; onde difficil foſſe trovare in un ſol colpo il maſſimo ſchiſatore, i Pratici operano nella ſeguente maniera.

Sia dato il rotto $\frac{384}{480}$, da ridurre in termini minori, cioè da ſchiſare, trovano verbigrazia un numero, come l'8, il quale divida aliquotamente il numeratore, e il denominatore, e ne proviene il rotto $\frac{48}{60}$, il quale tentano di ridurlo ancora a minori termini, col ſchiſarlo per altri numeri, come per 4, lo che fatto ne viene il rotto $\frac{12}{15}$, queſto ancora provano ſchiſarlo per un altro numero, come per 3, e ne proviene il rotto $\frac{4}{5}$, il quale è il minimo, che ſi poſſa trovare, non potendo più trovarſi altro numero intiero, che aliquotamente divida il nnmeratore, e il denominatore di queſt'ultimo rotto $\frac{4}{5}$, per eſſere i numeri, che lo compongono numeri primi fra di loro; onde ſi avrà ridotto il rotto in termini minimi, come ſi voleva.

$8)\frac{384}{480}$

$4)\frac{48}{60}$

$3)\frac{12}{15}$

$\frac{4}{5}$

Mediante le ſuddette ſchiſazioni ſi può trovare il maſſimo ſchiſatore, col moltiplicare inſieme tutti i ſuddetti ſchiſatori, cioè 8, 4, 3, che fanno *96*, mentre con eſſo *96* diviſo il numeratore 384, ed il denominatore 480, danno come ſopra il rotto $\frac{4}{5}$, come ſi vede quì appreſſo.

Maſſimo ſchiſatore $96)\frac{384}{480}$

$\frac{4}{5}$

E perchè non è molto facile il conoſcere con qual numero ſi poſſa ſchiſare un rotto propoſto, o vogliamo dire propoſto un rotto conoſcere, che numero ſia atto a ſchiſarlo, per lo che deeſi avvertire le ſeguenti coſe.

Tutti i numeri pari ſi poſſono ſempre partire per 2.

Neſſun numero imparo ſi può dividere per un numero paro.

Quando ſi vuol provare ſe il numero 3 entra in un dato nume-

ro aliquotamente, ciò ſi può fare facilmente ſenza dividere il dato numero, baſta ſommare tutte le figure, che lo compongono laſciando i 3, mentre ſe nella ſomma entrerà il 3, alliquotamente v' entrerà ancora alliquotamente, facendone la diviſione, e non entrando aliquotamente nella ſomma delle figure, nè meno aliquotamente entrerà dividendo tal numero.

Lo ſteſſo ſi può fare del 9, mentre ſommate tutte le figure, che compongono il numero da dividere, laſciando i 9, ſe nella ſomma entrerà il 9, aliquotamente v' entrerà ancora aliquotamente dividendolo, ed al contrario non entrando aliquotamente nella detta ſomma, nè meno aliquotamente v' entrerà dividendolo: Di ciò non ſi da alcun eſempio per eſſer lo ſteſſo, che s' inſegnò nella prova del 9.

Il numero 5 non può entrare alliquotamente ſe non nei numerì, che da man deſtra terminano in 5, ovvero in o.

Circa gli altri numeri non ſi può dar regola certa, ma biſogna provarli colla diviſione.

CAPITOLO V.

Altre maniere di ſchiſare,

SI poſſono ancora ſchiſare i rotti, quantunque compoſti di molte figure con una regola generale, mediante la quale ſi trova il maſſimo ſchiſatore, la qual regola è la ſeguente.

Si divida il denominatore pel ſuo numeratore, e coll' avanzo che ne viene ſi divida il primo diviſore, e col ſuo avanzo ſi parta l' ultimo diviſore, cioè l' antecedente, e così ſi vada ſeguitando finchè ſi arriva a un diviſore, che entri preciſamente nell' antecedente partitore ſenza avanzo; nel qual caſo queſt' ultimo diviſore ſarà il maſſimo ſchiſatore cercato.

$\frac{3192}{3648}$ 3192 | 3648
1

avanzo 456 | 3192, primo diviſore — 456) $\frac{3192}{3648}$
6

avanzo 456 | 456, ſecondo diviſore — $\frac{7}{8}$
1

000

Come per eſempio ſia il rotto $\frac{3192}{3648}$, poſto di ſopra, per trovare il ſuo maſſimo ſchiſatore, ſi divida il denominatore 3648, pel ſuo numeratore 3192, come ſi vede, che v' entra una volta, e avanza 456, con queſto 456 ſi divida il primo diviſore 3192, che v' entra ſei volte, e avanza 456, con queſto 456, ſi divida l' ultimo diviſore, che è 456, e ne verrà 1, e non avanza nulla; nel qual caſo per non avanzarvi alcuna coſa, il diviſore ultimo, cioè il 456, ſarà il maſſimo ſchiſatore del rotto $\frac{3192}{3648}$, col quale fat-

fatta la ſchiſazione ne viene il rotto $\frac{7}{8}$, equivalente al rotto dato, come ſi voleva, e come ſi vede nel predetto eſempio.

Se poi nella prima diviſione, cioè nel dividere il denominatore pel numeratore non vi reſtaſſe alcuna coſa, come nel rotto $\frac{769}{3176}$, poſto quì appreſſo, allora il numeratore 769, ſarà il maſſimo ſchiſatore, come ſi vede, che ne dà $\frac{1}{4}$, rotto uguale al dato $\frac{769}{3176}$.

769 | 3176
4
000

769 | $\frac{769}{3176}$
$\frac{1}{4}$

Quando poi nel fare le diviſioni nel detto modo, per trovare il maſſimo ſchiſatore, ſi perverrà ad un avanzo, che ſia l'unità, come ſi vede quì appreſſo, nel rotto $\frac{223}{415}$, allora tal rotto ſarà inſchiſabile, cioè non ſi potrà ſchiſare, perchè la ſola unità ſarà quella, che potrà entrare preciſamente nel numeratore, e nel denominatore del dato rotto, cioè il numeratore, ed il denominatore ſaranno numeri primi fra di loro, nel qual caſo il rotto non ſi potrà ridurre a minimi termini, ma biſognerà laſciarlo, come ſi trova.

223 | 415
1

192 | 223
1

31 | 192
6

6 | 31
5

30277 | 97681
3

6850 | 30277
4

2877 | 6850
2

1096 | 2877
2

685 | 1096
1

411 | 685
1

274 | 411
1

137 | 274
2
000

137 | 30277
221
287
137
000

137 | 97681
713
178
411
000

$\frac{221}{713}$

Nell'eſempio poſto quì ſopra, per trovare il maſſimo ſchiſatore del rotto $\frac{30277}{97681}$, ſi è trovato detto maſſimo ſchiſatore eſſere 137, col quale deeſi dividere il numeratore 30277, e il denominatore 97681, per averne il rotto $\frac{221}{713}$, come ſi vede di ſopra.

Per trovar il qual rotto senza fare alcuna divisione deesi osservare la seguente regola generale.

Moltiplicasi l'ultimo quoziente, col susseguente quoziente, andando all'insù, ed al prodotto si aggiunga sempre un'unità, e la somma si moltiplichi col susseguente quoziente, ed al prodotto si aggiunga sempre il primo quoziente; la somma si moltiplichi col susseguente quoziente, ed al prodotto aggiungasi sempre il numero della prima somma; questa somma si moltiplichi col susseguente quoziente, ed al prodotto sempre si aggiunga il numero della seconda somma; questa somma si moltiplichi col susseguente quoziente, e al prodotto si aggiunga la terza somma ec., e così si siegua, onde se vi saranno altri quozienti la somma si moltiplchi col susseguente, ed al prodotto si aggiunga la somma, che siegue all' ultimamente sommata, e si siegua quest'ordine finchè siasi pervenuto all'ultimo quoziente, mentre la somma, che avremo avanti, cioè subito che facciamo la moltiplicazione con detto ultimo quoziente, che sarà quello dopo la moltiplicazione del penultimo quoziente, questa dico mostrerà il numero delle volte, che lo schifatore entrerà nel numeratore del rotto proposto; onde tal somma sarà il numeratore del nuovo rotto da formarsi; la quale si porrà sopra una lineetta per numeratore. Questa somma poi, che ultimamente avremo trovata, e posta per numeratore del nuovo rotto, si moltiplichi col susseguente quoziente, ed al prodotto si aggiunga la somma, che antecede alla somma presa per numeratore del nuovo rotto, che è lo stesso, che dire aggiungervi il numero della somma, che subito siegue per ordine alla somma che si adoprò a sommare ultimamente, mentre tal somma mostrerà il numero delle volte, che lo schifatore entrerà nel denominatore del dato rotto, onde quest' ultima somma sarà il denominatore del nuovo rotto da formarsi, la quale si porrà sotto la lineetta del numeratore, e sarà il suo denominatore, e tale sarà il nuovo rotto ridotto in minimi termini; lo che più facilmente s'intenderà dal seguente esempio.

Il rotto $\frac{30277}{47681}$ dell'esempio posto di sopra, nel quale i quozienti sono 3, 4, 2, 2, 1, 1, 1, 2, però cominciando dall'ultimo andando in sù, si moltiplichi quest'ultimo 2, col suo susseguente, che è 1, e fa 2, al quale aggiunta un'unità fa 3; questo 3 moltiplicasi pel susseguente quoziente 1, e fa 3, al quale aggiunto il primo quoziente 2 fa 5; questo 5 moltiplicato per 1 susseguente quoziente fa 5, al quale aggiunta la prima somma 3 fa 8; quest'8 moltiplicato col susseguente quoziente 2 fa 16, al quale aggiunta la seconda somma, cioè 5 fa 21; questo 21 moltiplicato pel susseguente quoziente 2 fa 42, al quale aggiunta la terza somma, cioè 8 fa 50; questo 50 moltiplicato per 4, susseguente quoziente fa 200, al quale aggiunta la quarta somma 21, fa 221, il quale per esser pervenuti al penultimo quoziente, tal numero sarà il numeratore

del

del nuovo rotto da formarsi: questo 221 moltiplicato coll'ultimo susseguente quoziente 3 fa 663, al quale aggiunta la quinta somma, cioè 50, fa 713, il quale per essersi adoprato l'ultimo quoziente, questo numero sarà il denominatore del nuovo rotto; onde ne verrà il rotto $\frac{221}{713}$.

Deesi avvertire, che quando i quozienti fossero solamente due, in tal caso l'ultimo quoziente sarà il numeratore del nuovo rotto, il quale moltiplicato col susseguente quoziente, cioè in tal caso col primo, ed al prodotto aggiuntavi un'unità, tal numero sarà il denominatore del nuovo rotto, come si vede qui sotto, senz'altra spiegazione, mentre da se è manifesto.

rotto dato $\frac{5033}{66148}$ 5033 | 66148 | 13 viene $\frac{7}{92}$

15818
719 | 5033 | 7
000

Si può ancora trovare il massimo schisatore nella seguente, e facile maniera.

Sia dato il rotto $\frac{48}{64}$, posto qui appresso, sottrasi il 48 dal 64, ed il residuo 16, si sottri dal 48, e dal residuo 32, sottrasi di nuovo il 16; e così successivamente sottraggasi il numero minore dal maggiore, finchè il residuo resti uguale al sottratto, come sottrando il 16 dal 32, resta 16; e poi dividendo per questo ultimo residuo uguale al sottratto, il numeratore 48, scrivasi il quoziente 3, come nuovo numeratore; siccome dividendo per lo stesso 16, il denominatore 64, scrivasi il quoziente 4, sotto la linea, come nuovo denominatore, e sarà il rotto $\frac{3}{4}$, uguale a $\frac{48}{64}$.

rotto dato $\frac{48}{64}$ 64 16 | $\frac{48}{64}$
48
16 viene $\frac{3}{4}$
32
16
16

Che se non potesse trovarsi alcun numero, che dividesse il numeratore, e denominatore insieme del dato rotto, o sottraendo, come sopra finalmente si trovasse la sola unità, ciò sarebbe contrassegno, che il dato rotto non può schisarsi, o ridurre a minori termini, nel qual caso i numeri, che lo compongono saranno numeri primi fra di loro.

Quando fosse dato da schisare un qualche rotto, il quale abbia sì nel numeratore, che nel denominatore alcuni zeri a mano destra, in tal caso si può facilmente schisare tal rotto col levare un medesimo numero di zeri, continuati da man destra, sì nel numeratore, che nel denominatore, mentre come s'insegnò nella divisione

ne, levando un zero da ciaſcuno ſarà, come ſe il rotto ſi ſchiſaſſe per 10; ſe due, come ſe ſi ſchiſaſſe per 100, ſe tre per 1000, e così degli altri, onde ſi formerà un numero rotto meno i zeri levati, il quale ſarà uguale al primo: queſto tal rotto poi ſe non è compoſto di numeri fra di loro primi, ſi può ſchiſare per un altro numero per averne il rotto ridotto ne' minimi termini poſſibili, come ſi vede ne' ſeguenti eſempj.

Quando le figure del numeratore di qualſivoglia rotto foſſero uguali fra di loro, ed ancora quelle del denominatore foſſero uguali fra di loro, e di più le figure del numeratore foſſero tante quante quelle del denominatore, in tal caſo il rotto ſarà ſempre ſchiſabile, e ſi ſchiſerà ſenza alcuna fatica, col formare un nuovo rotto, che abbia per numeratore una delle figure dello ſteſſo numeratore, e per denominatore una delle figure del denominatore, e tal rotto ſarà uguale al rotto dato, queſto tal rotto poi ſe è ſchiſabile ſi ſchiſi di nuovo, ſe no, ſi laſci com'è, che ciò fatto avremo con ſomma brevità ridotto il dato rotto ne' ſuoi poſſibili termini minimi, come ſi vede quì ſotto.

rotto dato $4)\frac{52|0}{54|0}$	rotto dato $\frac{170|00}{231|00}$
viene $\frac{13}{21}$	viene $\frac{170}{231}$

Nei detti caſi ſi può ancora per maggior brevità ſchiſare immediatamente (quando però ſia ſchiſabile) il rotto compoſto da una figura del numeratore, e una del denominatore, tagliandole fuori ſenza ricopiarle di nuovo, come ſi vede quì ſotto, e come da ſe è manifeſto.

$\frac{777}{888}$	$\frac{666}{888}$	$\frac{6666}{9999}$
viene $\frac{7}{8}$	$2)\frac{6}{8}$	$3)\frac{6}{9}$
	viene $\frac{3}{4}$	viene $\frac{2}{3}$

Quando un rotto abbia tante figure nel numeratore, quante nel denominatore, e ciaſcuna delle figure del numeratore ſieno la ſteſſa parte di quelle, che le corriſpondono nel denominatore, cioè abbiano la ſteſſa proporzione fra di loro, tal rotto ſi ſchiſerà facilmente collo ſcrivere una di qualunque delle figure del numeratore con ſotto la ſua corriſpondente del denominatore, mentre tal rotto ſarà uguale al rotto propoſto, e ſe tal rotto è ſchiſabile ſi ſchiſerà di nuovo, mentre nell'ultimo darà un nuovo rotto uguale al dato, e ridotto nei minimi termini poſſibili, come ſi vede nei ſeguenti eſempj.

$2)\frac{6|66}{8|88}$	$3)\frac{6|666}{9|999}$
viene $\frac{3}{4}$	viene $\frac{2}{3}$

$\frac{234}{468}$, è uguale a $\frac{2}{4}$, ovvero a $\frac{3}{6}$, oppure a $\frac{4}{8}$, cioè a $\frac{1}{2}$

$\frac{24602}{36903}$, è uguale a $\frac{2}{3}$, ovvero a $\frac{4}{6}$, oppure a $\frac{6}{9}$, cioè a $\frac{2}{3}$, e così degli altri.

Il rotto $\frac{234}{468}$, poſto di ſopra, ſi può ancora dividerlo così $\frac{23}{46}$, ovvero $\frac{34}{68}$, che ſchiſati danno l'uno, e l'altro $\frac{1}{2}$, come ſopra.

L'al-

L'altro rotto $\frac{24602}{36903}$, si può dividere nei seguenti rotti $\frac{24}{36}$, $\frac{46}{69}$, $\frac{60}{90}$, $\frac{246}{369}$, $\frac{460}{690}$, $\frac{2460}{3690}$, mentre schisati sempre danno $\frac{2}{3}$, come si vede di sopra, nel qual modo averrà ancora degli altri simili; onde per dar luogo alla brevità, lascio tai cose, per esser più di bizzarria, che di necessità, e dò fine al modo di schisare; mentre chi bene intenderà il fondamento di tali cose, potrà da se venire in cognizione di molte altre.

CAPITOLO VI.

Di due rotti, conoscere qual sia il maggiore, e quale il minore.

Dalle cose suddette è altresì manifesto, che due rotti della stessa unità saranno fra loro uguali, se i loro numeratori abbiano a proprj denominatori la stessa proporzione; come $\frac{3}{4}$, è uguale a $\frac{6}{8}$, poichè avendo per ipotesi il 3, al 4, del primo rotto, la stessa proporzione, che ha il 6, all'8, del secondo, avranno i due rotti $\frac{3}{4}$, e $\frac{6}{8}$, la stessa, o uguale ragione alla stessa unità, e però saranno fra di loro uguali: Ma se il 5, numeratore di un rotto $\frac{5}{4}$, avesse al proprio denominatore 4 maggior ragione del 6, all' 8, del rotto $\frac{6}{8}$, il rotto $\frac{5}{4}$ sarebbe maggiore dell' altro rotto $\frac{6}{8}$: Onde per facilmente conoscere di due dati rotti, qual sia maggiore dell' altro, deesi operare come siegue.

Dati verbigrazia i due rotti $\frac{5}{4}$, e $\frac{6}{8}$, per conoscere qual sia il maggiore, e quale il minore, o se sieno uguali, deonsi moltiplicare in croce, il numeratore dell'uno, col denominatore dell'altro, e i loro prodotti si scrivano sopra i numeratori moltiplicanti; poichè se i prodotti sieno uguali, uguali ancora saranno i rotti; ma se i prodotti fossero disuguali; quel rotto sarebbe maggiore, il numeratore del quale dasse un prodotto maggiore, come vedesi nei seguenti esempj.

maggiore	minore.		uguali.	
40	24		24	40
$\frac{5}{4}$ ×	$\frac{6}{8}$		$\frac{3}{4}$ ×	$\frac{6}{8}$

Se poi due rotti avranno lo stesso denominatore, saranno fra loro, come i numeratori; e però $\frac{2}{4}$ sarà a $\frac{3}{4}$, come il 2 al 3: e questi due rotti $\frac{2}{7}$, e $\frac{4}{7}$, l'ultimo $\frac{4}{7}$, sarà doppio del primo $\frac{2}{7}$, per essere i loro numeratori 2, e 4, in ragione doppia. Se poi due rotti avranno lo stesso numeratore, saranno fra loro, come i denominatori presi reciprocamente, cioè il primo rotto al secondo sarà come il denominatore del secondo, al denominatore del primo; onde $\frac{2}{4}$, e $\frac{2}{6}$, avranno fra di loro la ragione, che passa fra 6, e 4, loro denominatori; nel qual modo deesi intendere degli altri.

CAPITOLO VII.

Modo di trovare tutti i numeri intieri, a tutte le parti aliquote intiere, che possono precisamente dividere un dato numero intiero.

102 E Perchè nel susseguente Capitolo, nel quale s'insegna il modo di ridurre i rotti allo stesso denominatore, ed al minimo possibile denominatore, bisogna trovare il maggior numero, che esattamente divida un dato numero, perciò quivi abbiamo stimato utile insegnare il modo di trovare tutti i numeri intieri, che precisamente divider possano un dato numero, mentre ciò fatto si potrà prendere il maggiore di essi, per servirsene nell' occasione suddetta, lo che ancora può servire per altre operazioni, come si vedrà.

Per trovar dunque tutti i divisori, deesi dividere il dato numero per 2, se si può, e quante volte si può, poi quest'ultimo quoziente dividasi per 3, se si può, e quante volte si può, poi per 5, per 7, per 9 ec., finchè l'ultimo quoziente sia l'unità, ovvero il divisore sia lo stesso dato numero, nel qual caso il dato numero non ammette alcun divisore fuor di se stesso: scritti poi tutti i divisori trovati uno sotto dell'altro, moltiplicasi poi il primo divisore pel secondo, ed il prodotto si scriva a destra del secondo divisore; poi i due primi divisori, ed il prodotto trovato si moltiplichino pel terzo divisore, e i prodotti si scrivano uno dopo l'altro rimpetto allo stesso terzo divisore; finalmente ogni numero, che trovasi sopra il quarto divisore, per lo stesso quarto divisore così moltiplichino, e alla di lui destra si scrivano i prodotti, e così si seguita, finchè vi sono dei divisori, mentre tutti i trovati prodotti saranno tutti i divisori del dato numero, come si vede nel seguente esempio.

150	2	
75	3.	6
25	5.	10. 15. 30
5	5.	25. 50. 75. 150
1		

Sieno da trovare tutti i divisori del numero 150, posto quì appresso. Dividasi questo 150 per 2, e il quoziente 75 si scriva sotto di esso 150, e il divisore 2 si scriva a destra del 150, come si vede; dividasi poi il quoziente 75, perchè non si può più dividere per 2, per 3, e il quoziente 15 si scriva sotto il 75, e il divisore 3 scrivasi sotto il divisore 2, cioè a destra del 75, poi si divida il 25 per 5, e il quoziente 5, e divisore 5, si pongano nei suoi luoghi; si divida 5 per 5, e il divisore 5, si ponga nel luogo solito dei divisori, e il quoziente 1, sotto i quozienti. Ciò fatto moltiplicasi il primo divisore 2, nel secondo 3, e il prodotto 6 scrivasi a destra del divisore 3; moltiplicasi poi ognuno dei numeri, che sono sopra il terzo divisore 5, nello stesso divisore 5, accanto al quale scrivansi i prodotti 10, 15, 30, finalmente moltiplicati tutti i numeri esistenti sopra il quarto divisore 5, nello stesso divisore 5, i prodotti 25, 50, 75, 150 (mentre i prodotti 10, 15, 30, avendoli di sopra, si lasciano) scrivansi nel mo-

modo già detto. Lo che fatto è chiaro, che tutti i numeri, i quali sono posti a destra dei quozienti, cioè 2, 3, 6, 5, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150, divider possono esattamenre, e senza residuo il proposto numero 150; nel qual modo deesi fare per ogn' altro numero dato.

CAPITOLO VIII.

Modo di ridurre i rotti di diversa denominazione, ad una stessa, ed alla minima denominazione.

Qualunque rotto dicasi *essere di una medesima denominazione*, di un altro quando tutti e due hanno un medesimo denominatore, cioè che il denominatore dell' uno sia uguale al denominatore dell' altro, come i seguenti $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$ ec. e quando non hanno i denominatori uguali, tai rotti diconsi *rotti di diverse denominazioni*, come sono $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$ ec. E perchè questi rotti di diverse denominazioni non si possono facilmente adoperare, o maneggiare, perciò gli Aritmetici hanno trovato il modo di ridurli ad una stessa denominazione, cioè che abbiano uno stesso, o uguale denominatore, senza alterar punto la loro quantità; lo che fatto, facilissimo riesce il maneggiarli, ed il modo di ciò fare è il seguente. 103 104

Debbansi ridurre al medesimo denominatore i due rotti $\frac{4}{6}$, e $\frac{3}{5}$, si moltiplichino in croce il numeratore dell' uno col denominatore dell' altro, ed i prodotti 20, e 18 si scrivano sotto i rotti, il di cui numeratore allora si moltiplica, e sotto di essi se gli faccia una lineetta; indi si moltiplichino fra di loro i denominatori, ed il loro prodotto 30, si scriva sotto i numeratori 20, e 18, il qual numero sarà il commun denominatore, e ne verranno i due rotti $\frac{20}{30}$, e $\frac{18}{30}$, il primo $\frac{20}{30}$ sarà uguale al suo rotto postovi sopra, cioè a $\frac{4}{6}$, che è lo stesso che $\frac{2}{3}$, come si può conoscere schifandolo, e l' altro $\frac{18}{30}$ sarà uguale a $\frac{3}{5}$, come si voleva, e come si vede quì sotto.

$$\frac{4}{6} \times \frac{3}{5}$$
$$\frac{20}{30} \quad \frac{18}{30}$$

Se poi fossero dati più rotti da ridurre ad uno stesso, o comun denominatore, come $\frac{4}{6}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$, si riducano prima come sopra i primi due rotti ai due rotti uguali $\frac{20}{30}$, e $\frac{18}{30}$, e poi si riducano i due rotti $\frac{18}{30}$, e $\frac{2}{7}$, a uno stesso denominatore, cioè a $\frac{126}{210}$, e $\frac{60}{210}$, nel modo suddetto, e finalmente i rotti $\frac{20}{30}$, e $\frac{2}{7}$, si riducano anch' essi allo stesso denominatore $\frac{140}{210}$, e $\frac{60}{210}$, lo che fatto i tre rotti dati $\frac{4}{6}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$, saranno ridotti nei rotti $\frac{126}{210}$, $\frac{140}{210}$, $\frac{60}{210}$, come si cercava, e come si vede quì sotto; nel qual modo deesi fare se fossero più di tre.

$$\frac{4}{6} \times \frac{3}{5}$$
$$\frac{2}{7} \times \frac{20}{30} \quad \frac{18}{30} \times \frac{2}{7}$$
$$\frac{140}{210} \quad \frac{126}{210} \quad \frac{60}{210}$$

La suddetta operazione si fa con maggior brevità moltiplicando fra di loro i denominatori dei rotti dati, e il loro prodotto si scrive come nuovo, e comun denominatore, poi moltiplicandosi ciascuno dei dati numeratori nel prodotto dei denominatori degli altri rotti, il loro prodotto sarà il

nuovo numeratore. Così nei suddetti rotti $\frac{4}{6}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$, moltiplicando insieme i denominatori 6, 5, e 7, il loro prodotto 210 sarà il nuovo denominatore; moltiplicando poi il primo numeratore 4, per 35, prodotto dei denominatori 5, e 7, il prodotto 140, sarà il primo numeratore; moltiplicando il secondo numeratore 3, in 42 prodotto dei denominatori 6, e 7, il loro prodotto 126, sarà il secondo numeratore; moltiplicando il terzo numeratore 2 in 30, prodotto dei denominatori 6, e 5, il prodotto 60 sarà il terzo numeratore, e perciò i dati rotti $\frac{4}{6}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$, saranno ridotti come sopra nei rotti $\frac{140}{210}$, $\frac{126}{210}$, $\frac{60}{210}$.

E perchè due, o più rotti possono bensì ridurre colle suddette regole a comun denominatore; ma perchè possono ancora ridursi ad altri infiniti comuni denominatori, mentre ogni denominazione si può ridurre ad un'altra denominazione, sempre, che il numero significante l'una possa entrar precisamente nel numero significante l'altra; onde perchè 3 entra in 6, 9, 12 ec., precisamente, ne siegue che li terzi, significati dal 3 possono ridursi a sesti, noni, dodicesimi ec. e così degli altri numeri, perciò si vede, che può darsi, che ridotti qualsivogliano rotti ad una stessa denominazione in uno dei modi insegnati di sopra, possano questi ridursi ad un'altra denominazione minore, lo che riesce molto comodo per la pratica; perciò dati due, o più rotti, questi si ridurranno alla stessa, e minima denominazione nel seguente modo.

$\frac{5}{6}$ × $\frac{3}{8}$
$\frac{40}{48}$ $\frac{18}{48}$

Dati i due rotti $\frac{5}{6}$, e $\frac{3}{8}$, posti quì appresso, i quali colle regole insegnate, ridotti alla loro comune denominazione danno $\frac{40}{48}$, e $\frac{18}{48}$, e perchè possonsi questi ridurre a minor denominazione, ciò si fa trovando il maggior numero, o maggior comune misura dei due denominatori 6, e 8, cioè il maggior numero che precisamente entri in essi denominatori 6, e 8, come s'insegnò nell'antecedente Capitolo, che è 2, se con questo 2 divideremo uno di questi denominatori, verbigrazia il 6, ne viene 3, il quale moltiplicato coll'altro numeratore 8 fa 24, il quale 24 è il minor numero, nel quale possono precisamente entrare il 6, e l'8; lo stesso sarebbe venuto, se col 2 avessimo diviso l'8 in cambio del 6, che avrebbe dato 4, il quale moltiplicato coll' altro denominatore 6, fa come sopra 24; perciò i sesti, e li ottavi non si potranno ridurre a minor denominazione, che a ventiquattr'esimi, perciò il 24 sarà il minimo, e comune denominatore dei dati due rotti, per trovar poi i loro numeratori si parte il 24, per ciascun denominatore; onde diviso il 24 per 6, da 4, lo che fa conoscere che ciascun sesto è quattro ventiquattr'esimi; onde cinque sesti saranno cinque volte quattro ventiquattr'esimi; moltiplicando dunque il numeratore 5, pel trovato 4, da 20, nuovo numeratore, il quale posto sopra il 24, in forma di rotto fa $\frac{20}{24}$, nel quale è ridotto il $\frac{5}{6}$, e pel $\frac{3}{8}$, perchè l'8, entra nel 24, tre

vol-

volte ſi moltiplica il numeratore 3, per queſto 3, che fa 9, il quale poſto ſopra il comun denominatore 24 fa $\frac{9}{24}$, uguale al rotto $\frac{3}{8}$. Se poi non ſi potrà trovare una comune miſura dei denominatori dei dati rotti, cioè alcun numero che v'entra preciſamente, allora ſi moltiplicheranno i denominatori inſieme, mentre il prodotto ſarà il nuovo, e minimo denominatore, per trovar poi i numeratori s'opererà come ſopra.

Quando poi foſſero più rotti da ridurre alla minima denominazione poſſibile, i quai rotti ſieno per eſempio $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{13}$, $\frac{3}{4}$, per far ciò trovaſi il numero maggiore, il quale entri preciſamente in tutti i denominatori de' dati rotti, cioè in 3, 5, 8, 9, 16, 10, 8, 13, 4, per trovar il quale cominciaſi a trovare il maggior numero, il quale entri nel 3, e nel 5, primi denominatori, il quale non potendoſi trovare, per non eſſervi, ſi moltiplicherà 3 via 5, che fa 15, trovaſi poi il maggior numero, il quale entri preciſamente nel 15 trovato, e nel ſuſſeguente denominatore 8, il quale per non eſſervi, come ſopra, ſi moltiplicherà 8 in 15, che fa 120. Seguaſi ora a trovare il maggior numero, il quale entri preciſamente in queſto 120, e nel ſuſſeguente denominatore 9, il quale è 3, col quale diviſo uno di loro, verbigrazia il 9, che è più comodo, ne viene 3, il qual 3 ſi moltiplichi coll'altro numero, cioè col 120, e ne verrà 360, ora ſeguaſi a trovare il maggior numero, che entri nel 360, e nel 16, ſuſſeguente denominatore, il qual numero è 8, con queſto 8 divideremo uno dei detti due numeri, poniamo il 16, e ne viene 2, col quale moltiplicato l'altro numero, cioè il 360 fa 720, e ſeguendo a trovare il maggior numero, il quale entri nel 720, e nel ſuſſeguente denominatore 10, troveremo eſſere il 10, col quale diviſo verbigrazia il 10, viene 1, il quale moltiplicato coll'altro numero 720, da 720; poi ſeguiremo a trovare il maggior numero, che entri nel 720, e nell'8, ſuſſeguente denominatore, il quale è 8, con queſto diviſo verbigrazia l'8 denominatore da 1, col quale moltiplicato il 720, da pure 720, poi ſeguaſi a trovare il maggior numero, il quale entri nel 720, e nel 13 ſuſſeguente denominatore, il quale non v'è, onde moltiplicheremo inſieme, come ſopra, e ne verrà 9360, poi ſeguaſi all'ultimo rotto, col trovare il maggior numero, il quale entri nel 9360, e nell'ultimo denominatore 4, che ſarà il 4, onde diviſo per 4, il denominatore 4 da 1, il quale moltiplicato coll'altro numero 9360, da lo ſteſſo numero 9360; onde i dati rotti ridotti, che ſaranno al loro minore, e comune denominatore, queſto ſarà il ſuddetto numero 9360. Per trovar poi i ſuoi numeratori, deeſi dividere queſto numero, o nuovo denominatore, per ciaſcun denominatore dei dati rotti, e il quoziente moltiplicarlo per ſuo numeratore, mentre tal numero ſarà il ſuo numeratore, perciò per trovare il numeratore, che dee ſervire pel primo rot-

to $\frac{2}{3}$, si divida il 9360 per 3, e ne verrà 3120, il quale si moltiplica pel numeratore 2, e ne verrà 6240, al quale postovi sotto il suo denominatore 9360, darà il rotto $\frac{6240}{9360}$, uguale a $\frac{2}{3}$, nel qual modo facendo agli altri, ne avremo i rotti $\frac{5616}{9360}$, $\frac{8190}{9360}$, $\frac{2080}{9360}$, $\frac{8775}{9360}$, $\frac{6552}{9360}$, $\frac{5850}{9360}$, $\frac{2880}{9360}$, $\frac{7020}{9360}$, i quai rotti sono uguali ai dati, e ridotti al loro minimo, e comun denominatore, come si cercava.

Trovato il comun minore denominatore di qualsivogliano rotti; mediante di esso potremo, se ci piace, benchè non servi alla pratica, trovare infiniti altri comuni denominatori di essi rotti, col moltiplicare il comune, e minimo denominatore trovato per qualsivoglia numero intiero, mentre il prodotto sarà il comun denominatore, mediante il quale poi secondo le regole date di sopra, si troveranno i suoi corrispondenti numeratori.

CAPITOLO IX.

Modo di ridurre qualsivoglia rotto, ovvero un intiero, e rotto ad altri numeri rotti, uguali ai dati, e di una data denominazione.

105 DEbbasi ridurre verbigrazia il rotto $\frac{5}{6}$, ad un rotto uguale, che abbia per denominatore, per esempio il 12. Si moltiplichi il numeratore 5 per 12, e dividendo il prodotto 60, per il denominatore 6, scrivasi il quoziente 10, pel nuovo numeratore; e sarà il rotto $\frac{10}{12}$, uguale al dato rotto $\frac{5}{6}$.

Che se fatta la moltiplicazione, e divisione, il quoziente, che ne risulta non fosse numero intiero, come se il rotto dato $\frac{5}{7}$, dovesse ridursi al denominatore 12, e perciò il prodotto di 5 in 12, cioè 60 diviso per 7, dasse per quoziente $8\frac{4}{7}$, si scriva l'intiero 8, come nuovo numeratore sopra del 12, ed accanto scrivasi il rotto $\frac{4}{7}$; ed esprimerà, che il dato rotto $\frac{5}{7}$ è uguale a $\frac{8}{12}$, più $\frac{4}{7}$ di un dodicesimo. Così supposto il piede di 12 pollici, e volendo ridurre a pollici $\frac{5}{6}$ d'un piede, sì come sopra dà $\frac{10}{12}$, cioè dà pollici 10, e volendo ridurre a pollici $\frac{5}{7}$ di un piede, si ridurrà a $\frac{8}{12}$, e $\frac{4}{7}$, cioè pollici 8, col $\frac{4}{7}$ di un pollice: la qual frazione, o rotto composto potrà ridursi a un rotto semplice, come s' insegnerà in avanti.

Se poi fosse dato un intiero, e rotto, da ridure in un rotto di una data denominazione, si farà in questo modo.

Sia il numero $12\frac{2}{3}$, posto di sopra, da ridurre in dodicesimi, si riduca il 12, e $\frac{2}{3}$, a terzi, cioè in un rotto, che abbia il denominatore del rotto annesso all' intiero, cioè a terzi, nel modo già insegnato, lo che fatto ne viene $\frac{38}{3}$,

$12\frac{2}{3}$	38
3	12
38	3 | 456
3	$\frac{152}{12}$ uguale a $12\frac{2}{3}$

questo nuovo rotto si ridurrà in dodicesimi, nel modo anteceden-

dentemente insegnato, lo che fatto darà $\frac{152}{12}$, come si cercava.

lir.	sol.	den.	
12:	4:	$6\frac{2}{3}$	

$$\begin{array}{r} 12\ \ 4\ \ 6\tfrac{2}{3} \\ 20 \\ \hline 244 \\ 12 \\ \hline 2934 \\ 3 \\ \hline 8804 \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8804 \\ 12 \\ \hline 3\,|\,105648 \\ \hline 35216 \\ \hline 12 \end{array}$$

uguale a lire 12 : 4 : $6\frac{2}{3}$.

Se poi il numero a cui è annesso il rotto, fosse composto di parti minime, come si vede di sopra, che è composto di lire 12: 4: $6\frac{2}{3}$, e che si volesse ridurre in dodicesimi; riducasi ogni cosa in terzi, cioè nel rotto posto nel dato numero, nel modo già insegnato, che darà il rotto $\frac{8804}{3}$, il quale poi si ridurrà in dodicesimi nel modo insegnato di sopra, e ne verrà $\frac{35216}{12}$; E nello stesso modo deesi fare alle altre quantità di diverse specie, come da se è manifesto.

Dal suddetto modo di operare è manifesto, che volendosi ridurre un numero intiero ad un rotto, come per esempio il 6 in un rotto, che abbia per denominatore verbigrazia l'8, deesi moltiplicare il 6 nell'8, che fa 48, il quale si scrive per numeratore, e sotto di esso si scriverà l'8, dato denominatore; onde il 6 sarà ridotto nel rotto $\frac{48}{8}$, equivalente all'intiero 6, come si voleva.

CAPITOLO X.

Dell'infilzare i rotti.

L'*Infilzare* un rotto, ovvero più rotti l'uno coll'altro, è di molto uso nel maneggio de' rotti, particolarmente nelle divisioni. Questo non è altro se non sè porre, unire o sommare insieme due rotti, che non sieno di una stessa unità; come per esempio se fossero dati i due rotti $\frac{3}{4}$, e $\frac{2}{3}$, e che il $\frac{3}{4}$ sia rotto d'un'unità, che sia verbigrazia quattro palmi, e il $\frac{2}{3}$ sia rotto d'un palmo, che è lo stesso che dire $\frac{3}{4}$, con $\frac{2}{3}$ di quarto, in tal caso si vede, che per unire insieme, o infilzare, come dicono gli Aritmetici, questi due rotti, ciò si ha riducendoli ad una stessa comune misura, lo che si fa, col ridurre il $\frac{3}{4}$ a terzi di palmo, cioè alla misura dell'altro rotto, cioè a terzi, lo che fatto sarà rispettivamente alla sua unità, cioè a quattro palmi, $\frac{9}{12}$, e $\frac{2}{3}$ di un sol palmo sarà $\frac{2}{12}$, della stessa unità, cioè di quattro palmi, i quali insieme uniti fanno $\frac{11}{12}$, di quattro palmi; che è la ricercata unione ad infilzo; dalla qual cosa gli Aritmetici hanno dedotta la seguente regola da essi chiamata infilzare. Sieno li stessi 106

rot-

rotti di sopra $\frac{3}{4}$, e $\frac{2}{3}$ da infilzare insieme, si dispongono uno dietro all' altro, con avvertenza però di porre il rotto della maggior unità sempre a destra, come si vede quì appresso.

$\frac{2}{3}\ Z\ \frac{3}{4}$

$\frac{11}{12}$

Moltiplicasi poi il numeratore del rotto posto a destra, cioè il 3, del $\frac{3}{4}$, col denominatore 3, dell' altro rotto che fa 9, al quale si aggiunge il suo numeratore 2, e fa 11, scrivasi questo 11, come nuovo numeratore, e sotto di esso pongasi per denominatore il prodotto dei denominatori, cioè di 3, e 4, che è 12; onde ne verrà $\frac{11}{12}$, che sarà l' unione, o infilzo dei due rotti $\frac{2}{3}$, e $\frac{3}{4}$, e per maggior chiarezza si sono segnate le linee, che mostrano le moltiplicazioni da farsi, e quì sotto con un quesito mostrasi la suddetta regola ridotta in pratica.

QUESITO I.

Trovasi in una scrittura, come di un certo debito, del quale poi fattone certi computi si saprà quant' è; ne fu pagato dal debitore $\frac{3}{4}$, e da un suo figlio ne fu pagato i $\frac{2}{5}$ della quarta parte di tutto il debito. Cercasi di tal debito, che parte ne sia stata pagata, e per conseguenza, quanta parte ne resta a pagare.

Per sciorre il suddetto quesito, si vede per l' essenza della regola di sopra descritta dell' infilzare, non richiedersi altro se non se sommare il $\frac{3}{4}$, ed il $\frac{2}{5}$, che per essere il $\frac{2}{5}$ rotto, che ha per unità una delle unità, che compongono il denominatore dell' altro, ciò si fa infilzandoli insieme nel modo suddetto, lo che fatto si vede esser stato pagato $\frac{17}{20}$ di tutto il debito, e per conseguenza restarvi ancora $\frac{3}{20}$ di debito, come si vede eseguito qui sotto.

$\frac{2}{5}\ Z\ \frac{3}{4}$

hà pagato $\frac{17}{20}$ resta $\frac{3}{20}$

Se poi i rotti da infilzarsi fossero più di due, in tal caso infilzati due de' dati rotti, il rotto, che ne proviene, s' infilza coll' altro, e il proveniente coll' altro, e così si fa successivamente finchè ve ne sono, mentre nell' ultimo avremo il ricercato infilzamento, come resta chiaro dal seguente esempio.

QUESITO II.

Di un certo debito una volta ne fu pagato $\frac{3}{4}$, un' altra volta $\frac{2}{5}$ della quarta parte, e l' ultima volta $\frac{5}{6}$ della ventesima parte di tutto quello era stato pagato fin' ora. Cercasi che porzione resta da pagare, e conseguentemenre che porzione è stata pagata?

$\frac{2}{5}\ Z\ \frac{3}{4}$

$\frac{5}{6}\ Z\ \frac{17}{20}$

ha pagato $\frac{107}{120}$ resta $\frac{13}{120}$

Per sciorre il detto quesito deesi osservare se la moltiplicazione dei due denominatori dei rotti dei due primi pagamenti, cioè il 4, del $\frac{3}{4}$, e il 5 del $\frac{2}{5}$, che è 20, sia uguale al denominatore dell' ultimo pagamento, che nel nostro caso è uguale per essere la ventesima parte; onde ciò essendo, altro non deesi fare le non sè infilzare insieme i dati rotti, facendo che i maggiori restino

no sempre a destra, come s'avvisò di sopra, lo che fatto danno $\frac{107}{120}$, e tanta è la porzione, che è stata pagata; levato poi il numeratore 107, dal denominatore 120, resta 13, al quale postovi sotto il denominatore 120 dà $\frac{13}{120}$ porzione, che resta a pagare; onde se il debito fosse verbigrazia stato di scudi 600; ne sarebbero stati pagati 535, e 65 resterebbero da pagarsi.

Se poi nel suddetto quesito fossero stati fatti più di tre pagamenti nella suddetta maniera; allora solo si può adoperare la regola dell'infilzare, quando di mano in mano gli ultimi pagamenti sieno porzione di una delle parti espresse nella moltiplicazione dei denominatori, dei rotti, dei pagamenti antecedenti: come se verbigrazia nel suddetto quesito, dopo il terzo pagamento si dicesse di aver pagato ancora verbigrazia i $\frac{3}{8}$, della centoventesima parte; perchè appunto il 120 esprime la moltiplicazione de' tre denominatori superiori 5, 4, e 6; In questo caso si può sciorre la dimanda coll'infilzarli assieme, nel modo suddetto. Quando poi questi successivi pagamenti nòn fossero di tal maniera; come per esempio, se nel suddetto quesito si dicesse, che l'ultima volta avesse pagato, per esempio, i $\frac{2}{3}$ della sesta parte di tutto quello, che fin' allora era stato pagato, allora dovrà adoperarsi altra regola, come si vedrà più avanti nel quesito III. del Capitolo XX. di questa parte.

Deesi avvertire, che quando occorrerà dividere qualunque quantità per ripiego, o in altra simil maniera, ove avanzasse qualche cosa, e perciò ne nascesse un rotto, e che pure lo stesso succedesse nelle altre susseguenti divisioni del ripiego, allora bisognerà ricorrere alla suddetta regola dell' infilzare, come si vede ne'seguenti esempj.

Nel primo esempio, dove si è diviso 35465, per 56, e per ripiego, prima per 8, e poi per 7; diviso dunque per 8 dà 4433, e avanza $\frac{1}{8}$; diviso poi questo numero 4433 per 7, da 633, e resta $\frac{2}{7}$, il quale s'infilza coll'altro rotto di sopra, cioè $\frac{1}{8}$, e ne viene $633\frac{17}{56}$. Se poi il numero 35465 si fosse inteso per lire, libre, corbe ec., il rotto $\frac{17}{56}$, si riduce nelle sue specie minime, come s'è insegnato. Lo stesso si è fatto nel secondo esempio di specie diverse, dove fatta la divisione per 8 da 3433: 4: 0 $\frac{3}{8}$, questo poi diviso per 7, dà 633:6: 3, e avanza $\frac{2}{7}$, il quale infilzato col $\frac{3}{8}$ da lire 633:6: 3 $\frac{27}{56}$.

		lire.	sol.	den.
56|35465		56|35465:	12:	3
8|35465		8|35465:	12:	3
7|4433 $\frac{1}{8}$ Z $\frac{2}{7}$		7|4433:	4:	0 $\frac{3}{8}$ Z $\frac{2}{7}$
633 $\frac{17}{56}$		633:	6:	3: $\frac{27}{56}$

Deesi avvertire nelle suddette, ed altre simili divisioni, che avanzando un rotto, il quale si dovesse poi infilzare con un altro, e che tal rotto fosse schisabile, non deesi però schisare, ma infilzarlo

lo tale, e quale ne viene, perchè altrimenti facendo non opererebbesi rettamente, e quì sotto si vede di ciò l'esempio.

Nel detto esempio, dove si divide il 63542 per 72, per ripiego, cioè per 9, e per 8, diviso per 9 da $7060\frac{2}{9}$, questo $7060\frac{2}{9}$, diviso per 8 dà 882, e avanza $\frac{4}{8}$, il quale si potrebbe ridurre a $\frac{1}{2}$ schifandolo, ma ciò non deesi fare, ma deesi lasciare tal quale è a infilzarlo coll'altro, lo che fatto dà $882\frac{19}{36}$.

72|63542

9|63542

8|7060 $\frac{2}{9}$ Z $\frac{4}{8}$

882 $\frac{38}{72}$, cioè $\frac{19}{36}$

Il primo rotto però, cioè quello a cui deesi infilzare l'altro, che dopo ne proviene, questi può schifarsi, anzi ciò deesi fare in grazia della brevità, come mostra il seguente esempio.

72|63555

9|63555

8|7061 $\frac{6}{9}$, cioè $\frac{2}{3}$ Z $\frac{5}{8}$

882 $\frac{17}{24}$

Lo stesso s'intende, quand' anche il ripiego fosse di più numeri, come si vede quì sotto.

288|63546

9|63546 $\frac{6}{9}$, cioè $\frac{2}{3}$ Z $\frac{4}{8}$

8|7060

4|882 $\frac{14}{24}$, cioè $\frac{7}{12}$ Z $\frac{2}{4}$

220 $\frac{31}{48}$

V'è ancora un'altra avvertenza, ed è, che se in una delle divisioni non avanzasse alcuna cosa, e che nel dividendo vi fosse un rotto, allora con tal rotto deesi infilzare un altro rotto, che abbia per numeratore il zero, e per denominatore il divisore, come resta manifesto nel seguente esempio.

Avendo diviso per 9, il 63578, ne viene $7064\frac{2}{9}$, questo 7064, diviso poi per 8 dà 883, e non avanza nulla; onde si porrà vicino al $\frac{2}{9}$, il rotto $\frac{0}{8}$, cioè l'8, che divide col zero per numeratore, co' quai due rotti si farà l'infilzamento nel modo insegnato, e ne viene $883\frac{1}{36}$.

72|63578

9|63578 $\frac{2}{9}$ Z $\frac{0}{8}$

8|7064

883 $\frac{2}{72}$, cioè $\frac{1}{36}$

Quando poi nelle dette divisioni per ripiego si cercasse il numero delle volte, che il divisore entra nel dividendo, con di più quello, che v'avanza senza cercare il rotto; allora deesi avvertire, che fatta la divisione col suo rotto, se esso rotto ha per denominatore l'intiero divisore, allora il numeratore sarà l'avanzo vero, o reale, se non viene così a cagione, che i rotti siano stati schifati, deesi dividere l'intiero divisore pel denominatore, e il quoziente moltiplicarlo pel numeratore, mentre il prodotto sarà il ricercato avanzo. Deesi di più avvertire, quando si vuole il vero avan-

avanzo non schisar mai alcuno dei rotti, che provengono dalle divisioni superiori per farne poi l'ultimo rotto, mentre ciò non facendo non vi verrebbe per denominatore del rotto l'intiero divisore, e per conseguenza nel numeratore il vero avanzo, come con più chiarezza si ravvisa nel seguente esempio.

Il num. 7654 diviso per 336, per ripiego, cioè per 8, 7, e 6, nel modo suddetto senza schisare alcun rotto di quelli, che si possono schisare nel fare l'infilzo, dà il quoziente $22\frac{262}{336}$, del qual numero l'avanzo è 262 numeratore, perchè il denominatore è 336 intiero divisore, dalla qual cosa si conosce, che non serve nell'infilzare per averne il residuo, fare alcuna operazione, perchè ne venga il denominatore, ma solo quello, che basta per farvi venire il numeratore, avvertendo però, come si disse, di non schisar alcun rotto.

336|7654

8|7654

6|956 $\frac{6}{8}$ Z $\frac{4}{7}$

6|136 $\frac{38}{56}$ Z $\frac{4}{6}$

22 $\frac{262}{336}$, cioè $\frac{131}{168}$

Se poi il suddetto rotto fosse stato schisato, onde ne fosse venuto il rotto $\frac{131}{168}$, come si vede di sopra; diviso l'intiero divisore 336 pel denominatore 168, ne viene 2, col quale molsiplicato il numeratore 131 dà 262, vero residuo ricercato, e nello stesso modo deesi fare degli altri.

Avanti di terminare questo Capitolo voglio insegnare, come mediante la regola dello infilzare si può con facilità venire in cognizione, che parte sieno alcune parti minime date della sua parte massima, o intiero, come per esempio, se si volesse sapere soldi 12, denari $7\frac{3}{4}$, che parte sia della lira, ciò si ha ponendo sotto esse parti minime il suo numero, che le commisura rispettivamente alle antecedenti, facendone tanti rotti, i quali insieme infilzati, il rotto che ne proviene mostrerà, che parti sieno le date del suo intiero, o parte massima; onde posto sotto i soldi 12, il 20 fa $\frac{12}{20}$, e sotto il 7, il 12 fa $\frac{7}{12}$, questi due rotti $\frac{12}{20}$, $\frac{7}{12}$, come ancora il $\frac{3}{4}$ infilzati per ordine, cioè prima il $\frac{3}{4}$, col $\frac{7}{12}$, e poi il $\frac{12}{20}$ da $\frac{607}{960}$, e tal parte della lira sono i soldi 12: $7\frac{3}{4}$, come vedesi quì appresso.

$\frac{3}{4}$ Z $\frac{7}{12}$

$\frac{31}{48}$ Z $\frac{12}{20}$

$\frac{607}{960}$

Devesi avvertire, che in questa sorta di operazioni alcun rotto non si schisa, come si vede, che sarebbesi potuto fare di sopra nel $\frac{12}{20}$.

Nello stesso modo si farà, se fossero date lire 2: soldi 16, denari $5\frac{3}{4}$, per sapere, che parte sieno dello scudo, inteso lo scudo valere lire 5, come senz'altra dichiarazione vedesi quì appresso, dove trovasi essere $\frac{2711}{4800}$ di scudo.

$\frac{3}{4}$ Z $\frac{5}{12}$

$\frac{23}{48}$ Z $\frac{16}{20}$

$\frac{791}{960}$ Z $\frac{2}{5}$

$\frac{2711}{4800}$

Quando poi fossero date alcune parti minime per saper dire che parti sieno di una tal parte, che non sia la sua antecedente; come per esempio, che parte

ſia denari $9\frac{2}{3}$ di una tal lira, in tal caſo biſogna intendere tutte le altre parti antecedenti in forma di rotto, che per non eſſervene avranno il zero per numeratore, e poi ſi infilzano, come vedeſi quì appreſſo, che moſtra i denari $9\frac{2}{3}$, eſſere $\frac{29}{720}$ di lira.

$\frac{2}{3}$ Z $\frac{9}{12}$

$\frac{29}{36}$ Z $\frac{0}{20}$

$\frac{29}{720}$

Ciò ſi ha più facilmente col moltiplicare il denominatore del rotto, provenuto dall' infilzare i rotti, che hanno le ſue parti minime pel denominatore, o denominatori, che avrebbero le altre antecedenti parti minime ſe ve ne foſſero, come ſi vede quì ſotto, che ſoldi 10, denari $4\frac{2}{3}$ ſono $\frac{374}{3600}$ dello ſcudo.

Se poi foſſero date verbigrazia lire 3, ſoldi niſſuno, e denari $4\frac{2}{3}$, per ſapere che parti ſieno dello ſcudo, operaſi come quì ſotto, che fa $\frac{2174}{3600}$ parte di ſcudo, che per eſſer da ſe chiaro, ſi laſcia di farne altra ſpiegazione, e nello ſteſſo modo deeſi fare di qualſivoglia altra quantità, come da ſe è manifeſto.

$\frac{2}{3}$ Z $\frac{4}{12}$

$\frac{14}{36}$ Z $\frac{10}{20}$

$\frac{374}{720}$

$\frac{374}{3600}$

CAPITOLO XI.

Del modo comune di ſommare i numeri rotti, e gl' intieri, e rotti.

	ovvero
$\frac{2}{3}$ Z $\frac{4}{12}$	$\frac{2}{3}$ Z $\frac{4}{12}$
$\frac{14}{36}$ Z $\frac{0}{20}$	$\frac{14}{36}$
$\frac{14}{720}$ Z $\frac{3}{5}$	$\frac{14}{720}$ Z $\frac{3}{5}$
$\frac{2174}{3600}$	$\frac{2174}{3600}$

SE i dati rotti hanno lo ſteſſo denominatore, como $\frac{3}{8}$, e $\frac{2}{8}$, ſi aggiungano, o ſommino inſieme i loro numeratori 3, e 2, e la loro ſomma 5 ſcrivaſi come nuovo numeratore, e ſotto ſe gli ponga il denominatore dei dati rotti, cioè 8, e ne verrà $\frac{5}{8}$, uguale ai due rotti dati $\frac{3}{8}$, e $\frac{2}{8}$.

Se poi i dati rotti foſſero bensì compoſti con uguali denominatori, ma ſommati inſieme i numeratori nel modo ſuddetto, e poſtovi ſotto il comun denominatore dei dati rotti, il numeratore foſſe maggiore del denominatore, allora ſi ridurrà un tal rotto in intiero, perchè come abbiamo moſtrato, vale più d'un'unità, e ciò faremo nel modo inſegnato in avanti. Come per eſempio ſe foſſero dati i tre rotti $\frac{2}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, perchè hanno lo ſteſſo denominatore, ſi ſommeranno inſieme i numeratori, 2, 5, 7, che fanno 14, al quale poſtovi ſotto il comun denominatore 8 da il rotto $\frac{14}{8}$, il quale ridotto in intiero, dividendo il 14 per 8, ne viene $1\frac{6}{8}$ uguale alla ſomma dei dati tre rotti.

Se poi i dati rotti aveſſero diverſo denominatore, come $\frac{3}{8}$, e $\frac{2}{5}$, queſti ſi ridurranno a due rotti, che abbiano lo ſteſſo denominatore, cioè a $\frac{15}{40}$, e $\frac{16}{40}$, e poi ſi uniſcono inſieme i numeratori di queſti due nuovi rotti, e ne verrà il rotto $\frac{31}{40}$. uguale ai due dati rotti; e ſe i rotti foſſero più di due, ſi ridurranno pure allo ſteſſo denominatore, come s' inſegnò, poi ſi ſommeranno inſieme i numeratori dei nuovi rotti, e ſotto ſe gli porrà il comun de-

no-

nominatore, ed il rotto che ne verrà, sarà uguale ai dati rotti; e se tal rotto avesse il numeratore maggiore del denominatore, si ridurrà in intieri nel modo insegnato, lo che fatto avremo la somma ricercata.

Il modo ordinario, che adoprano i pratici, per fare la somma dei rotti, che è sempre quello di ridurli a comune denominatore, si eseguisce in due modi, il primo de' quali è il seguente.

QUESITO I.

Boezio è debitore a Teodorico di scudi 3870, de' quali ne ha pagata in tre volte, come siegue. La prima volta ha pagato la metà di tutto il debito, cioè $\frac{1}{2}$, la seconda $\frac{1}{5}$, la terza $\frac{1}{6}$, l'ultima $\frac{1}{10}$, sempre di tutta la somma. Cercasi quanto resta da pagare.

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$
5
2
—
$\frac{7}{10} \times \frac{1}{6}$
42
10
—
$\frac{52}{60} \times \frac{1}{10}$
60
520
—
58|0
2|—
60|0 $\frac{29}{30}$

3870
29
—
34830
7740
—
3 (0 | 11223 (0
—
ha pagato scudi 3741
deve scudi 3870
—
resta dare scudi 129

Per sciorre il suddetto quesito, devonsi sommare insieme i suddetti rotti, moltiplicandoli in croce, come insegnammo di sopra, cioè riducendoli al suo comun denominatore, lo che si fa come si vede di sopra, pigliando i due primi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, moltiplicando in croce il numeratore dell'uno, col denominatore dell'altro, e i prodotti 5, 2 si pongono uno sotto dell'altro, e si sommano, che fanno 7, sotto del qual 7 se gli pone il prodotto della moltiplicazione dei denominatori 2, e 5, che è 10, e sarà $\frac{7}{10}$, somma dei due rotti $\frac{1}{2}$, e $\frac{1}{5}$; questi $\frac{7}{10}$ si sommano col susseguente rotto $\frac{1}{6}$, nello stesso modo di sopra, e ne verrà il rotto $\frac{52}{60}$, uguale ai tre rotti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, e $\frac{1}{6}$, per ultimo si somma questo $\frac{52}{60}$, col susseguente ultimo rotto $\frac{1}{10}$, e ne viene il rotto $\frac{580}{600}$ uguali ai dati rotti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, il qual rotto schisato dà il rotto $\frac{29}{30}$, uguale ai dati tre rotti: e perchè questo rotto è parte dei scudi 3870, come appare dal quesito, perciò per intieramente sciogliere questo quesito, deesi trovare quanti scudi vale questo rotto, nel modo già insegnato, moltiplicando il suo numeratore 29, per i scudi 3870, che fa 112230, il qual numero diviso pel denominatore 30, dà scudi 3741, e tanti scudi ha pagato Boezio; e perchè è debitore di scudi 3870, le-

varivi da questi i scudi 3741, che ha pagati, ne resta a pagare scudi 129, come si cercava.

L'altro modo col quale si sommano i rotti, si fa ancor esso col trovare un comun denominatore; onde per sciorre il suddetto quesito si farà nel seguente modo.

$\frac{1}{2} \cdot \frac{60}{30} \cdot 30$
$\frac{1}{5} \cdot 12 \cdot 12$
$\frac{1}{6} \cdot 10 \cdot 10$
$\frac{1}{10} \cdot 6 \cdot 6$

60 — 58/60 — 29/30

	3870
	29
	34830
	7740
3.1.0	11223 1 0
ha pagato scudi	3741
deve scudi	3870
resta dare scudi	129

Si dispongano i rotti uno sotto dell'altra nel modo, che si vede quì sopra, poi si osservi se v'è uno dei denominatori, nel quale v'entri precisamente ciascuno degli altri denominatori, mentre se v'è tal numero si porrà dietro il numeratore del primo rotto nel luogo, dove ora è il 60, se non v'è, come nel nostro caso, si piglino i due denominatori maggiori, cioè 6, e 10, e si moltiplichino fra di loro, che fanno 60, il qual numero i Pratici lo pongono sotto dei rotti come si vede, e perchè in questo 60 entrano precisamente tutti i denominatori degli altri rotti, tal numero si porrà dietro al numeratore del primo rotto, come vedesi di sopra. Se poi in tal numero non entrassero precisamente ciascuno degli altri denominatori, questo numero si moltiplicherà col maggiore degli altri denominatori, e così si farà fin' a tanto, che nel numero provenuto da dette moltiplicazioni, v'entrino precisamente gli altri denominatori; che se ciò mai non succedesse, si moltiplicheranno tutti i denominatori fra di loro, ed il loro prodotto si porrà dietro il numeratore del primo rotto: trovato dunque nel nostro caso, che nel prodotto 60 provenuto dalla moltiplicazione dei due maggiori denominatori 6, e 10 v'entrano precisamente tutti i denominatori degli altri rotti, questo numero 60 si scriverà vicino al numeratore del primo rotto, come abbiamo detto, lo che fatto si divida detto numero per ciascuno dei denominatori degli altri rotti, che ne verrà 30, 12, 10, 6, i quali numeri si pongono vicino i numeratori che dividono, moltiplicansi poi i detti numeri pei numeratori dei loro corrispondenti rotti, che per essere l'unità ne verranno gli stessi numeri 30, 12, 10, 6, i quali numeri si porranno uno sotto dell'altro, dietro i primi, come si vede di sopra: questi numeri poi si sommino insieme, lo che fatto fanno 58, il quale deesi dividere pel 60, numero trova-

to

to dalla moltiplicazione dei denominatori, lo che non potendosi per esser il 60 maggiore del 58, si porrà questo 60 sotto del 58, e darà il rotto $\frac{58}{60}$, uguale ai dati rotti; e perchè tal rotto è parte dei scudi 3870, di cui è debitore Boezio, si troverà colle regole date, quanti scudi importi tal rotto, schisandolo prima per maggior facilità, e quello ne viene levato da tutto il debito ne rimarranno scudi 129, che resta dar Boezio a Teodorico, il che è lo stesso, che si fece nell' antecedente esempio.

Per fare che il nostro Aritmetico resti instruito, per quanto è possibile, nella detta operazione, ho posti qui sotto alcuni esempj, nella soluzion de' quali v' entrano i casi spiegati di sopra.

QUESITO II.

Cercasi la somma de' seguenti rotti, di lire, cioè $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{3}{10}$.

Per fare la suddetta somma, perchè non v'è alcun denominatore, nel quale v'entrino precisamente gli altri denominatori, si sono moltiplicati insieme i due maggiori denominatori, cioè 9, 10, che fa 90, il quale si è posto sotto ai dati rotti, come si vede: perchè poi in questo 90 non v' entrano precisamente tutti due gli altri denominatori, mentre non v' entra che il 5, perciò il detto 90 si moltiplicherà per l' altro denominatore, che non v' entra, cioè pel 7, che fa 630, questo 630 si pone dietro il primo numeratore, e poi si proseguisce l' operazione nel modo insegnato qui appresso, che ne viene 781, che ponendovi sotto il divisore 630 darebbe il rotto $\frac{781}{630}$, ma perchè questo rotto si conosce maggiore della unità per avere il numeratore maggiore del denominatore; onde si dividerà il 781 per 630, secondo le regole insegnate, che ne verrà lire 1: 4: 9 $\frac{11}{21}$, valore de' dati rotti, come si cercava.

$\frac{2}{5}$ · $\frac{630}{126}$ · 352
$\frac{3}{7}$ · 90 · 270
$\frac{1}{9}$ · 70 · 70
$\frac{3}{10}$ · 63 · 189

90
7
630

781
li. 1: 4: 9 $\frac{11}{21}$

151
20
3020
500
12
6000
33|0
3|
63|0
$\frac{11}{21}$

QUESITO III.

Cercasi la somma dei seguenti rotti di oncie, cioè $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$.

Per-

$\frac{1}{8}$ · $\frac{280}{35}$ · 35
$\frac{2}{5}$ · 56 · 112
$\frac{2}{7}$ · 40 · 80

56 . 227
5 . 12
280 | 2724
on. 9: 11 $\frac{23}{35}$
204
16
3264
184
8 | 280
$\frac{23}{35}$

Perchè nel suddetto caso, oltre non esservi alcun denominatore, nel quale v'entri precisamente gli altri; e non v'entra ancora nella moltiplicazione dei due maggiori l'altro denominatore, perciò si sono moltiplicati tutti e tre insieme, e ne è venuto 280, il quale secondo il solito posto vicino al numeratore del primo rotto, si termina poi l'operazione nel modo solito, dove fatta la somma ne viene 227, al quale dovrebbesi por sotto il 280 per farne il rotto $\frac{227}{280}$, uguale ai dati rotti, ma perchè tal rotto ha bensì il numeratore minore del denominatore, lo che mostra non giugnere alla unità, cioè a una libra; ma può valere delle oncie, e dei ferlini; onde si moltiplica il 227 per 12, e il prodotto si divide per il 280, insomma si fa la divisione nel modo ordinario, e ne viene oncie 9: 11: $\frac{23}{35}$, valore dei dati rotti, come si voleva.

Se poi nei rotti dati vi fosse, come s'è detto, un denominatore, nel quale entrassero tutti gli altri denominatori, in tal caso, come si disse, questo denominatore si porrà vicino al primo numeratore, e poi si proseguirà l'operazione, come si vede nell'esempio posto quì sotto, lo che fatto (intendendosi i dati rotti, rotti di denari,) ne verranno denari 2 $\frac{1}{12}$, valore dei dati rotti.

$\frac{2}{3}$ · $\frac{12}{4}$ · 8 ·
$\frac{5}{6}$ · 2 · 10
$\frac{7}{12}$ · 1 · 7
12 | 25
denari 2 · $\frac{1}{12}$

Quando poi fra i rotti da sommarsi ve ne fossero, che avessero lo stesso denominatore, come sarebbe se fossero dati da sommare i seguenti $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$, si riducono in uno solo quelli, che hanno lo stesso denominatore, col sommare i numeratori, come si è insegnato, onde $\frac{7}{8}$, con $\frac{3}{8}$ farà $\frac{10}{8}$, e $\frac{3}{5}$, con $\frac{4}{5}$, farà $\frac{7}{5}$, perciò i rotti da sommarsi diverranno i seguenti $\frac{2}{3}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{5}{7}$, ovvero ridotti i rotti maggiori dell'unità in intieri, ne verranno $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{7}$, che sommati daranno la ricercata somma dei rotti $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$.

Si può avere la somma dei dati rotti, col sommarne prima due, ed alla loro somma aggiungervi, o sommarvi il susseguente, e a quest'ultima somma aggiungervi l'altro susseguente, e così proseguire finchè si sieno sommati tutti nel modo che si vede quì sotto eseguito nei seguenti rotti, $\frac{3}{4}$ × $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$.

Dei

Dei detti rotti ſommati i primi due $\frac{3}{4}$, e $\frac{4}{5}$, danno $1\frac{11}{20}$, ſommato poi queſto $\frac{11}{20}$, col ſuſſeguente rotto $\frac{2}{3}$ fa $1\frac{13}{20}$; queſto $\frac{13}{20}$ ſommato coll'altro ſuſſeguente, ed ultimo rotto $\frac{5}{6}$ dà $1\frac{29}{60}$; e ſommati poi inſieme tutti gl' intieri provenuti dalla ſomma di detti rotti, e aggiuntovi l' ultimo rotto $\frac{29}{60}$, da per tutta la ſomma $3\frac{29}{60}$.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 15 \\ \hline 20 \,|\, 31 \\ \hline 1\frac{11}{20} \times \frac{2}{3} \\ 40 \\ 33 \\ \hline 60 \,|\, 73 \\ \hline 1\frac{13}{20} \times \frac{5}{6} \\ 78 \\ 100 \\ \hline 120 \,|\, 178 \\ \hline 1\;\frac{58}{120} \\ \frac{29}{60} \end{array}$$

Dal ſuddetto modo di operare ſi conoſce, che ſi poſſono ancora ſommare i rotti a due, a due, e le loro ſomme poi ſommarle inſieme, mentre ancora in tal modo operando, avremo la ricercata ſomma.

Nel ſeguente eſempio, in cui ſi ſommano i rotti $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{5}$, nella ſuddetta maniera danno $4\frac{17}{40}$, come ſi cercava, e come ſi vede quì ſotto ſenza biſogno d' altra ſpiegazione.

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4}\times\frac{5}{6} & \frac{2}{3}\times\frac{1}{2} & \frac{7}{8}\times\frac{4}{5} \\ 18 & 3 & 35 \\ 20 & 4 & 32 \\ \hline 24 \,|\, 38 & 6 \,|\, 7 & 40 \,|\, 67 \\ \hline 1\frac{7}{12} & 1\frac{1}{6} & 1\frac{27}{40} \end{array}$$

Somma di tutte e tre le ſuddette ſomme.

$$\begin{array}{llll} 1\;\frac{7}{12}. & \frac{480}{40}. & 280 & \\ 1\;\frac{1}{6}. & 80. & 80 & \\ 1\;\frac{27}{40}. & 12. & 324 & \\ & \frac{480}{} & 684 & \\ \hline 1\;\frac{17}{40}. & & & \end{array}$$

Tutta la ſomma è $4\frac{17}{40}$ $\qquad 12\frac{204}{480}$, $\frac{17}{40}$.

Quando poi foſſero dati da ſommare degl' intieri, con inſieme dei rotti, ovvero delle quantità compoſte di ſpecie minime accompagnate con rotti, in tal caſo ſi ſommeranno prima i rotti in uno dei modi ſuddetti, e poi ſi ſommeranno gl' intieri, a' quali ſi aggiungerà la ſomma trovata dei rotti, lo che fatto tutta la ſomma proveniente ſarà la ſomma ricercata, come ſi vede ne' ſeguenti eſempj.

QUESITO IV.

Caſimiro ha venduto queſto meſe le ſeguenti braccia di Panno d' Olanda, cioè braccia $28\frac{5}{6}$, $110\frac{2}{3}$, $47\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, e $6\frac{1}{5}$, cercaſi quante ſono in tutto.

Tut-

```
        5 . 120
18    ─────────
        6.  20.  100
        2
110   ─
        3.  40.  80
        3
47    ─
        4.  30.  90
        7
      ─
        8.  15.  105
        1
6     ─
        5.  24.  24

   13  40
3  ─   3       399
   40  ─       3
   ─  120
   13  ─
                   39
Tutte sono bracc. 194 ─   3 ───
                  120
   40              13
                   ──
                   40
```

Tutti i suddetti rotti fanno braccia $3\frac{13}{40}$, le quali aggiunte alle altre braccia, e sommate fanno braccia $194\frac{13}{40}$, quantità del Panno venduto da Casimiro, come cercavasi.

QUESITO V.

Massimiliano ha pagato in più volte le seguenti partite, cioè lire $228\frac{1}{10}$, $387\frac{3}{4}$, $584\frac{1}{5}$, $18\frac{2}{3}$; cercasi quanto ha pagato in tutto.

```
lire
228    1/10 . 600/60 . 60 .
387    3/4 .  150 .  450
584    1/5 .  120 .  120
 18    2/3 .  200 .  400
     1 43/60   50/4  60(0 | 103(0
                               1
            200
lire 1218 43/60  3/600       43/60
   43
   20

6(0 | 80(0

soldi  14: 4
```

Fatta la detta somma ne vengono lire $1218\frac{43}{60}$, il quale $\frac{43}{60}$ per essere un rotto di lira, questi si può ridurre in soldi, e denari, nel modo insegnato, lo che fatto, come si vede quì appresso, ne vengono soldi 14, e denari 4, valore del suddetto rotto, i quali aggiunti alle lire 1218 in cambio del rotto $\frac{43}{60}$, ne verranno lire 1218: 14: 4, per tutta la somma desiderata, nel qual modo deesi sempre fare, quando il rotto si può ridurre a specie minime.

Ridotto il rotto in soldi, e denari, tutta la detta somma è lire 1218: 14: 4

QUESITO VI.

In una raccolta di Seta, fatta per fare una tal funzione, si sono avute le seguenti partite, cioè libre 18, oncie 10, e ferlini $11\frac{1}{3}$; 10. 8. 3. 12. 9. $13\frac{3}{4}$; 7. 11. $14\frac{2}{5}$; cercasi in tutto quante libre sono.

Sommati tuti i rotti fanno ferlini $1\frac{29}{60}$, i quali posti sotto gli altri ferlini delle partite da sommarsi, e sommati con esse danno in tutto libre 50: 4: $10\frac{29}{60}$: come si voleva.

Nello stesso modo deesi fare nelle quantità di altre specie som-

```
lib. onc. fer.
18: 10: 11       1/3 . 60/20 . 20
10.  8.  3
12.  9.  13      3/4 . 15 . 45
 7. 11.  14      2/5 . 12 . 24
       1 29/60   30/3   60 | 89
                             1
libre 50: 4: 10 29/60   60     29/60
```

man-

mando insieme tutti i rotti, e quello ne viene sommarlo colle partite date, mentre la somma, che ne provenirà, sarà la ricercata.

Si possono ancora sommare gl'intieri, e rotti riducendo ogni intiero, e rotto, in rotto, e tutti i rotti provenuti sommarli insieme, che ne verrà un rotto uguale alla somma di tutti gl'intieri, e rotti dati, e poi ridurre questo rotto in intiero nel modo insegnato, lo che fatto ne avremo la ricercata somma, come si vede quì sotto, nella somma dei seguenti intieri, e rotti.

$$5\tfrac{2}{3},\ 3\tfrac{3}{4},\ 5\tfrac{4}{5},\ 2\tfrac{5}{7}$$

$$\frac{17}{3} \times \frac{15}{4}$$

$$\begin{array}{l} 45 \\ 68 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{113}{12} \times \frac{29}{5}$$

$$\begin{array}{l} 565 \\ 348 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{913}{60} \times \frac{19}{7}$$

$$\begin{array}{l} 6391 \\ 1140 \\ \hline \end{array} \qquad 420|7531$$

$$\frac{7531}{420} \text{ ridotto in intieri fa } 17\tfrac{391}{420}$$

CAPITOLO XII.

Altre maniere di sommare i rotti.

Si possono ancora sommare due, o più rotti, con molta brevità, quando i loro denominatori abbiano qualche comune misura nel seguente modo.

Dividansi i loro denominatori, per la loro comune misura, o comun partitore, e il loro quoziente si ponga sotto il suo rispettivo denominatore, poi questi nuovi numeri deonsi adoperare, per fare la somma dei rotti, come se essi fossero i denominatori dei dati rotti, col moltiplicarli in croce coi numeratori, nel modo solito, e fattane la somma, questa sarà il numeratore del nuovo rotto; il denominatore poi si trova, col moltiplicare qualunque dei denominatori dei rotti dati pel numero che si pose sotto all'altro denominatore, quando si divise per la loro comune misura, come si vede quì sotto.

Se i rotti da sommarsi nel detto modo fossero più di due, come i seguenti $\frac{17}{56}$, $\frac{59}{84}$, $\frac{73}{763}$, $\frac{225}{252}$, se ne sommeranno prima due, ed alla somma si aggiungerà, o sommerà il susseguente, e così si farà fino alla fine, servendosi sempre quando si può della loro comune misura, per ridurre i denominatori a numeri minori, e perciò più facili da maneggiare, come si vede nel seguente esempio, dove si mostra l'operazione, per la somma dei suddetti rotti, lo che senza altre parole da se resta chiaro.

$$\begin{array}{ccc} \frac{17}{56} & \times & \frac{59}{84} \\ 8 & & 12 \end{array} \qquad \text{ovvero} \qquad \begin{array}{ccc} \frac{17}{56} & \times & \frac{59}{84} \\ 2 & & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 204 \\ 472 \\ \hline \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} 51 \\ 118 \\ \hline \end{array}$$

$$672\,|\,676 \qquad\qquad 168\,|\,169$$

$$1 \qquad\qquad 1$$

$$4/672 \;=\; \frac{1}{168} \qquad\qquad \frac{1}{168}$$

Nel suddetto esempio, allora quando si è voluto sommare i due rotti $\frac{1861}{18312}$, $\frac{225}{252}$, si è osservato che il 12 è comune misura dei denominatori 18312, 252, col quale divisi ne viene 1526, e 21, ma perchè questi due numeri hanno altra comune misura, cioè il 7, si partiscono per 7, e ne vengono i due numeri 218, e 3, i quali si adoprano nella maniera solita; onde occorrendo di non poter trovare in un sol colpo a mente la comune misura, si operi nel suddetto modo trovandone una, due, tre, o più, secondo il bisogno, e fatta poi la somma dei suddetti rotti, ne viene 1 $\frac{18311}{18312}$, come si vede quì sopra.

Lo stesso si può far ancora nel sommare intieri, e rotti col ridurre prima ogni cosa a rotto, e poi sommarli colle suddette regole: ma perchè tal operazione riesce prolissa, e particolarmente quando ciò si volesse eseguire ancora nelle quantità di diverse specie, accompagnate da rotti; perciò tal modo adoperar si dee solamente nella somma de' rotti semplici.

Quando poi fossero dati da sommare intieri, e rotti, come per esempio i seguenti 12 $\frac{2}{3}$, 16 $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{8}$, 52 $\frac{7}{4}$. Ciò si può ancora eseguire nel modo seguente.

Som-

12
16
52

$\frac{80}{1}$. $\frac{360}{360}$. 28800
$\frac{2}{3}$. 120 . 240
$\frac{1}{5}$. 72 . 72
$\frac{7}{8}$. 45 . 315
$\frac{7}{9}$. 40 . 280

72 $\frac{5}{360}$ 360 | 29707 | 82

907 $\frac{187}{360}$

Sommansi insieme tutti gl' intieri, che fanno 80, il qual numero si faccia servire per numeratore di un rotto, il di cui denominatore sia l'unità, ciò fatto pongansi sotto questo numero tutti gli altri rotti, che accompagnano gl' intieri, e sommati tutti insieme all' uso solito ne verrà la somma ricercata, come chiaramente si vede nel detto esempio.

Quando poi le quantità da sommarsi fossero di diverse specie assieme con rotti, in tal caso la suddetta regola non si dee adoperare per essere lunghissima, mentre dovrebbersi ridurre tutte le diverse specie in specie minime, e poi allora sommarle insieme, e porvi sotto l' unità per farne un rotto da sommare cogli altri, lo che fatto dovrebbesi poi ridurre la somma provenuta nelle sue specie, la qual cosa sarebbe di molta briga, come da se può provare il nostro Aritmetico.

CAPITOLO XIII.

Del modo comune di sottrarre i rotti, e gl' intieri, e rotti.

SE i dati rotti hanno uno stesso denominatore, come se fossero $\frac{5}{8}$, e $\frac{2}{8}$, in tal caso si sottra il numeratore minore, cioè 2 dal numeratore maggiore 5, e il residuo 3, si scrive per numeratore di un nuovo rotto, il denominatore del quale dee essere il denominatore comune dei dati due rotti da sottrarsi, onde ne verrà la differenza $\frac{3}{8}$.

Ma se poi i dati rotti avessero diverso denominatore, come se fossero i seguenti $\frac{5}{8}$, e $\frac{3}{7}$, questi deonsi prima ridurre allo stesso denominatore, nel modo insegnato, lo che fatto, ne verranno i due rotti $\frac{35}{56}$, $\frac{24}{56}$, e sottratto poi, come sopra, il numeratore dell' uno dal numeratore dell' altro, cioè 24 da 35, il residuo 11 sarà il nuovo numeratore, e il suo denominatore sarà il denominatore dei dati rotti, cioè 56, onde ne verrà $\frac{11}{56}$, differenza dei dati due rotti, come con maggior chiarezza si vede quì sotto.

$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7}$

$\frac{35}{56}$ $\frac{24}{56}$

residuo $\frac{11}{56}$

I Pratici operano più brevemente, mentre moltiplicando i numeratori pei denominatori dei dati rotti, i prodotti li pongono uno sotto dell' altro, e poi ne trovano la differenza sotto della quale pongono per denominatore il numero, che nasce dalla moltiplicazione dei denominatori dei dati rotti, come si vede nel quì sotto esempio, fatto coi stessi rotti dell' esempio antecedente.

$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7}$
35
24
residuo $\frac{11}{56}$

Se poi co' rotti fossero accompagnati degl' intieri, si sottrano prima i rotti uno dall' altro, e poi gl' intieri: ovvero si riduce ogni cosa in rotti, e poi si

si sottrano uno dall'altro, che ne verrà nell'uno, e nell'altro modo la stessa differenza, come si vede nei seguenti esempj.

QUESITO I.

Talete dee ad Apollonio lire $287\frac{5}{8}$, delle quali Talete glie ne ha date $136\frac{3}{7}$, cercasi quante glie ne rimanne a dare.

Disposte le quantità da sottrarsi una sotto dell'altra, ponendo per maggior facilità la maggiore di sopra, e la minore di sotto, e fatta prima la sottrazione dei rotti nel

	Lire.	
	$287\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7}$
	$136\frac{3}{7}$	35
restano lire	$151\frac{11}{56}$	24
che fanno lire	$151:3:11\frac{1}{7}$	$\frac{11}{56}$

modo insegnato, ne viene $\frac{11}{56}$, poi fatta quella delle lire ne vengono lire 151, alle quali aggiunto il rotto $\frac{11}{56}$, danno tutto il residuo lire $151\frac{11}{56}$, il quale rotto, ridotto nelle sue parti minime ne vengono lire $151:3:11\frac{1}{7}$, come si vede di sopra.

Si può ancora fare la suddetta sottrazione, col ridurre ogni cosa in rotti, come si vede quì sotto, lo che dalle cose insegnate resta chiaro sènz'altra spiegazione.

E perchè fatta la sottrazione ne viene 8467, sotto il quale dovrebbesi porre il 56 prodotto dei denominatori 7, e 8; onde ne verrebbe il rotto $\frac{8467}{56}$, ma perchè questo contiene più unità, si è posto il 56 rimpetto all' 8467, e si è fatta la divisione col cavarvi tutte le parti minime, perciò tutta la differenza è di lire 151: 3: $11\frac{1}{7}$, come si vede quì appresso: Ma perchè in tal modo operando nella sottrazione degl'intieri con rotti l'operazione riesce più lunga; i Pratici adoprano sempre la maniera insegnata quì appresso, cioè di sottrarre prima i rotti da se, e poi gl' intieri da se; ma ciò non ostante si vede, che qualunque sottrazione si può sempre fare riducendo gl'intieri in rotti; ovvero gl'intieri, e rotti, in rotti, nel modo suddetto.

$287\frac{5}{8}$ $136\frac{3}{7}$

$\frac{2301}{8} \times \frac{955}{7}$

16107
7640

56 | 8467 | lir. $151:3:11\frac{1}{7}$

286
067
11
20
220
52
12
624
08
$8\frac{}{56}$
$\frac{1}{7}$

QUESITO II.

Anasimandro dee a Pittagora scudi 436, paoli 5, bajocchi 9, e denari $5\frac{7}{8}$; de' quali Pittagora gli ha dato scudi 110: 3: 2: $4\frac{3}{5}$; cercasi quanti scudi resta dargli.

scu-

scud.	pa.	baj.	den.	$\frac{7}{8} \times \frac{3}{5}$
436:	5:	9:	5 $\frac{7}{8}$	35
110:	3:	2:	4 $\frac{3}{5}$	16
restano scudi 326:	2:	7:	1 $\frac{19}{40}$	$\frac{19}{40}$

Fatta la sottrazione dei rotti ne resta $\frac{19}{40}$, e poi sottratti gl'intieri danno scudi 326:2:7: 1 $\frac{19}{40}$, per tutto il residuo cercato. Si sarebbe potuto fare la suddetta operazione, col ridurre ogni cosa in rotti; ma per esser tal modo lungo, come avvisammo di sopra, ed ancora per essere da se chiaro per le cose insegnate in avanti, se ne lascia l'esempio.

Se poi fosse da sottrarre un rotto minore dell'unità dall'istessa unità, come se si dovesse sottrarre $\frac{5}{8}$ dall'unità, cioè da 1. Sottraggasi il numeratore dal denominatore 8, ed il residuo 3 pongasi come nuovo numeratore, sotto del quale se li porrà per denominatore lo stesso 8; onde ne proverrà $\frac{3}{8}$, differenza del dato rotto $\frac{5}{8}$ dall'unità. Si vede, che la suddetta operazione deriva dal ridurre l'unità in rotto, della stessa denominazione del rotto da levarsi, cioè in ottavi, lo che facendo l'unità diverrebbe $\frac{8}{8}$, da levarvi $\frac{5}{8}$, onde levato all'uso solito, il numeratore 5 da 8, resta 3, al quale postovi sotto il comun denominatore 8 dà $\frac{3}{8}$, che è lo stesso, che s'insegnò di sopra, con maggior brevità.

Quando poi fosse data una quantità composta di numero intiero, dalla quale se gli debba levare un'altra quantità, che sia un rotto, ovvero un numero intiero accompagnato con un rotto, in tal caso deesi levare il rotto da una delle susseguenti unità del numero intiero, lo che fatto deesi poi portare ad aggiungere un'unità al susseguente numero da sottrarsi, come si vede più chiaro ne' seguenti esempj.

QUESITO III.

Isacco dee a Samuele Corbe 28 di grano, delle quali Samuele glie ne ha restituire Corbe 13 $\frac{3}{4}$. Cercasi quante glie ne resta a dare.

	cor.
	28
	13 $\frac{3}{4}$
restano corbe	14 $\frac{1}{4}$

Disposti i numeri, uno sotto dell'altro; si levi $\frac{3}{4}$ dall'unità, come s'insegnò, cioè levato il numeratore 3, dal denominatore 4, resta 1, al quale posto sotto il 4 fà $\frac{1}{4}$; e perchè si è levato il $\frac{3}{4}$ dall'unità, cioè da una delle unità del 28, si porta 1, al susseguente 3, del 13, dicendo 3, e 1, 4, che per giungere in 8 resta 4, e poi si proseguisce finchè vi sono numeri da sottrarre, lo che fatto ne restano corbe 14 $\frac{1}{4}$, che dee dare Isacco a Samuele, come si cercava.

Se la suddetta operazione si volesse fare riducendo ogni cosa a rotti, cioè le corbe 28 a quarti, che è la denominazione del rotto, che accompagna le corbe 13, le quali ancor esse deonsi ridurre allo stesso rotto, l'operazione verrà, come siegue.

Se

28	$13\frac{3}{4}$
4	4
112	55
4	4

112
55
4 | 57
restano corbe $14\frac{1}{4}$

Se poi le quantità fossero composte di specie minime, come per esempio, se Isaco dovesse a Samuele libre 323, on. 10., e ferlini 2 di fera, delle quali Samuele ne avesse dato libre 126: 5: 4: $\frac{2}{3}$, l' operazione si farebbe nel modo che si vede quì sotto.

lib.	on.	ferl.
323:	10:	2
126:	5:	$4\frac{2}{3}$
restano libre 197:	4:	$13\frac{1}{3}$

Levato $\frac{2}{3}$ dall' unità resta $\frac{1}{3}$, poi si porti uno, dicendo 1 co' 4 ferlini, che seguono fa 5, che per andare in 2 non si può, si aggiunga al 2 il 16, che fa 18, dal quale levato il detto 5 resta 13, che si scrive nel luogo dei ferlini, e così si proseguirà nel modo insegnato; e nella stessa maniera deesi operare in qualsivoglia altra quantità di specie minime. Ancora quì si sarebbe potuto fare l' operazione, riducendo ogni cosa in rotti, ma se ne è lasciato l' esempio per le ragioni addotte di sopra.

Se poi fosse dato da sottrarre un intiero, da un intiero, e rotto, ciò si fa con facilità nel modo seguente.

Sia da sottrarre 6 da 8 $\frac{2}{3}$, posto il minore, sotto il maggiore, come si vede quì appresso, si scriva nel residuo il rotto superiore $\frac{2}{3}$, e poi si sottrino gl' intieri, uno dall' altro, all' uso solito, mentre quello che ne verrà, cioè 2 $\frac{2}{3}$, sarà il residuo cercato.

$8\frac{2}{3}$
6
resta $2\frac{2}{3}$

Lo stesso si sarebbe potuto fare, riducendo ogni cosa in terzi, come senz' altra spiegazione resta chiaro dall' esempio quì appresso.

$8\frac{2}{3}$	6
3	3
$\frac{26}{3}$	$\frac{18}{3}$

26
18
3 | 8
resta $2\frac{2}{3}$

La stessa regola insegnata, deesi ancora osservare nelle quantità di specie minime, come si vede nel seguente esempio, che da se è manifesto.

lib.	onc.	ferl.
24:	12:	$6\frac{2}{3}$
10:	8:	9
restano libre 14:	3:	$13\frac{2}{3}$

Se poi fosse da sottrarre un intiero, e rotto da un intiero, e rotto, e il rotto del numero da sottrarsi, fosse maggiore del rotto del numero, da cui deesi sottrarre, si operi come siegue.

Dis-

$12\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}$
$6\frac{7}{8}$	24
	35
resta $5\frac{29}{40}$	$\frac{8}{5}\times\frac{7}{8}$
	64
	35
	$\frac{29}{40}$

Disposti i numeri uno sotto dell' altro, cioè il maggiore sotto del minore, e fatta l' operazione col sottrarre prima i rotti, nel modo insegnato quì a lato, si vede che non si può levare il numero di sotto, cioè il 35, dal 24, la qual cosa mostra, che il $\frac{7}{8}$ è maggiore di $\frac{3}{5}$, perciò in tal caso deesi aggiungere al rotto minore, cioè al $\frac{3}{5}$ un' unità (la quale s' intende levata dal numero intiero superiore, cioè dal numero maggiore,) ridotta alla stessa denominazione, cioè nel nostro caso in quinti, che sarà $\frac{5}{5}$, che col $\frac{3}{5}$ fa $\frac{8}{5}$, ed allora poi da questo $\frac{8}{5}$ si sottri il $\frac{7}{8}$ all' uso solito, come si vede, che ne viene la differenza $\frac{29}{40}$, e perchè s' aggiunse al rotto $\frac{3}{5}$ un' unità del numero superiore, deesi portare un' unità (lo che in simil caso deesi sempre fare) dicendo 6 e 1, 7, per andare a 12 manca 5, onde ne verrà la differenza $5\frac{29}{40}$.

Il suddetto esempio si sarebbe potuto fare col ridurre ogni cosa in rotto, come si vede quì sotto.

Ridotti dunque gl' intieri alla denominazione del rotto, che hanno appresso uno fa $\frac{63}{5}$, e l' altro $\frac{55}{8}$, i quali poi sottratti all' uso solito, danno il residuo $2\frac{29}{40}$, come sopra.

$12\frac{3}{5}$	$6\frac{7}{8}$
$\frac{63}{5}\times\frac{55}{8}$	
504	
275	
40 | 229	
5	
$\frac{29}{40}$	

Lo stesso deesi fare ancora nelle quantità composte di diverse specie, come resta chiaro dal seguente esempio.

	lib.	on.	fer.
	12.	6.	$4\frac{3}{5}$
	6.	4.	$5\frac{7}{8}$
restano libre	6.	1.	$14\frac{21}{40}$

$\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}$
16
35
$\frac{7}{5}\times\frac{7}{8}$
56
35
$\frac{21}{40}$

Fatta l' operazione per sottrarre i rotti, vedesi che non si può levare il 35 dal 16, onde si aggiunge ai $\frac{2}{5}$ un' unità ridotta in quinti, come dicemmo di sopra, che farà $\frac{7}{5}$ dal quale levato il $\frac{7}{8}$ resta $\frac{21}{40}$, poi si porta, o aggiunge un' unità ai 5 ferlini susseguenti, e si proseguisce l' operazione nel modo solito, che ne verrà la differenza libre 6: 1: 14 $\frac{21}{40}$ come si vede di sopra.

Se da un rotto fosse dato da sottrarsi due, o più rotti, si opererà come si vede nel seguente esempio.

QUE-

QUESITO IV.

Pompeo ha da avere da Tito una quantità di Scudi, delli quali Tito glie ne ha pagati la quarta parte, onde reſta dargliene ancora $\frac{3}{4}$, de' quali li $\frac{3}{4}$ glie ne ha poi dati $\frac{1}{5}$, e $\frac{2}{7}$. Cercaſi quanti glie ne reſta a dare?

Per ſciorre il ſuddetto queſito deeſi ſommare inſieme $\frac{1}{5}$, e $\frac{2}{7}$, e il rotto che ne proviene levarlo da $\frac{3}{4}$, che il reſiduo ſarà quello che reſta dare Tito a Pompeo, come ſi vede quì appreſſo.

$\frac{1}{5} \times \frac{2}{7}$
7
10
la ſomma fa $\frac{17}{35} \times \frac{3}{4}$
105
68
Tito reſta a dargli $\frac{37}{140}$

Si può ancora ſciorre il ſuddetto queſito colla ſola ſottrazione, levando da $\frac{3}{4}$ uno dei due rotti, come l' $\frac{1}{5}$, e dal reſiduo levarli il $\frac{2}{7}$ mentre quello, che ne viene, ſarà il reſiduo ricercato, come ſi vede quì appreſſo.

E lo ſteſſo ſi può fare, ancorchè non foſſero ſoli rotti, ma intieri, e rotti, riducendo ogni coſa in rotto nello ſteſſo modo, che di due ſoli interi e rotti s' inſegnò di fare..

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$
15
4
$\frac{11}{20} \times \frac{2}{7}$
77
40
reſta come ſopra $\frac{37}{140}$

CAPITOLO XIV.

Altre maniere di ſottrarre i rotti.

Si può fare la ſottrazione dei rotti, ponendoli uno ſotto dell'altro all'uſo di ſomma come ſi vede quì ſotto.

Sia il rotto $\frac{5}{8}$ da levarvi il $\frac{3}{7}$, ſi pongano uno ſotto dell' altro; poi ſi moltiplichino inſieme i due denominatori 7, e 8, che fanno 56, il qual numero ſi pone vicino al primo numeratore 5 all' uſo della ſomma, e ſi proſeguiſce, facendo lo ſteſſo ſteſſiſſimo, come ſe ſi voleſſe fare la ſomma, con queſto ſolo divario, che in cambio di ſommare 35 con 24, ſi ſottrano, e ne reſta 11 ſotto del quale ſe gli pone il 56, e ne verrà $\frac{11}{56}$, differenza che trovaſi fra $\frac{5}{8}$, e $\frac{3}{7}$, come ſi voleva.

$\frac{5}{8}$ · $\frac{56}{7}$ · 35
$\frac{3}{7}$ · 8 · 24
reſiduo $\frac{11}{56}$

Dal detto modo di operare cavaſi una regola generale, e facile di ſottrarre i rotti, come ſi vede quì appreſſo.

$\frac{5}{6}$ · 15
$\frac{2}{3}$ · 12
3|$\frac{3}{18}$
reſiduo $\frac{1}{6}$

Sieno i due rotti $\frac{5}{6}$, e $\frac{2}{3}$ da ſottrarre uno dall' altro, poſto uno ſotto dell'altro, rimpetto al primo denominatore 6 ſe gli ſcriva il prodotto del numeratore del rotto ſuperiore al denominatore del rotto inferiore, che fa 15, e ſotto a queſto 15 rimpetto al denominatore 3 ſe gli ponga il prodotto del numeratore del rotto inferiore, col denominatore del rotto ſuperiore, che fa 12, ſi ſottrino poi queſti due numeri uno dall'altro, e ne reſta 3, ſotto il quale ſe gli ponga il prodotto dei due denominatori 6 e 3, cioè 18, onde ne viene $\frac{3}{18}$, il quale ſchiſato dà $\frac{1}{6}$ differenza dei dati due rotti.

Se

Se poi i rotti da sottrarsi fossero accompagnati con intieri, e il rotto posto di sotto fosse maggiore di quello posto di sopra, si opererà nel seguente modo.

Sieno dati i due numeri $8\frac{3}{4}$, e $5\frac{8}{9}$, per averne la loro differenza, posto il minore sotto del maggiore, e fatta l'operazione sopraddetta ne viene 32 da levare dal 27, e perchè non si può, si sommi il 27, col prodotto dei due denominatori, cioè con 36, che farà 63, dal quale levato il 32 resta 31, sotto il quale posto il prodotto dei denominatori, cioè il detto 36, dà il rotto $\frac{31}{36}$, e perchè si è aggiunto al 27 il 36, si dee portare un'unità negl'intieri, dicendo 5, e 1 fa 6, che per andare in 8 resta 2, che col rotto fa $2\frac{31}{36}$ residuo cercato; e nello stesso modo deesi operare sempre quando occorreranno simili casi, ed ancora quando i rotti fossero accompagnati da quantità di specie diverse, come da se è chiaro senza altro esempio.

8	$\frac{3}{4}$	· 27 ·	$\frac{27}{}$ 36 / 63
5	$\frac{8}{9}$	· 32 ·	32
resta 2	$\frac{31}{36}$		$\frac{31}{36}$

Quando poi fosse dato un rotto da levare da un intiero, come si vede quì sotto, che dall'intiero 8 si vuole levare $\frac{2}{3}$, si operi nel modo seguente.

Si scriva l'8 con un'unità di sotto, cioè in forma di rotto, e dall'altra parte se gli ponga i $\frac{2}{3}$, poi si sottrino questi due rotti all'uso solito, lo che fatto ne viene $7\frac{1}{3}$ differenza ricercata.

$\frac{8}{1} \times \frac{2}{3}$
24
2
3 | 22
resta $7\frac{1}{3}$

Lo stesso potrebbesi fare ancora per levare un intiero, e rotto da un intiero, e rotto, col sommare prima l'intiero ridotto in rotto col porvi sotto l'unità per denominatore col suo rotto annesso, e così fare dell'altro, e i due rotti, che ne provengono sottrarli uno dall'altro, all'uso solito, mentre ne avremo la loro differenza. Come pure lo stesso potrebbesi fare nelle quantità di diverse specie accompagnate da rotti; ma perchè tal modo riuscirebbe prolisso, come avvisammo nella fine del Cap. XII. perciò si lascia bastandoci solo d'averlo accennato per non mancare in alcuna cosa, come fin da principio ci siamo avvisati di fare.

CAPITOLO XV.

Del modo comune di moltiplicare i rotti, e gl'intieri, e rotti.

PER moltiplicare un rotto con un altro rotto, si moltiplicano fra loro i numeratori, e col prodotto si forma un nuovo numeratore, poi si moltiplicano fra loro i denominatori, e il loro prodotto si pone sotto del suddetto nuovo numeratore, e sarà il suo denominatore, e tal rotto sarà il prodotto della moltiplicazione dei dati due rotti.

Devonsi verbigrazia moltiplicare i due rotti $\frac{3}{5}$, e $\frac{5}{7}$ fra di lo-

loro, si moltiplichino i numeratori 3 e 5, e scrivasi il loro prodotto 15, come nuovo numeratore; siccome moltiplicati i denominatori 5 e 7, scrivasi il loro prodotto 35 come denominatore: e sarà il rotto $\frac{15}{35}$, ovvero schisato $\frac{3}{7}$, il prodotto dei due rotti dati come si vede qui sotto.

Se poi i due dati rotti fossero rotti di una tal quantità, che il rotto provenuto si potesse ridurre nelle sue minime specie, ciò si farà comodamente, mentre se i detti rotti, cioè $\frac{3}{5}$, e $\frac{5}{7}$ si fossero intesi per rotti verbigrazia di lira, per sapere quanto è il loro prodotto $\frac{3}{7}$, ridotto nelle sue specie, ciò si farà nel modo altre volte insegnato, lo che fatto dà soldi 8, e denari $6\frac{6}{7}$ prodotto ricercato, come si vede qui sotto.

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{7}$
15
5 | 35
prodotto $\frac{3}{7}$

Quando poi i rotti da moltiplicare insieme fossero più di due, ciò si ha moltiplicando il prodotto di due d'essi, col susseguente, e il prodotto col susseguente finchè ve ne sono: lo che si fa con facilità moltiplicando tutti i numeratori, e col prodotto formare un nuovo numeratore, e lo stesso si fa coi denominatori formandone un nuovo denominatore; onde questo nuovo rotto provenuto, sarà il ricercato prodotto, come resta chiaro dal seguente esempio.

3
20
7 | 60
soldi 8 : $6\frac{6}{7}$

QUESITO I.

Vi è una moneta di Napoli, la quale non vale, che i $\frac{3}{4}$ di una moneta di Siviglia, di modo, che ve ne vogliono 4 di quelle di Napoli per farne tre di Siviglia; di più la stessa moneta di Siviglia è la metà, cioè $\frac{1}{2}$ di un'altra d'Amsterdam, di modo, che ve ne vogliono due di Siviglia per farne una d'Amsterdam; ancora una delle dette monete d'Amsterdam vale $\frac{6}{5}$ di una di Londra, ovvero che è lo stesso 5 d'Amsterdam ne vagliono 6 di Londra. Dimandasi qual proporzione trovasi fra la moneta di Napoli, e quella di Londra.

Ciò si ha facilmente prendendo le tre frazioni $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{6}{5}$, le quali mostrano i rapporti, o proporzioni delle tre specie di monete date, e moltiplicate queste tre frazioni insieme danno il rotto, o frazione $\frac{18}{40}$, che ridotta da $\frac{9}{20}$, la qual cosa mostra la desiderata proporzione, mentre si cava, che la proporzione della proposta moneta di Napoli a quella proposta di Londra è come il numeratore 9, al denominatore 20, cioè che ve ne vogliono 20 di quelle di Napoli per farne 9 di quelle di Londra, come si cercava.

Se fosse dato da moltiplicare un rotto con un intiero, ciò si può fare in due maniere. La prima col ridurre l'intiero a rotto di qualsivoglia denominazione, che per maggior facilità si suol ridur-

durre alla denominazione dell' altro rotto, e poi questi due rotti si moltiplicano insieme nel modo insegnato di sopra, mentre il prodotto sarà il ricercato. La seconda si fa moltiplicando il rotto coll' intiero, senza ridurre l'intiero in rotto, come meglio si apprenderà ne' seguenti esempj.

QUESITO II.

Cercasi quante braccia quadre fanno braccia 13 di Damasco alto $\frac{3}{4}$ di braccio.

Riducasi come si vede quì appresso le 13 braccia in quarti, lo che fatto fanno $\frac{52}{4}$, questo $\frac{52}{4}$, si moltiplichi con $\frac{3}{4}$, che farà braccia $9\frac{3}{4}$.

Deesi avvertire come abbiamo avvisato di sopra, che l' intiero, il quale deesi moltiplicare col rotto, si può ridurre in altra denominazione diversa da quella dell' altro rotto a nostro piacimento, che sempre darà lo stesso prodotto, come si vede quì sotto.

13
4
$\frac{52}{4}$ $\frac{3}{4}$
16 | 156
prodotto braccia 9
4 | $\frac{12}{16}$
$\frac{3}{4}$

13
2
$\frac{26}{2}$ $\frac{3}{4}$
8 | 78
dà come sopra 9 2 | $\frac{6}{8}$
$\frac{3}{4}$

13
6
$\frac{78}{6}$ $\frac{3}{4}$
24 | 234
dà come sopra 9 6 | $\frac{18}{24}$
$\frac{3}{4}$

L' altra maniera, la quale è più facile, si eseguisce nel seguente modo.

Pongasi sotto il 13 il $\frac{3}{4}$, poi moltiplichisi il numeratore 3 pel 13, che fa 39, questo 39 si divida pel denominatore 4, che ne verranno come sopra braccia $9\frac{3}{4}$, come si vede quì sotto.

Se poi il 13 si fosse inteso per lire, corbe, libre ec. ed il rotto $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{4}$ di lira, corba, libra ec. in tal caso il $\frac{3}{4}$, che nel prodotto accompagna l' intiero si può ridurre alle sue minime specie, come si è insegnato altre volte, per la qual cosa non si dà altro esempio.

13
$\frac{3}{4}$
4 | 39
prodotto $9\frac{3}{4}$

Se poi l' intiero, col quale deesi moltiplicare un rotto, fosse di diverse specie, ed il rotto sia rotto della prima specie, la stessa regola deesi adoperare, come resta chiaro dal seguente esempio.

QUESITO III.

Cercasi la moltiplicazione di lire 12: 4: 11 per $\frac{3}{4}$ di lira?

Se poi il rotto, col quale deesi moltiplicare la quantità di diverse specie, non fosse rotto della prima specie, cioè se sono lire, soldi, e denari, il rotto non fosse di lira, in tal caso deesi ridurre il rotto nelle sue parti minime, e poi farne la moltiplicazione al modo solito.

```
           lire. sol. den.
            12:  4:  11
                      3/4.00
          ----------------
        4 | 36:  14:  9
          ----------------
prodotto lire  9:  3:  8 1/4
```

Per esempio se fosse da moltiplicare lire 12:4: 11 per $\frac{3}{4}$ di soldo, si opererebbe come vedesi quì sotto.

```
3/4 di soldo
   12
   --
    3
  ----
4 | 36
  ----
fa 9 denari
```

```
                  lire. sol. den.
                   12:  4:  11
                   20
                  ----
          20       244
          20        12
         ----     ----
         400      2939
          12.        9
         ----     ----
        4800 |   26451
          12 |   lire 0: 9: 2 17/80
        ----     --------------
divisore 57600   26451
        -----       20
                 ------
                 529020
                  10620
                     12
                 ------
                 127440
                  1224(0
             72) ------
                  5760(0
                   17/80
```

Quando poi il rotto fosse rotto dell'ultima minima specie, come nel nostro caso rotto di denaro, allora deesi ridurre l'intiero di diverse specie, non solo nelle sue specie minime, ma ancora in rotto della stessa denominazione dell'altro, e poi fare l'operazione al solito, come segue.

```
                 Lire . Sol. den. ¾
                  12:   4:   11 per ¾ di denaro
                      20
            20       ----
            20       244
           ----       12
           400      -----
            12      2939
          -----        4
          4800      -----
            12     11756
          -----        3
         57600      -----
            16 |   35268
          -----|   lire 0: 0: 9 59/320
divisore 921600 ----------------
                   35268
                      20
                  ------
                  705360
                      12
                  -------
                 8464320
                 1699:(0
            288 ---------
                 91260(0
                  59/320
```

Per fare il divisore, si è secondo che s'insegnò moltiplicato due volte per 20, e due per 12, e di più due volte per 4 per la riduzione in quarti, lo che s'è fatto in una sol volta moltiplicando per 16.

Insegnammo nella moltiplicazione delle quantità intiere di diverse specie, per fare il divisore, dover moltiplicare insieme tutti quei numeri, che sì da una parte, che dall'altra si sono adoprati per ridurre le quantità in parti minime. Perciò quì si avvertisce che nel fare i divisori, come quei dei suddetti esempj, dove uno dei due numeri da moltiplicarsi non è composto di tutte quelle parti minime, che è composto l'altro; ma ciò non ostante per fare il divisore deonsi moltiplicare ancora quei numeri, che dalla massima specie vi vorrebbero a ridurli alla sua minima specie, o specie data, come chiaramente vedesi operato ne' suddetti esempj.

Si può con maggior facilità far la moltiplicazione di una quantità di diverse specie con un rotto non della prima specie, ma delle altre, col ridurre il dato rotto a rotto della prima specie, cioè vedere che porzione è di essa prima specie, e poi con questo farne la moltiplicazione nel modo seguente.

Li-

Lire. sol. den.
12: 4: 11 per $\frac{3}{4}$ di soldo

80 | 36: 14: 9 / 0: 9: 2 $\frac{17}{80}$

36, 20, 734, 14, 12, 177, 17, 80

12, 3, 4 | 36: fa 9 denari, cioè $\frac{9}{240}$ di lira, ovvero $\frac{3}{80}$

Altro esempio per la moltiplicazione delle lire 12:4: 11: *per* $\frac{3}{4}$ *di denaro.*

lire. sol. den.
320 | 12: 4: 11 per $\frac{3}{4}$ di denaro / 0: 0: 9 $\frac{59}{320}$

12, 20, 249, 12, 2939, 59, 320

20
$\frac{12}{240}$ denari è una lira,
$\frac{4}{960}$ quarti fanno una lira,
dunque $\frac{3}{4}$ è uguale a $\frac{3}{960}$, cioè a $\frac{1}{320}$ di lira.

Lo stesso modo deesi sempre tenere in qualsivoglia altra quantità di diversa specie da moltiplicarsi con un rotto di una di qualunque delle sue specie, come da suddetti esempj si è fatto manifesto.

Quando poi il rotto non fosse rotto della stessa natura dell' altro numero da moltiplicarsi, allora deesi operare secondo, che vien mostrato ne' seguenti esempj.

QUESITO IV.

Cercasi quanto costa $\frac{3}{4}$ di libra di seta, a ragione di lire 6: 4: 8 la libra.

Moltiplicate le lire 6:4: 8, pel numeratore 3, e diviso pel denominatore 4, dà di prodotto lire 4: 13: 6, valore ricercato.

lir.	sol.	den.
6:	4:	8
		$\frac{3}{4}$
4 | 18:	14:	0
prodotto lire 4:	13:	6

Se poi il $\frac{3}{4}$ non fosse $\frac{3}{4}$ di libra, ma $\frac{3}{4}$ d'oncia, in tal caso si ridurrà il rotto nelle sue parti minime, e ne verranno ferlini 12 da moltiplicare colle lire 6: 4: 8, come segue, che da di prodotto lire 0 : 7: 9 $\frac{1}{2}$.

Fer-

Ferlini. 12 12 16 192 20 3840 12 46080

lire. sol. den. 6: 4: 8; 20; 124; 12; 1496; 12; 17952 | 0: 7: 9 $\frac{1}{2}$; 17952; 20; 359040; 56480; 12; 437760; 230,4(0; 2304 | 4608(0; $\frac{1}{2}$

$\frac{3}{4}$ d'oncia
16
3
4 | 48

fa 12 ferlini.

Se poi il rotto, che moltiplica intiero, fosse bensì, come sopra, rotto di diversa natura dell' intiero, che con esso deesi moltiplicare, ma non si potesse ridurre in parti minime per non averne di più, come se nel suddetto esempio le lire 6: 4: 8 dovessero moltiplicarsi per $\frac{3}{4}$ di ferlino; allora si ridurrà ogni cosa in quarti nello stesso modo che si è insegnato addietro, quando il rotto, e l' intiero fossero di una stessa natura, come si vede quì sotto.

20; 12; 240; 4; 960; 12; 11520; 16; 184320; 4; divisore 737280

lire. sol. den.
6: 4: 8 per $\frac{3}{4}$ di ferlino
20; 124; 12; 1496; 4; 5984; 3; 17952 | 0: 0: 5 $\frac{27}{32}$; 17952; 20; 359040; 12; 4308480; 61208(0; 2304 | 73728(0; $\frac{27}{32}$

Queste operazioni si fanno con maggior facilità riducendo il rotto a rotto della sua massima specie, come s'insegnò quì appresso, nella moltiplizione di quantità di una stessa natura; ciò non ostante per maggior intelligenza del nostro Aritmetico, ho posti gli esempj seguenti.

Li-

Lire . sol. den.

6: 4: 8 per $\frac{3}{4}$ d'oncia

$\frac{1}{16}$ 16

16 | 6: 4: 8 3

4 | 48

lire 0: 7: 9 8⌋ $\frac{8}{16}$ $\frac{1}{2}$

fa 12 ferlini, e perchè 192 ferl. fanno una lib. il $\frac{3}{4}$ sarà $\frac{12}{192}$ di lib., cioè $\frac{1}{16}$.

Altro esempio per $\frac{3}{4}$ di ferlino.

lire . sol. den.

6: 4: 8 per $\frac{3}{4}$ di ferlino

$\frac{1}{256}$

256 | 6: 4: 8
0: 0: 5 $\frac{27}{32}$

36
20
124
12
1496
216
8⌋
256
$\frac{27}{32}$

Una libra è ferlini 192, perciò una libra sarà quarti 768, dunque $\frac{3}{4}$ sarà $\frac{3}{768}$, cioè $\frac{1}{256}$.

Quando poi fosse dato da moltiplicare un rotto, con un intiero, e rotto, come se nel primo quesito le braccia di Damasco fossero 13 $\frac{2}{3}$, allora deesi operare come si vede quì sotto.

13 $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$

3

$\frac{41}{3}$ $\frac{3}{4}$

12 | 123

prodotto braccia 10 $\frac{3}{12}$, cioè $\frac{1}{4}$

Si riduca il 13 $\frac{2}{3}$ in terzi, che fa $\frac{41}{3}$, il quale si è poi moltiplicato col $\frac{3}{4}$ all'uso solito, e ne viene il prodotto braccia 10 $\frac{1}{4}$.

Si può ancora fare la detta moltiplicazione, senza ridurre le braccia 12 $\frac{2}{3}$ in rotto, cioè in terzi, operando come quì si vede.

Si moltiplichi il 13 $\frac{2}{3}$ pel 3 numeratore del $\frac{3}{4}$, che fa 41, questo 41, si divida pel 4 denominatore, mentre ne viene come sopra braccia 10 $\frac{1}{4}$.

13 $\frac{2}{3}$
$\frac{3}{4}$

4 | 41

prodotto braccia 10 $\frac{1}{4}$

Se poi l'intiero, a cui è accompagnato il rotto, fosse di diversa specie, come nel quesito secondo, che le lire fossero 12: 4: 11 $\frac{2}{3}$ da moltiplicare con $\frac{3}{4}$ di lira; ciò si fa facilmente moltiplicando le lire 12: 4: 11 $\frac{2}{3}$, col numeratore 3 del $\frac{3}{4}$, ed il prodotto poi diviso pel denominatore 4, dà lire 9: 3: 8 $\frac{3}{4}$, ricercato prodotto come siegue.

Li-

Lire. sol.° den.
12: 4: 11 $\frac{3}{4}$
$\frac{3}{4}$

4 | 36: 14: 11

prodotto lire 9: 3: 8 $\frac{3}{4}$

Se poi la quantità composta di diverse specie con assieme un rotto si dovesse moltiplicare con un rotto, che non fosse rotto della prima, o massima specie, ma fosse rotto di una delle parti minime, in tal caso deesi ridurre ogni cosa nelle sue parti minime, e poi fare la moltiplicazione al solito, come si vede quì sotto.

lire. sol. den.
12: 4: 11 $\frac{2}{3}$
20
244
12
2939
3
8819
27
61733
17638
| 238113
| lire. 0: 9: 2 $\frac{19}{80}$

per $\frac{3}{4}$ di soldo
12
3
4 | 36
fa 9 denari
fa $\frac{3}{27}$ terzi

20
20
400
12
4800
12
57600
9
divisore 518400

238113
20
4762260
96660
12
1159920
1231240
648
518400
$\frac{19}{80}$

Si vede che si sono ridotte le lire 12: 4: 11 $\frac{2}{3}$, in terzi, come pure il $\frac{3}{4}$ di soldo in terzi, e poi si sono moltiplicati insieme, e il divisore si è trovato moltiplicando al solito due volte il 20, e due volte il 12, e poi due volte il 3, per la riduzione de' terzi, lo che s' è fatto in un sol colpo moltiplicando per 9, come si vede di sopra.

Farebbesi quasi lo stesso se il rotto $\frac{3}{4}$ non fosse stato di soldo, ma di denaro, col ridurre come si vede quì sotto, le lire, sol., den., e rotto in terzi, che fanno terzi 8819, e poi questo moltiplicarlo per 3, numeratore del rotto $\frac{3}{4}$ fa 26457, questo numero poi si parte col farvi il divisore al solito, cioè moltiplicando insieme due volte il 20, e due il 12, e il prodotto 57600, si moltiplica pei due denominatori 3, e 4, lo che si è fatto in un sol colpo per 12, e ne è venuto il divisore 691200, col quale fatta la divisione ne viene denari 9 $\frac{179}{960}$, come si voleva, ed il tutto vedesi nel seguente esempio.

Lire. sol. den. per $\frac{3}{4}$ di denaro

121 4: 11 $\frac{2}{3}$

Quando poi il rotto moltiplicante, non fosse rotto della stessa natura del moltiplicato, ma fosse come nel terzo quesito rotto di libra, allora l'operazione si farebbe nel modo stesso fatto nel detto quesito, cioè moltiplicare come si vede quì sotto, pel numeratore 3, che ne viene 18: 14: 2, il quale poi diviso pel denominatore 4 ne viene lire 4: 13: 6 $\frac{1}{2}$ pel ricercato prodotto, come si vede quì sotto.

lir. sol. den.
6: 4: 8 $\frac{2}{3}$
$\frac{3}{4}$
4 | 18: 14: 2
prodotto lire 4: 13: 6 $\frac{1}{2}$

20, 20, 400, 12, 4800, 12, 57600, 12, divisore 691200

20, 244, 12, 2939, 3, 8819, 3, 26457, lire 0: 0: 9 $\frac{179}{960}$

26457, 20, 529140, 12, 6349680, 12888(0, 72, 691200(0, $\frac{179}{960}$

Se poi il $\frac{3}{4}$ fosse $\frac{3}{4}$ d'oncia, in tal caso deesi ridurre ogni cosa, e poi farne la moltiplicazione, come dall'esempio quì sotto resta manifesto.

ferlini — lire. sol. den.

6: 4: 8 $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ d'oncia

12, 12, 16, 192, 20, 3840, 12, 46080, 3, divis. 138240

20, 124, 12, 1496, 3, 4490, 12, 53880, 0: 7: 9 $\frac{13}{24}$

16, 3, 4 | 48, fa 12 ferlini

53880, 20, 1077600, 109920, 12, 1319040, 74880(0, 576, 138240(0, $\frac{13}{24}$

Se poi il rotto moltiplicante, non ha alcuna parte minima, come se il $\frac{3}{4}$ fosse $\frac{3}{4}$ di ferlino, l'operazione si farà nello stessissimo modo, che mostrammo addietro, riducendo ogni cosa, come dal seguente esempio da se è abbastanza manifesto.

Li-

Lire . sol. den.
6: 4: $8\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ di ferlino

12	20
16	124
192	12
20	1496
3840	3
12	4490
46080	3
12	13470
divis. 552960	0: 0: $5\frac{325}{384}$

13470
20
269400
12
3232800
46800(0
144
55296(0
$\frac{325}{384}$

Le dette operazioni si fanno facilmente col ridurre il rotto da moltiplicare, a rotto della sua massima specie, nel modo insegnato, lo che riesce di somma brevità e facilità, come si vede quì sotto, dove si sono fatti gli esempj addietro, con questa maniera.

lire . sol. den.
6: 4: $8\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ d' oncia
$\frac{1}{16}$

16 | 6: 4: $8\frac{2}{3}$ Z $\frac{8}{16}$
dà o: 7: $9\frac{26}{48}$, cioè $\frac{13}{24}$

16
3
4 | 48

fa 12 ferlini, e perchè 192 ferlini fanno una libra, il $\frac{3}{4}$ farà $\frac{12}{192}$ di libra, cioè $\frac{1}{16}$.

Altro esempio per $\frac{3}{4}$ di ferlino.

Lire . sol. den.
6: 4: $8\frac{2}{3}$. per $\frac{3}{4}$ di ferlino. E perchè una libra è ferlini 192, perciò una libra farà quarti 768; dunque $\frac{3}{4}$ farà $\frac{3}{768}$, cioè $\frac{1}{256}$ di libra.

$\frac{1}{256}$
256 | 6: 4: $8\frac{2}{3}$ Z $\frac{216}{256}$
o: o: $5\frac{650}{778}$, cioè $\frac{325}{384}$

6
20
124
12
1496
$\frac{216}{256}$

Abbiamo fin' ora mostrato il modo di moltiplicare rotto con rotto, intiero con rotto, e intiero, e rotto con rotto, resta ora a mostrare il modo di moltiplicare intiero, e rotto, con intiero, e rotto, lo che si eseguisce come segue.

Cor.	quarter.	quartic.	lire.	sol.	den.
12:	10:	$7\frac{3}{4}$	8:	6:	$4\frac{2}{3}$

```
 16              20
 ---             ---
 202             166
   8              12
 ---             ----
1623            1996
   4               3
 ---             ----
6495   16        5990
        8        6495
       ---       -----
       128       29950
        20      53910
       ---     23960
      2560    35940
        12    ---------
       ----  |38905050
      30720  | lire 105: 10: 8 207/256
         12   -------
       ----   2041050
divisore 368640  197850
                     20
              --------
              3957000
              370600
                  12
              -------
              3247200
              29808(0
          144--------
              36864(0
              207/256
```

Ridotte le Corbe 12: 10: $7\frac{3}{4}$ in quarti, fanno quarti 6495. Ridotte poi le lire 8: 6: $4\frac{2}{3}$ in terzi fanno 5990, i quali moltiplicati insieme producono 38905050. Trovasi poi il divisore, moltiplicando insieme 16, 8, 20, e 12, con di più i denominatori 4, e 3, che fa 368640, col qual numero diviso il suddetto 38905050 dà li. 105 10 8 $\frac{207}{256}$, come si vede quì appresso.

Quando poi una delle due quantità da moltiplicarsi avesse un rotto anneso a una delle massime specie, in cambio di specie minime, allora si può fare la moltiplicazione, senza ridurre ogni cosa in ispecie minime nel modo seguente.

QUESITO VI.

Cercasi quanto costano Corbe 368 $\frac{3}{4}$ di grano a lir. 12: 4: 8 $\frac{2}{3}$ la Corba.

Ridotte le Corbe 368 $\frac{3}{4}$ in quarti fa $\frac{1475}{4}$, e le lire 12 8 4 $\frac{2}{3}$ in terzi senza ridurle prima in denari, cioè moltiplicare le lir. 12: 8: 4, pel denominatore 3, aggiungendovi nei denari, il numeratore 2 dà $\frac{37\ 5\ 2}{3}$, poi all'uso dei rotti moltiplicati i numeratori 37: 5: 2, e 1475 danno 54956: 0 10, il quale diviso per il prodotto dei due denominatori 4, e 3, cioè per 12 dà lire 4579: 13: 4 $\frac{5}{6}$

```
corbe.        lire.  sol.  den.
368 3/4        12:    8:    4 2/3
   4          ---------------- 3
-----          37:    5:    2
1475                  3
-----          37:    5:    2
   4                1475
              12 | 2950
                   245: 10
                   7375
              20 | 7620
                   381:
                   10325
                    4425
              12 | 54956: 0: 10
lire 4579: 13: 4 10/12, cioè 5/6
```

va-

valore ricercato. Dalle fuddette cofe fi vede, che colla fteffa maniera deefi moltiplicare qualfivoglia altra quantità.

AVVERTIMENTO.

Parrà forfe ftrano ad alcuni, i quali nelle moltiplicazioni pofte di fopra hanno offervato, che il prodotto è fempre minore del moltiplicato, la qual cofa pare un affurdo, e pare contrario alla diffinizione del moltiplicare, mentre anche la fola parola moltiplicare, da sè fignifica aumentare od accrefcere, e pure nella moltiplicazione degl'intieri coi rotti, e dei rotti infieme fempre fuccede il contrario. Cefferà però tal maraviglia, fe confidereraffi, che moltiplicando verbigrazia 8 per $\frac{3}{4}$ fecondo la diffinizione del moltiplicare non vuol dir altro fe non fe pigliare tante volte, verbigrazia l'8, quante unità contiene l'altro numero; ma perchè tal numero non arriva ad un'unità effendo un rotto, cioè una parte della unità, perciò l'8 fi dovrà prendere meno di una volta, cioè tanto quanto il $\frac{3}{4}$ è minore dell'unità, dalla qual cofa refta chiaro, che il prodotto dovrà riufcire minore del numero moltiplicato, mentre effendo effo rotto differente di un quarto dall'unità, anco il prodotto dovrà effere differente dall' 8 la fua quarta parte, cioè 2, onde il 6 farà il prodotto, come riefce col calcolo infegnato di fopra.

CAPITOLO XVI.

Altre maniere di moltiplicare i rotti.

DAti due rotti da moltiplicare infieme, ciò fi ha brevemente, quando il numeratore dell'uno, ed il denominatore dell' altro hanno una comune mifura, ed avendola operafi così.

Sieno dati da moltiplicare i due rotti $\frac{28}{31}$ e $\frac{17}{42}$ de' quali il numeratore 28 del primo, ed il denominatore 42 del fecondo hanno varie comuni mifure, le quali fi conofcono a mente, e fono 2, 4, 7, 14, li partiremo dunque per quale ci piace di quefte comuni mifure, e perchè ciò fi fa a fine di abbreviare l'operazione, fi piglierà la maggiore 14, colla quale divifo il 28 dà 2, che fcrivefi fopra effo 28, e poi collo fteffo 14 dividafi il 42, che dà 3, il quale fi fcrivi fotto effo 42, ciò fatto moltiplicafi il 2 col 17, ed il 3 col 31, che darà il rotto $\frac{34}{93}$ prodotto ricercato.

$$\begin{array}{cc} 2 & 17 \\ \frac{28}{} & \frac{}{42} \\ 31 & 3 \end{array}$$

prodotto $\frac{34}{93}$

Quando poi i dati due rotti fono rotti tali, che non folo come fopra il numeratore del primo abbia comune mifura col denominatore del fecondo, ma anche il denominatore del fecondo abbia una qualche comune mifura col numeratore del primo; in tal cafo operafi nel feguente modo.

Sie-

$8 — 5$
$\frac{56}{81} \quad \frac{45}{77}$
$9 — 11$
prodotto $\frac{40}{99}$

Sieno dati da moltiplicare i due rotti $\frac{56}{81}$, e $\frac{45}{77}$ come si vede quì appresso, che il numeratore 56 del primo, ed il denominatore 77 del secondo hanno la comune misura 7, dunque come sopra diviso con questo 7 il 56, dà 8, che si pone sopra esso 56, e diviso collo stesso 7 il 77 da 11, che scrivesi sotto esso 77; poi perchè il numeratore 45 del secondo, e il denominatore 81 del primo hanno la comune misura *9*, con questo *9* diviso il 45 da 5, che vi si scrive sopra; e collo stesso *9* diviso l'81 dà *9*, che vi si scrive sotto come si vede; ciò fatto moltiplicasi l'8 col 5 che fa 40, sotto il quale se gli ponga il prodotto di *9* con 11, cioè *99*, onde ne viene il rotto $\frac{40}{99}$ prodotto ricercato.

Lo stesso si può fare ancora quando fossero da moltiplicare intieri e rotti, mentre ridotta ogni cosa in rotto, allora poi si può operare come sopra, lo che vedesi espresso quì sotto.

$2 — 5$
$14 \quad 15$
$4\frac{2}{3} \quad 2\frac{1}{7}$
$1 — 1$
prodotto 10

Essendo dato $4\frac{2}{3}$ da moltiplicare con $2\frac{1}{7}$, ridotto il 4 $\frac{2}{3}$ in terzi fa $\frac{14}{3}$, sopra il $\frac{2}{3}$ si pone il 14, e il 3 dello stesso $\frac{2}{3}$ serve pel 3, che se gli dovrebbe porre se si facesse $\frac{14}{3}$, lo stesso facciasi al $2\frac{1}{7}$, che vi verrà $\frac{15}{7}$, e come sopra si scriva il 15 sopra l' $\frac{1}{7}$, poi diviso per 7, comune misura, il 14 e il 7 dà 2 e 1, diviso ancora il 15 e il 3 per 3, loro comune misura, dà 5 e 1, i quai numeri poi moltiplicati insieme, come mostrano le linee nell'esempio di sopra dà 10. prodotto ricercato.

Lo stesso si può fare ancora per moltiplicare un intiero, e un rotto con un rotto, come si vede quì sotto senz'altra spiegazione, per esser da sè manifesto, medianre quello si è insegnato di sopra.

$4 — 1$
32
$6\frac{2}{5} \quad \frac{5}{8}$
$1 — 1$
prodotto 4

Quando fosse dato un numero intiero da moltiplicare con nn rotto, ciò si fa riducendo l'intiero in rotto in un subito, col porvi sotto l'unità per denominatore, che poi questi due rotti moltiplicati fra loro danno il prodotto ricercato, come si vede quì sotto, che si è moltiplicato 3 per $\frac{2}{3}$, e ne è venuto di prodotto 2.

$\frac{3}{1} — \frac{2}{3}$
$3 | 6$
prodotto 2

Li suddetti rotti così ridotti si sarebbero potuti abbreviare colle regole date di sopra, come si vede quì sotto.

$1 — 2$
$\frac{3}{1} \quad \frac{2}{3}$
$1 — 1$
prodotto 2

Lo stesso può farsi ancora moltiplicando un intiero, e rotto con un rotto, come si vede espresso nel seguente esempio.

L'ab-

38 — 4	
$7\frac{3}{5}$	10
1 — 1	
prodotto 152	

L' abbreviazione insegnata di sopra, si può fare ancora, allora quando sia dato da moltiplicare un intiero per un rotto, senza ridurre il rotto in intiero, purchè il denominatore del rotto, e l' intiero abbiano qualche comune misura, come vedesi quì sotto.

Sia per esempio dato da moltiplicare $\frac{7}{48}$ per 8, e l'8, e il 48, avendo comune misura, la maggiore delle quali è 8, perciò con essa diviso il 48 dà 6, che si pone sotto esso 48, e diviso anco l' 8 dà 1; onde abbiamo $\frac{7}{6}$ da moltiplicare con 1, che fa pure $\frac{7}{6}$, cioè $1\frac{1}{6}$, come si vede di sopra, e per maggior chiarezza eccovi un altro esempio d' intiero, e rotto per intiero.

7 — 1	
48	8
6 — 1	
6 | 7	
prodotto $1\frac{1}{6}$	

Sia da moltiplicare $23\frac{5}{12}$ per 36, riduciamo il $23\frac{5}{12}$ in rotto, che fa $\frac{281}{12}$, pigliasi poi una comune misura sì del denominatore 12, che del 36, la maggiore delle quali è lo stesso 12, col quale partiti ne viene $\frac{281}{1}$ da moltiplicare per 3, che dà 843 prodotto ricercato, come si vede quì sotto.

Dicemmo nell'antecedente Capitolo, che per moltiplicare un rotto per un intiero, deesi moltiplicare l' intiero col numeratore del rotto, e poi dividerlo pel denominatore, che quello ne verrà, sarà il ricercato prodotto, dalla qual cosa resta chiaro, che volendo moltiplicare un rotto per un intiero, uguale al suo denominatore, ciò si farà in un subito col scrivere lo stesso numeratore, mentre esso appunto sarà il ricercato prodotto.

281 — 3	
$23\frac{5}{12}$	36
1 — 1	
prodotto 843	

Cavasi ancora un' altra brevità per moltiplicare un intiero, e rotto per un intiero, senza fare alcuna riduzione. Poniamo da moltiplicare $30\frac{23}{28}$ per 42, moltiplicheremo il rotto $\frac{23}{28}$ per 42 usando in ciò la brevità che ci offerisce l' avere il 28 denominatore del rotto comune, misura col 42, che è 14, col quale diviso il 28, e il 42, ne viene 2, per denominatore abbreviato del 23, e 3 per l' intiero abbreviato, i quali due numeri possono essere tenuti a mente, senza scriverli, poi moltiplicato il 23 per 3 dà 69, che diviso pel 2, denominatore abbreviato dà $34\frac{1}{2}$, che è il prodotto di $\frac{23}{28}$ in 42; poi moltiplicato il 30 per 42, ed al prodotto aggiuntovi il $34\frac{1}{2}$ ne verrà tutto il prodotto $1294\frac{1}{2}$, come si vede quì sotto fatto con brevità.

Si può ancora usare questa brevità, quando fosse dato da moltiplicare un intiero per un rotto, o numero in forma di rotto. Sia dato verbigrazia $\frac{5}{48}$ da moltiplicare per 8, scri-

$30\frac{23}{28}$
42
prodotto $1294\frac{1}{2}$

vasi

vasi il numeratore 5, per nuovo numeratore, e poi partendo il 48 per 8 dà 6, che si pone sotto il detto 5, per denominatore, e ne verrà $\frac{5}{6}$ prodotto ricercato; questa brevità però si può adoperare allora solo che l'intiero cape nel denominatore del rotto, come si è veduto di sopra.

Si può ancora far così, sia da moltiplicare verbigrazia $\frac{17}{18}$ per 6, partiremo il 18 per 6, e ne viene 3, con questo 3 partiremo il 17, e ne viene $5\frac{2}{3}$ prodotto ricercato.

Moltiplicasi ancora un intiero, e rotto per un intiero, e rotto all'uso dei numeri intieri così.

Sieno i due numeri $12\frac{1}{3}$, e $37\frac{4}{5}$ da moltiplicare insieme, si pongano uno sotto dell'altro, come si vede quì appresso, e fattavi sotto una linea moltiplicasi il $\frac{4}{5}$ con il $\frac{1}{3}$ che fa $\frac{4}{15}$, il quale si scrive, moltiplicasi poi il 12 per $\frac{4}{5}$, che si fa a mente, e dà $9\frac{3}{5}$, che scrivesi sotto il $\frac{4}{15}$; poi si moltiplica il 37 per $\frac{1}{3}$, che fa $12\frac{1}{3}$, che scrivesi sotto gli altri, ultimamente si moltiplica il 12 col 37, che fa 444, che posto sotto gli altri, e sommati danno $466\frac{1}{5}$ prodotto ricercato, e nello stesso modo deesi fare degli altri.

$$\begin{array}{r} 12\frac{1}{3} \\ 37\frac{4}{5} \\ \hline \frac{4}{15} \\ 9\frac{3}{5} \\ 12\frac{1}{3} \\ 444 \\ \hline \text{prodotto } 466\frac{1}{5} \end{array}$$

Si avvertisce quì, che nel fare le moltiplicazioni d'intiero, e di rotto, come la suddetta, per non aver occasione di fare molti computi, per sommare i rotti deonsi questi di mano in mano, che si deono scrivere, ridurre alla stessa denominazione, lo che si fa a mente.

Moltiplicato, come quì appresso $\frac{1}{3}$ per $\frac{4}{5}$ dà $\frac{4}{15}$; poi moltiplicato $\frac{4}{5}$ per 12 fa $9\frac{3}{5}$, si scrivi il 9, e si riduchi a mente il $\frac{3}{5}$ in quindicesimi, cioè nella denominazione del rotto superiore, lo che si fa moltiplicando sì il numeratore, che il denominatore del $\frac{3}{5}$ per 3 numero, che mostra quante volte il denominatore 5 entra nel denominatore 15, e ne verrà $\frac{9}{15}$ da porre dietro al 9; moltiplicato poi 37 per $\frac{1}{3}$ fa $12\frac{1}{3}$, si scrivi il 12, e il terzo si riduca a quindicesimi, moltiplicando come sopra il suo numeratore, e denominatore per 5, numero che mostra quante volte il denominatore 3 cape nel 15, e ne verrà $\frac{5}{15}$ da porre dietro al 12, moltiplicasi poi il 37 per 12, che fa 444, e si scrivi sotto gli altri, e poi si sommi ogni cosa, lo che pei rotti si fa in un sol colpo per aver essi una stessa denominazione, mentre sommati i numeratori fanno 18, il quale diviso per 15, comune denominatore dà 1, e $\frac{3}{15}$, cioè $\frac{1}{5}$, scrivasi nella somma questo $\frac{1}{5}$, e sommasi gl'intieri portando l'unità, che darà come sopra il prodotto $466\frac{1}{5}$, con molta brevità.

$$\begin{array}{r} 12\frac{1}{3} \\ 37\frac{4}{5} \\ \hline \frac{4}{15} \\ 9\frac{9}{15} \\ 12\frac{5}{15} \\ 444 \\ \hline 466\frac{1}{5} \end{array}$$

Se poi fosserodati più rotti da moltiplicare insieme, come se fossero i seguenti $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{13}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{17}{28}$, si moltiplichino insieme i numeratori 5, 7, 4, 6, 9, 17 fa 128520, che si pone per numeratore, poi si moltiplicano tutti i denominatori 9, 15, 5, 13, 25, 28, che fanno 6142500, per denominatore, che darà tutto il rotto $\frac{128520}{6142500}$, il quale schisato per 3780 dà $\frac{34}{1625}$ prodotto dei dati rotti.

Quando poi occorre di moltiplicare insieme più rotti, come i suddetti; e che uno, o più dei loro numeratori abbiano comuni misure con uno, o più dei loro denominatori, allora si farà l'operazione con maggior brevità, come siegue.

Sieno i rotti posti qui appresso, che sono li stessi, che quelli dell'esempio antecedente, cominciando dunque dal rotto $\frac{5}{9}$, perchè il numeratore 5, è comune misura dei denominatori 15, 5, e 25, lo divideremo per qual ci piace di questi, e ci torna più comodo, lo che si farà col denominatore 5 del $\frac{4}{5}$; onde perchè il numeratore 5 del $\frac{5}{9}$ è uguale al denominatore 5 del $\frac{4}{5}$, perciò dividendolo per 5 dà 1, ma perchè l'unità non varia le moltiplicazioni, si cancelleranno questi due 5, cioè quello del $\frac{5}{9}$, e quello del $\frac{4}{5}$ suponendo, che non vi siano come si vede fatto di sopra; di più nello stesso rotto perchè il 9 denominatore è uguale al 9 numeratore del $\frac{9}{25}$ perciò si partino uno per l'altro, cioè si cancellino. Vedesi ancora, che il 7, numeratore del $\frac{7}{15}$, entra adequatamente nel numeratore 28 dell'ultimo rotto, e che lo stesso 7 è la loro comune misura, dunque si divideranno ambidue per 7, lo che si fa cancellando il 7 del $\frac{7}{15}$, e ponendo il quoziente 4 sotto il 28 del $\frac{17}{28}$ cancellando lo stesso 28, come si vede di sopra; vedesi ancora che il 4 numeratore del $\frac{4}{5}$, ora è uguale al nuovo denominatore dell'ultimo rotto, perciò si divideranno ambidue per 4, col cancellarli tutti e due, come insegnammo di sopra, anzi fin quando ci fummo avvisati, che il 7, e 4 numeratori del secondo, e terzo rotto, moltiplicati insieme producevano 28, che è uguale al denominatore dell'ultimo rotto, potevamo cancellare essi numeratori 4, e 7, ed anco il 28 denominatore: Di più vedesi ancora, che il 6 numeratore del quarto rotto ha 3 per comune misura di esso, e del 15 denominatore del secondo rotto, però divisi per 3, ne vengono 2, e 5, in cambio di essi; onde si cancellano il 6, e il 15 ponendo il 2 sopra il 6, e il 5 sotto il 15. Ciò fatto perchè ora non trovasi più alcun numeratore, che abbia alcuna cosa comune misura, con alcun denomina-

			2		
$\frac{5}{9}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{17}{28}$
	5				4
	prodotto $\frac{34}{1625}$				

to-

tore, perciò si lascia ogni cosa come è venuto, e si moltiplicano insieme tutti i numeri, che sono restati di sopra non cancellati, che sono 2, e 17, che fanno 34, il quale si scrive per nuovo numeratore, poi moltiplicansi tutti i numeri non cancellati restati di sotto, cioè 5, 13, e 25, che fanno 1625, il quale si pone sotto del 34, come nuovo denominatore; onde ne viene come sopra il prodotto ricercato $\frac{34}{1625}$, e nello stesso modo deesi fare di qualsivoglia altri rotti, come per maggior intelligenza si vede in quest' altro esempio.

Volendosi moltiplicare i detti tre rotti $\frac{27}{95}$, $\frac{77}{288}$, $\frac{24}{37}$, perchè il 27 numeratore del primo ha col 288 denominatore del secondo la comune misura 9, si divideranno tutti e due per 9, onde ne viene 3 in luogo del 27, che si cancella, e 32 in luogo del 288 che pure si cancella: Di più perchè il 32 nuovo denominatore del secondo rotto, ha la comune misura 8 col 24 numeratore di $\frac{24}{37}$, partiremo essi nnmeri, 32, e 24 per 8, e ne viene 4 in luogo del 32 che si cancella, e 3 in luogo del 24 che pure si cancella, e perchè non v'è più alcuno dei nuovi numeratori, che abbiano comune misura con alcuno dei nuovi denominatori, perciò si moltiplicano insieme i numeri restati di sopra, cioè 3, 77, e 3, che fanno 693 nuovo numeratore, poi si moltiplicano i numeri restati di sotto, cioè 95, 4, e 37, che fanno 14060 da porre sotto il 693, per suo denominatore; onde il ricercato prodotto sarà $\frac{693}{14060}$.

3		3
27	77	24
—	—	—
95	288	37
	32	
	4	
prodotto $\frac{693}{14060}$		

Se poi i rotti da moltiplicare insieme non fossero rotti soli, ma fossero accompagnati con intieri, ed ancora vi fossero intieri framischiati, ciò si farà riducendo ogni cosa in rotti, e poi operare nel modo insegnato di sopra.

33, $2\frac{5}{8}$, $\frac{16}{39}$, 12, $18\frac{1}{5}$, $8\frac{2}{11}$

3		2		7	18
33	21	16	12	91	90
—	—	—	—	—	—
	8	39		5	11
		13			

Si riduca dunque ogni cosa in rotto, e per ridurre in rotto gl' intieri basta pel nostro caso tirarvi sotto una lineetta acciocchè si conosca, che deono servire per numeratori, senza scrivervi sotto la solita unità per denominatore, per esser superfluo, mentre l' unità moltiplicata con qual-

42
504
3528
prodotto 63504

ſivoglia numero, ſempre dà lo ſteſſo numero, perciò tal regola ſi può ſempre uſare in ogni occaſione, lo che fatto ne viene come ſi vede di ſopra $\frac{33}{}\ \frac{21}{8}\ \frac{16}{39}\ \frac{12}{}\ \frac{91}{5}\ \frac{99}{11}$, coi quali fatta l'operazione ſecondo le regole inſegnate come vedeſi eſeguito di ſopra, ne vengono i ſoli rotti numeratori 21, 2, 12, 7, 18, che moltiplicati inſieme danno 63504 prodotto ricercato, a cagione di non eſſervi alcun denominatore, e ſempre deeſi operare così in qualſivoglia altro caſo.

CAPITOLO XVII.

Del modo comune di dividere i rotti, e gl' intieri, e rotti.

Quando dei dati due rotti, sì il diviſore, che il dividendo abbiano lo ſteſſo denominatore, allora ſi divide il numeratore del dividendo pel numeratore del diviſore, e il quoziente ſarà il ricercato.

Per eſempio ſe ſi doveſſe dividere $\frac{8}{15}$, per $\frac{4}{15}$, perchè il 4 numeratore del diviſore entra eſattamente due volte nel numeratore 8 del dividendo, queſto 2 ſarà il quoziente ricercato. Se $\frac{8}{15}$ foſſe da dividere per $\frac{3}{15}$, ne verrà $2\frac{2}{3}$, come è manifeſto.

Se poi i dati due rotti, cioè il diviſore, e il dividendo hanno i loro numeratori, e denominatori, che ſieno parti aliquote l' uno dell' altro, cioè il numeratore, e denominatore del diviſore, divida, o entri eſattamente nel numeratore, e denominatore del dividendo; allora ſi divide il numeratore del dividendo pel numeratore del diviſore, e col quoziente ſe ne forma il numeratore d' un nuovo rotto, lo ſteſſo ſi fa con dividere il denominatore del dividendo, pel denominatore del diviſore, e il quoziente ſi pone ſotto il nuovo numeratore, e ſarà il nuovo denominatore, lo che fatto tal nuovo rotto provenuto dalle ſuddette diviſioni ſarà il quoziente ricercato.

Sia per eſempio da dividere $\frac{4}{5}$ per $\frac{8}{15}$, perchè il numeratore 4 del dividendo entra nel numeratore 8 del diviſore due volte, e il denominatore 5 di eſſo dividendo, entra tre volte nel denominatore 15 di eſſo diviſore, perciò ne verrà $\frac{2}{3}$, quoziente ricercato.

I Pratici adoprano per regola generaliſſima nella diviſione di qualſivoglia rotti, o intieri in forma di rotti, la ſeguente.

Riducono i due dati da dividere, quando tutti e due non foſſero rotti, o in forma di rotto in rotti, poi moltiplicano il numeratore del dividendo, pel denominatore del diviſore, ed il prodotto lo pongono come nuovo numeratore, poi moltiplicano il numeratore del diviſore, pel denominatore del dividendo, e il prodotto lo pongono per nuovo denominatore, e tal rotto, o intiero in forma di rotto che ne viene, è il ricercato quoziente.

Sia

$\frac{2}{23} \times \frac{1}{4}$ Sia verbigrazia da dividere $\frac{1}{4}$ per $\frac{2}{23}$, si
8 | 23 moltiplicano in croce, come si vede quì ap-
presso l' 1, ed il 23, e ne viene il nuovo nu-
quoziente $2\frac{7}{8}$ meratore 23, poi si moltiplica il 2, e il 4,
che fa 8, il quale perchè posto sotto del numeratore 23 si vede che è maggiore dell' unità per essere il denominatore maggiore del numeratore, perciò si divide il 23 per 8, e ne viene $2\frac{7}{8}$ quoziente ricercato.

Se poi fosse dato da dividere un intiero, per un rotto, allora si ridurrà l' intiero in rotto, e poi si farà l' operazione, come s' insegnò di sopra, e come vedesi nel seguente esempio.

QUESITO I.

Cercasi quanta sia la lunghezza di un pezzo di Damasco, che si fa essere 7 braccia quadrate, essendo alto $\frac{3}{4}$ di braccio?

Per sciorre il detto quesito devonsi dividere le 7 braccia per $\frac{3}{4}$, lo che si fa riducendo l' intiero 7 in rotto, col porvi sotto l' unità, come si vede qui appresso, e poi si fa l' operazione nello stesso modo insegnato di sopra, che ne viene pel quoziente braccia $9\frac{1}{3}$ lunghezza del Damasco ricercata.

$\frac{3}{4} \times \frac{7}{1}$
3 | 28
lunghezza braccia $9\frac{1}{3}$

Alcuni per maggior facilità, lo che molto mi piace, scrivono il divisore a sinistra del dividendo capovolto, cioè pongono il denominatore per numeratore, e il numeratore per denominatore, e poi moltiplicano questi due rotti insieme, mentre il prodotto è il ricercato quoziente, come si vede eseguito quì sotto nei due sopraddetti esempj.

$23 - \frac{1}{}$ $\frac{4}{3} - \frac{7}{1}$
$2 - 4$ $\frac{28}{3}$, cioè $9\frac{1}{3}$
$\frac{23}{8}$, cioè $2\frac{7}{8}$

Se poi le 7 braccia del detto quesito si fossero intese per una quantità, la quale avesse altre specie minime, come corbe, libre ec., allora l' $\frac{1}{3}$ del quoziente si può ridurre nelle sue specie minime nello stesso modo che avvisammo nella moltiplicazione dei rotti.

Quando poi l' intiero, il quale deesi dividere per un rotto, tal intiero fosse di specie diverse, ed il rotto divisore, fosse rotto della prima specie, ovvero di qualunque delle altre specie, allora bisogna ridurre ogni cosa a quelle più minime specie che vi sono, come si vede ne' seguenti esempj.

QUE-

QUESITO II.

Cercasi quel numero, che moltiplicato per $\frac{3}{4}$ di lira, ha dato di prodotto lire 10: 4: 8?

$\frac{3}{4}$L 60 | lire. sol. den.
soldi 15 | 10. 4. 8
12 | 20
denari 180 | 204
| 12
| 2456
| lir. 13: 12: 10 $\frac{2}{3}$

656
116
20
2320
160
12
1920
12(0
6,
18(0
$\frac{2}{3}$

Nella operazione quì appresso, si è ridotto il $\frac{3}{4}$ di lira in soldi, che sono soldi 15, i quali si sono poi ridotti in denari, che sono 180, poi si è nello stesso modo ridotte in denari le lire 10: 4: 8, che ne sono venuti denari 2456, i quali divisi per 180 ne viene lire 13: 12: 10 $\frac{2}{3}$ ricercato quoziente.

Nello stesso modo si farebbe, se il $\frac{3}{4}$ non fosse stato $\frac{3}{4}$ di lira, ma di soldo, col ridurlo in denari, come si vede quì sotto.

$\frac{3}{4}$L 36 | lire. sol. den.
denari 9 | 10: 4: 8
| 20
| 204
| 12
9 | 2456
lire 272: 17: 9 $\frac{1}{3}$

Il $\frac{3}{4}$ di soldo è 9 denari, e le lire 10: 4: 8 ridotte in denari sono denari 2456, i quali divisi per 9 danno lire 272: 17: 9 $\frac{1}{3}$ quoziente ricercato.

Quando poi il rotto fosse rotto dell' ultima specie, cioè nel suddetto caso rotto di denaro, allora deesi ridurre l'intiero di diversa specie, non solo nelle sue specie minime, ma ancora in rotto della stessa denominazione dell' altro, e poi farne l'operazione nel modo seguente.

Li-

Lire. sol. den.
$\frac{3}{4}$ 10: 4: 8
20:
204
12
2456
4
3 | 9824
lire 3274: 13: 4

Ridotte dunque le lire 10: 4: 8 in denari, fanno denari 2456, e questi poi moltiplicati per 4, cioè ridotti in quarti, denominazione del rotto divisore, da quarti 9824, i quali divisi per i tre quarti, cioè per 3 danno lire 3274: 13: 4, ricercato quoziente.

Si può con maggior facilità, e brevità, fare la divisione di una quantità di diverse specie per un rotto della prima specie, o pure di qualunque delle altre specie, col ridurre il dato rotto a rotto della prima specie, se non è, cioè vedere, che porzione è di essa prima specie, e poi con questo farne la divisione col moltiplicare il denominatore del rotto colla quantità da dividere, e il prodotto dividerlo per il numeratore, mentre quello, che ne verrà, sarà il quoziente ricercato come si vede ne' seguenti esempj.

Segue l'esempio per la divisione di lire 10: 4: 8, per $\frac{3}{4}$ di soldo.

$\frac{3}{4}$ | 36
denari 9, cioè $\frac{9}{240}$ di lira, ovvero $\frac{3}{80}$

lire. sol. den.
10: 4: 8
80
12 | 640
53: 4
320
20 | 373
18: 13
800
3 | 818: 13: 4
lire 272: 17: 9 $\frac{1}{3}$

lire. sol. den.
$\frac{3}{4}$ di lira 10: 4: 8
4
3 | 40: 18: 8
lire 13: 12: 10 $\frac{2}{3}$

Al-

Altro esempio per la divisione delle predette lire 10: 4: 8, per $\frac{3}{4}$ di denaro.

$\frac{3}{4}$ di denaro
20
denari $\frac{12}{240}$ fanno una lira
quarti $\frac{4}{960}$, fanno una lira,
dunque $\frac{3}{4}$ è uguale a $\frac{3}{960}$,
cioè a $\frac{1}{320}$ di lira

lire. sol. den.
10: 4: 8
320
12 | 2560
213: 4
1280
20 | 1493
74: 13
3200
lire 3274: 13: 4

La stessa regola deesi sempre osservare in qualsivoglia altra quantità di diverse specie da dividere per un rotto di una di qualunque delle date specie; come dai detti esempj resta palese.

Se poi il rotto divisore non fosse rotto della stessa natura del numero da dividersi, in tal caso deesi operare come siegue.

QUESITO III.

Per sapere il valore di $\frac{3}{4}$ di libra di seta, si moltiplicò il valore della libra pel suddetto $\frac{3}{4}$, e ne venne lire 4: 13: *6*, cercasi ora quanto era il valore della libra.

La suddetta dimanda provenuta dalla moltiplicazione per isciorla, chiaramente si conosce, che ciò si ha mediante la divisione, cioè col dividere le lire 4: 13: *6* pel $\frac{3}{4}$, come si mostra nel seguente esempio.

Per fare la detta divisione si è moltiplicato le lire 4: 13: *6*, pel denominatore 4, e il prodotto lire 18: 14, si è diviso pel numeratore 3, mentre il quoziente lire *6*: 4: 8 è la ricercata divisione, e conseguentemente il ricercato valore della libra di seta.

lire. sol. den.
$\frac{3}{4}$ 4: 13: *6*
4
3 | 18: 14: 0
lire *6*: 4: 8

Se poi il $\frac{3}{4}$ non fosse $\frac{3}{4}$ di libra, ma $\frac{3}{4}$ d'oncia, in tal caso deesi ridurre il rotto nelle sue parti minime, che ne verrà ferlini 12, co' quali deonsi dividere le lire 4: 13: *6*, come si vede nel modo seguente.

Fer-

Ferlini. Lire. sol. den.

12 4: 13: 6
20 20
240 93
12
1121
16
240 | 17952
lire 74: 16
1152
192
20
3840
000

$\frac{3}{4}$ d'oncia
16
3
4 | 48
fa 12 ferlini

Quando poi il rotto divisore non avesse alcune parti minime, come se nel detto caso il $\frac{3}{4}$ fosse $\frac{3}{4}$ di ferlino, per far ciò si ridurrà ogni cosa in quarti, e poi si farà la divisione al solito, come si vede quì sotto.

Lire. sol. den.

$\frac{3}{4}$ 4: 13: 6
3 20
20 93
60 12
1122
4
4488
16
60 | 71808
lir. 196: 16
118
580
408
48
20
960
000

Le dette operazioni si possono fare con maggior facilità, nello stesso modo, che s'insegnò nella moltiplicazione, cioè col ridurre il rotto a rotto della sua massima specie, come si vede nei seguenti esempj.

lir. sol. den.

4: 13: 6 per $\frac{3}{4}$ d'oncia
16 16
lir. 74: 16: 0 3
4 | 48

fa 12 ferlini, e perchè 192 ferlini fanno una libra, il $\frac{3}{4}$ farà $\frac{12}{192}$ di libra, cioè $\frac{1}{16}$.

Altro esempio per $\frac{3}{4}$ di ferlino.

Lire. sol. den.

4: 13: 6 per $\frac{3}{4}$ di ferlino

256

12 | 1536

128

3328

30 | 3456.

172: 16

1024

lire 1196: 16

Una libra è ferlini 192, perciò una libra sarà quarti 768, dunque $\frac{3}{4}$ sarà $\frac{3}{768}$, cioè $\frac{1}{256}$ di libra.

Se poi fosse da dividere un intiero, e rotto per un rotto, come se nel primo quesito le braccia di Damasco fossero state $7\frac{2}{3}$, in tal caso deesi operare così.

$$\frac{3}{4} \times 7\frac{2}{3} \qquad \frac{3}{4} \times \frac{23}{3} \qquad 9 \quad 92$$

braccia $10\frac{2}{9}$

Si riduce il $7\frac{2}{3}$ in terzi, che fa $\frac{23}{3}$, il quale si divide pel $\frac{3}{4}$ all'uso solito, e ne viene il quoziente braccia $10\frac{2}{9}$.

Si può ancora fare la suddetta divisione senza ridurre le braccia $7\frac{2}{3}$ in rotto, operando come si vede quì sotto.

Si moltiplichi il $7\frac{2}{3}$ pel 4 denominatore del $\frac{3}{4}$, che fa $30\frac{2}{3}$, questo si divida pel 3 numeratore, e ne viene come si vede quì appresso, braccia $10\frac{2}{9}$.

$\frac{3}{4}$ $7\frac{2}{3}$

4

3 | $30\frac{2}{3}$ Z $\frac{0}{3}$

braccia $10\frac{2}{9}$

Se poi l'intiero accompagnato dal rotto, fosse di diverse specie, come nel secondo quesito, che le lire fossero 10: 4: $8\frac{2}{3}$, da moltiplicare con $\frac{3}{4}$ di lira, ciò si fa operando nel sopraddetto modo, cioè moltiplicare le dette lire 10: 4: $8\frac{2}{3}$, col denominatore 4 del $\frac{3}{4}$, ed il prodotto dividerlo pel numeratore 3, come si vede quì sotto.

Se poi nel suddetto esempio il rotto divisore non fosse rotto della prima, o massima specie, ma fosse rotto di una delle parti minime, allora si dovrà ridurre ogni cosa nelle sue parti minime, e poi far la divisione secondo il solito, come si mostra nel modo seguente.

lire. sol. den.

$\frac{3}{4}$ 10: 4: $8\frac{2}{3}$

4

3 | 40: 18: $10\frac{2}{3}$ Z $\frac{1}{3}$

lire 13: 12: $11\frac{5}{9}$

$\frac{3}{4}$ di

$\frac{3}{4}$ di soldo	lire. sol. den.
	10: 4: 8 $\frac{2}{3}$
12	20
3	204
4 | 36	12
denari 9	2456
3	3
terzi 27	7370
	li. 272: 19: 3 $\frac{1}{9}$
	197
	20
	26
	20
	520
	07
	12
	84
	3
	27
	$\frac{1}{9}$

Quando lo stesso divisore $\frac{3}{4}$ non fosse stato rotto di soldo, ma rotto di denaro, e perciò non ammettesse altre minime parti, allora si ridurranno le lire, soldi, denari, e rotto in rotto della stessa denominazione, cioè in terzi, che sono terzi 7370, questi poi si moltiplicano pel 4 denominatore del divisore, che ne viene 29480, e poi il numeratore 3 dello stesso divisore, si moltiplica pel denominatore 3 del rotto $\frac{2}{3}$, che fa 9, col quale si divide il 29480, e ne viene lire 3275: 11: 1 $\frac{1}{3}$, ricercato quoziente, come resta chiaro nel quì sotto esempio.

$\frac{3}{4}$ di denaro	lire. sol. den.
	10: 4: 8 $\frac{2}{3}$
	20
	204
	12
	2456
	3
3	7370
3	4
9	29480
	lire 3275: 11: 1 $\frac{1}{3}$

Se poi il $\frac{3}{4}$ divisore non fosse rotto della stessa natura del dividendo, ma fosse come nel terzo quesito rotto di libra, allora l'operazione deesi fare nello stesso modo che si è insegnato nel detto quesito, cioè moltiplicare le lire 10: 4: 8 $\frac{2}{3}$ pel denominatore 4, e poi dividere pel numeratore 3, che quello ne viene è il ricercato quoziente, come si vede quì sotto.

$\frac{3}{4}$	lire.	sol.	den.
	10:	4:	8 $\frac{2}{3}$
			4
3	40:	18:	10 $\frac{2}{3}$ Z $\frac{1}{3}$
lire	13:	12:	11 $\frac{5}{9}$

Se poi il $\frac{3}{4}$ non fosse $\frac{3}{4}$ di libra, ma $\frac{3}{4}$ d'oncia, allora deesi ridurre ogni cosa, e poi farne la divisione all'uso solito, come dal seguente esempio resta da se manifesto.

$\frac{3}{4}$ d'oncia
16
3
4 | 48
ferlini 12

ferlini
12
20
240
3
720

lire. sol. den.
10: 4: 8 $\frac{2}{3}$
20
204
12
2456
3
7370
16
117920
720 | lir.163: 15: 6 $\frac{2}{3}$
4592
2720
560
20
11200
400
12
4800
48(0
24) 72(0
$\frac{2}{3}$

Se poi il $\frac{3}{4}$ non avesse alcuna parte minima, come se fosse $\frac{3}{4}$ di ferlino, si ridurrà ogni cosa nello stesso modo già mostrato, come resta chiaro dal seguente esempio, senz' altra spiegazione.

$\frac{3}{4}$ di ferlino

3
20
60
3
180

lire. sol. den.
10: 4: 8 $\frac{2}{3}$
20
204
12
2456
3
7379
16
117920
4
471680
li. 2620: 8: 10 $\frac{2}{3}$
1116
368
80
20
1600
160
12
1920
12(0
6) 18(0
$\frac{2}{3}$

Le suddette operazioni si fanno con maggior facilità, riducendo

do il rotto da moltiplicare a rotto della sua massima specie, nel modo altre volte insegnato, lo che è di maggior brevità, come si mostra nei seguenti esempj.

lire sol. den.
10: 4: $8\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ d'oncia.
16 16

lire 163: 15: $6\frac{2}{3}$ 3

4 | 48

fa 12 ferlini, e perchè 192 ferlini fanno una libra, il $\frac{3}{4}$ sarà $\frac{12}{192}$ di libra, cioè $\frac{1}{16}$.

Altro esempio per $\frac{3}{4}$ di ferlino.

lire. sol. den.
10: 4: $8\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ di ferlino, e perchè una libra è ferlini 192, perciò una libra sarà quarti 768; dunque $\frac{3}{4}$ sarà $\frac{3}{768}$, cioè $\frac{1}{256}$ di libra.

256
3 | 412
$170\frac{2}{3}$
2048
12 | 2218
184: 10
1024
20 | 1208
60: 8
2560
lire 2620: 8: $10\frac{2}{3}$

Avendo fin'ora insegnato, e dato i necessarj esempj per dividere rotto per rotto, intiero rotto, e intiero, e rotto con rotto, seguiremo quì a insegnare la maniera di dividere un intiero, e rotto, per un intiero, e rotto nel seguente modo.

QUESITO IV.

Braccia $8\frac{3}{5}$ di Cordella, vale denari $73\frac{1}{10}$, cercasi quanto costa il braccio.

$8\frac{3}{5}$ $73\frac{1}{10}$
$\frac{43}{5}$ × $\frac{731}{10}$
430 | 3655
den. $8\frac{1}{2}$

215
215 | 430
$\frac{1}{2}$

Il suddetto quesito si scioglie dividendo i denari $73\frac{1}{10}$, per $8\frac{3}{5}$, lo che si è fatto riducendo ogni cosa in rotto, come si vede di sopra; onde le braccia $8\frac{3}{5}$ sono divenute $\frac{43}{5}$, e i denari $73\frac{1}{10}$ sono $\frac{731}{10}$, i quai due rotti divisi poi all'uso solito danno denari $8\frac{1}{2}$, valore ricercato.

Quan-

Quando poi le quantità da dividersi fossero composte di specie minime, come se si ricercasse quanto vale la Corba del Grano, del quale per lire 105: 10: $8\frac{207}{256}$, se n'ebbero Corbe 12: 10: $7\frac{3}{4}$, ciò si fa dividendo le suddette lire 105: 10: $8\frac{207}{256}$, per le Corbe 12: 10: $7\frac{3}{4}$, riducendo ogni cosa in rotto, come si vede quì sotto.

cor. quart. quartic.	lire. sol. den.
12: 10: $7\frac{3}{4}$	105 10: $8\frac{207}{256}$
16	20
202	2110
8	12
1623	25328
4	256
6495	207
20	151968
129900	126640
12	50656
1558800	6484175
256	16
9352800	103746800
7794000	8
3117600	829974400
399052800	4
	3319897600
	lire 8: 6: $4\frac{2}{3}$
	127475200
	20
	2549504000
	155187200
	12
	1862246400
	2660352(00
	1330176) 3990528(00
	$\frac{2}{3}$

Ridotte le lire in 256 esimi fa 6484175, il quale poi moltiplicato con queì numeri, che hanno servito per la riduzione delle Corbe in parti minime secondo la regola della divisione fa 3319897600, e così pure ridotte le Corbe in quarti, fanno quarti 6495, il qual numero moltiplicato con quei numeri, che hanno servito per ridurre le lire in parti minime dà 399052800, col quale diviso il numero 3319897600 dà lire 8: 6: $4\frac{2}{3}$, valore della Corba ricercato.

Quan-

Quando poi una delle quantità da dividersi avesse un rotto annesso ad una delle specie massime, in cambio di specie minime, allora si può fare la divisione senza ridurre ogni cosa in ispecie minime, nel modo, che si vede quì sotto.

QUESITO V.

Cercasi quanto costa la Corba del grano, del quale vendutone Corbe $368\frac{3}{4}$, si ebbero lire 4579: 13: $4\frac{5}{6}$.

```
Corbe              lire . sol. den.
368 3/4            4579:  13:  4 5/6
  4                               6
-----              ----------------
1475               27478:  0:  5
-----              ----------------
  4                   6
                   27478:  0:  5
                                4
         1475      ----------------
            6      |109912:  1:  8
divisore 8850      | lire 12: 8: 4 2/3
                   ----------------
                    3712
                      20
                   ------
                    74241
                     3441
                       12
                   ------
                    41300
                     5900
             295)  ------
                     8850
                      2/3
```

Ridotte le Corbe $368\frac{3}{4}$ in quarti fa $\frac{1475}{4}$, e le lire 4579: 13: $4\frac{5}{6}$ in sesti senza ridurle prima in denari, cioè moltiplicate le lire 4579: 13: 4, pel denominatore 6 del rotto, aggiungendovi nei denari il numeratore 5 da $\frac{27478:0:5}{6}$ poi secondo l'uso della divisione dei rotti moltiplicato il denominatore 4 pel numeratore 27478: 0 5 dà 109912 1 8, e moltiplicato poi il numeratore 1475 pel denominatore 6 dà 8850 col quale diviso il 109912: 1 8 dà di quoziente lire 12 8 4 $\frac{2}{3}$ valore della Corba come si cercava.

Nella stessissima maniera deesi operare nelle divisioni di qualsivoglia altre quantità, come senz' altro esempio dalle cose suddette resta bastevolmente manifesto.

AVVERTIMENTO.

Una simile difficoltà a quella della moltiplicazione dei rotti, v'è nella divisione, mentre dividendo un rotto, per un altro rotto, ovvero un intiero per un rotto, il quoziente riesce maggiore del numero diviso, la qual cosa pare contraria alla diffinizione del partire, mentre la parola partire, o dividere significa separare, e diminuire, e pure ne' rotti, come abbiam veduto riesce il contrario. Resteremo però appagati allora quando considereremo, che dividendo un numero per un altro, altro non vuol dire secondo la diffinizione del partire se non sè trovare quante volte il numero divisore è compreso, o contenuto nel dividendo, cioè quante volte vi cape; dunque quando verbigrazia vogliamo dividere 8 per $\frac{3}{4}$, ciò vuol dire, che si trovi quanti $\frac{3}{4}$ comprendonsi nell' 8, che

8, che è lo ſteſſo, che dire quante volte il $\frac{3}{4}$ cape nell' 8; e perchè il $\frac{3}{4}$ è un rotto, cioè parte dell' unità, perciò è evidente, che eſſo $\frac{3}{4}$ entra più di una volta in ogni unità per eſſere minore di eſſa, onde ne dee aſſolutamente venire nel quoziente un numero maggiore del numero diviſo, non però realmente maggiore, mentre ſe l' 8 s' intende per 8 lire, diviſe queſtè per $\frac{3}{4}$ di lira ne viene $10\frac{2}{3}$ numero maggiore dell' 8, in quanto alla ſemplice eſpreſſione, non già che in realtà ſia tale, mentre il $10\frac{2}{3}$ non ſono già lire, ma ſono dieci tre quarti di lira, più $\frac{2}{3}$ del $\frac{3}{4}$ d' una lira.

Parmi ora che mi venga oppoſto, col dirmi, ſe ciò è vero, come è veriſſimo perchè dunque nelle diviſioni fatte in queſto Capitolo, allora quando avete diviſo verbigrazia lire, ſoldi, e denari per un rotto d' una di eſſe ſpecie, od altri ſimili, avete notato nel quoziente lire, ſoldi, e denari, dunque il voſtro aſſerto di ſopra non è vero. A ciò riſpondo e dico, che veramente è improprio, ma perchè volendo verbigrazia ſapere il numero, il quale moltiplicato con un dato ne ſono provenute lire, ſoldi, e denari, o altra ſpecie, allora in tal modo deeſi operare, perchè la moltiplicazione certamente ſi fece con tali quantità. Di più ancora ho fatto in tal guiſa, perchè ciò richiede la ſoluzione della maggior parte de' queſiti Aritmetici, come ſi vedrà nel ſecondo Tomo. Ciò non oſtante torno quì a dire, che le ſuddette diviſioni inteſe ſolamente come pure diviſioni, il quoziente che ne viene moſtra quante volte il diviſore cape nel dividendo, e le ſpecie minime, che lo accompagnano, moſtrano qual parte di eſſo diviſore, reſti di più contenuta nel dividendo, inteſe però tai parti minime in forma di rotto; facendo dunque le pure diviſioni, ed avutone l' intiero quoziente, dovraſſi ſubito col rimanente formare un rotto non cercando alcuna parte minima, mentre in tal caſo ciò è improprio, come abbiam detto; onde quando nel ſecondo queſito di queſto Capitolo, ſi foſſe cercata la pura diviſione delle lire 10: 4: 8 per $\frac{3}{4}$ di lira, allora dopo avere avuto il quoziente 13; col rimanente 116 ſi fa il rotto $\frac{116}{180}$, cioè $\frac{29}{45}$, e diremmo, che $\frac{3}{4}$ di lira capiſce in lire 10: 4 8: 13 volte e $\frac{29}{45}$, e così ſempre deeſi operare, quando il puro, e vero qnoziente ſi ricerca.

CAPITOLO XVIII.

Altre maniere di dividere i rotti.

DA quello che ſi è inſegnato nell' antecedente Capitolo, cioè che per dividere un intiero per un rotto, ſi moltiplichi l' intiero pel denominatore del rotto diviſore, e quello ne viene ſi divida pel ſuo numeratore, mentre il quoziente ſarà la ricercata diviſione, ſi cava, che data l' unità da dividere per qualſivoglia rotto baſta ſcrivere lo ſteſſo rotto diviſore capovolto, cioè porre il numeratore per denominatore, e il denominatore per numeratore, mentre tal rotto ſarà il ricercato quoziente.

Per

Per esempio sia l'unità, cioè 1 da dividere per $\frac{3}{4}$, scritto il rotto come sopra così $\frac{3}{4}$, questo è il ricercato quoziente, lo che si fa ancora dividendo il denominatore pel numeratore, ed il quoziente è il ricercato, onde nel suddetto caso per dividere l'1 per $\frac{3}{4}$ si divide il 4 per 3 che dà $1\frac{1}{4}$, come si voleva, che è lo stesso, che $\frac{4}{3}$.

Quando fosse dato un intiero, e rotto da dividere per un intiero maggiore, e che ridotto l'intiero, e rotto a forma di rotto, nel suo numeratore entrasse aliquotamente l'intiero proposto, si partisca tal numeratore per l'intiero divisore, e col quoziente si formi un nuovo numeratore, sotto il quale se gli pone per denominatore il denominatore del detto rotto, e tal rotto sarà il ricercato quoziente.

Per esempio dato $4\frac{8}{13}$ da partire per 10, ridotto il $4\frac{8}{13}$ a forma di rotto fa $\frac{60}{13}$ nel numeratore 60, nel quale v'entra aliquotamente sei volte il divisore 10; si scrivi questo 6 col 13 sotto, e ne verrà $\frac{6}{13}$ quoziente ricercato.

Quando fossero dati due rotti, o quantità in forma di rotti, da dividere, e che i loro numeratori avessero qualche comune misura, ovvero i loro denominatori, o pure i numeratori e i denominatori nello stesso tempo, in tal caso si può abbreviare l'operazione nel seguente modo.

Sia da dividere $\frac{32}{77}$ per $\frac{28}{39}$, posto il divisore avanti il dividendo, come si vede quì appresso, si vede che i numeratori 28, e 32 hanno la misura comune 4, li divideremo per questa comune misura, e ne viene 7, e 8, i quai numeri porremo sopra i suoi rispettivi numeratori come si vede, ciò fatto si prendino questi numeri come nuovi numeratori, e per denominatori si prendano quelli, che vi sono, e con essi come con nuovi rotti si faccia la divisione all'uso solito, lo che fatto ne viene $\frac{312}{539}$ quoziente ricercato.

7   8
$\frac{28}{39}$ × $\frac{32}{77}$
quoziente $\frac{312}{539}$

Lo stesso farebbesi se non i numeratori dei dati rotti avessero la comune misura, ma l'avessero i denominatori, come si vede quì sotto.

$\frac{23}{56}$ × $\frac{57}{64}$
7   8
184 | 399
quoziente $2\frac{31}{184}$

I due rotti $\frac{23}{56}$, e $\frac{57}{64}$; perchè hanno i loro denominatori 56, e 64, che hanno la comune misura 8, si dividano per essa, e i numeri 7, e 4, che ne provengono si pongano sotto i suoi rispettivi denominatori, i quali numeri faranno l'uffizio di nuovi denominatori, che co' primi numeratori s'intenderanno formare due rotti diversi dai primi, i quali divisi al solito danno $2\frac{31}{184}$, come si vede di sopra pel ricercato quoziente.

Se poi de' dati due rotti da dividere non solo i numeratori abbiano una comune misura, ma un'altra n'abbiano ancora i denominatori, in tal caso s'opererà come siegue.

Sia da dividere $\frac{42}{65}$ per $\frac{28}{55}$, perchè i numeratori 28, e 42 hanno la comune misura 14, con questa divisi, danno 2, e 3, i quali si pongono sopra i suoi rispettivi numeratori, come si vede qui appresso, i denominatori poi 55, e 65 hanno anch'essi la comune misura 5, colla quale divisi danno 11, e 13, i quali si pongono sotto i suoi rispettivi denominatori, ciò fatto si considerano questi nuovi numeri come componenti due nuovi rotti, cioè il $\frac{28}{55}$ s'intenda per $\frac{2}{11}$, ed il $\frac{42}{65}$ per $\frac{3}{13}$, come si vede di sopra, e questi poi si partono all'uso solito, che il quoziente $1\frac{7}{26}$ è il ricercato.

2	X	3
$\frac{28}{55}$		$\frac{42}{65}$
11		13
26	1	33

quoziente $1\frac{7}{26}$

CAPITOLO XIX.

Dei Rotti di Rotti, e modo di esprimerli.

Siccome qualsivoglia rotto è parte dell'unità, la quale si divide in molte parti, e potendosi concepire qualsivoglia rotto diviso in altre parti, queste parti del rotto chiamansi *rotti di rotto*, ovvero *frazioni seconde*, e *rotti secondi*; se poi di nuovo questi rotti secondi sono divisi in altre parti, queste vengono chiamate *frazioni di frazioni di una frazione*, ovvero *rotto di rotto di un rotto*, e in grazia della brevità chiamansi *frazioni terze*, *o rotti terzi*, e così deesi intendere delle frazioni, o rotti quarti, quinti ec., e vengono espressi, e scritti, come si vede qui sotto.

107

108

$$\frac{3 \quad 16}{4, \ 20} \qquad \frac{2 \quad 1}{5, \ 6} \qquad \frac{2 \quad 1 \quad 3}{5, \ 6, \ 8}$$

Il primo dei suddetti rotti vuol dire $\frac{3}{4}$ di $\frac{16}{20}$; il secondo $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{6}$, il terzo $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{6}$ di $\frac{3}{8}$, che mostra esser rotto terzo. Altri li scrivono ancora nel seguente modo.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{16}{20}} \qquad \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{6}} \qquad \frac{\frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{6}}}{\frac{3}{8}} \qquad \text{ovvero} \quad \frac{\frac{2}{5} \text{ di } \frac{1}{6}}{\frac{3}{8}}$$

Dove il primo forma un rotto, il di cui numeratore è $\frac{3}{4}$, e il denominatore $\frac{16}{20}$, il secondo ha per denominatore $\frac{1}{6}$, e per numeratore $\frac{2}{5}$, il terzo ha per numeratore $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{6}$, e per denominatore $\frac{3}{8}$.

Al-

Alcuni altri li scrivono uno dietro dell'altro, framezzati dalla parola di, nella maniera, che si vede quì sotto.

$\frac{3}{4}$ di $\frac{16}{20}$ $\qquad$ $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{6}$ $\qquad$ $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{6}$ di $\frac{3}{8}$

Onde resta all'Aritmetico l'elezione di scriverli in qualunque delle suddette maniere secondo che più gli aggrada.

Per ben comprendere questa sorta di rotti, deesi osservare all'unità primaria, come se pel rotto di rotto $\frac{3}{4}$ di $\frac{16}{20}$, s'intende per unità primaria, verbigrazia la lira, cioè che il $\frac{16}{20}$ sia $\frac{16}{20}$ di lira, si vede che ciò posto esso $\frac{16}{20}$ vale soldi 16, dei quali toltone $\frac{3}{4}$, cioè divisi per 4, e toltone tre dà soldi 12, che sono appunto i $\frac{3}{4}$ di $\frac{16}{20}$ di lira.

L'altro rotto $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{6}$ intesa per unità primaria dell'$\frac{1}{6}$, verbigrazia lo scudo, si vede che il sesto sarà soldi 16: 8, de'quali i $\frac{3}{8}$ sono soldi 6: 3, valore del rotto di rotto, o rotto secondo $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{6}$ di scudo.

Circa poi al rotto terzo, o rotto di rotto di un rotto, cioè $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{6}$ di $\frac{3}{8}$, se intenderemo come sopra, che la primaria unità sia lo scudo, cioè che il rotto $\frac{3}{8}$ sia $\frac{3}{8}$ di scudi, questi sarà soldi 37:6, il di cui sesto è soldi 6: 3, e di questo i due quinti sono soldi 2: 6 valore del rotto terzo $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{6}$, di $\frac{3}{8}$ di scudo, e così deesi intendere di tutti gli altri.

CAPITOLO XX.

Del ridurre i rotti di rotti, o frazioni seconde, terze ec. a frazioni comuni.

Il modo di ridurre i rotti di rotti, o rotti secondi, terzi ec. a frazioni, o rotti comuni, è facilissimo, mentre ciò in altro [109] non consiste se non sè nel moltiplicare i dati rotti insieme, cioè moltiplicare insieme tutti i numeratori delle date frazioni, e col prodotto loro formarne un nuovo numeratore, e per farvi il denominatore si moltiplicano insieme tutti i denominatori delle date frazioni, il prodotto de'quali sarà il nuovo denominatore, onde il rotto che ne proverrà sarà un rotto ordinario equivalente ai dati, come si vede ne'seguenti esempj.

QUESITO I.

Essendo stato dato da cavare un Pozzo a una persona, in altezza piedi 24, la quale dopo averne cavato $\frac{2}{3}$ di tutta l'altezza, lasciò l'operazione in abbandono, venne poi un altro, e ne cavò $\frac{3}{4}$ di quello, che aveva cavato il primo, cioè i $\frac{3}{4}$ dei $\frac{2}{3}$; Cercasi quanti piedi ne cavò quest'ultimo, per dargli l'adequato pagamento?

Per sciorre il detto quesito, chiaramente si vede, che altro far non bisogna se non ridurre i $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$ a rotto ordinario, cioè nel nostro caso a rotto di 24, lo che si fa come dicemmo di sopra, moltiplicando i denominatori, e numeratori insie-

$\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$

$\frac{6}{12}$, cioè $\frac{1}{2}$, che sono piedi 12

ſieme, che ne viene il rotto $\frac{6}{12}$, cioè $\frac{1}{2}$, e tanta di tutta l'altezza, cioè di piedi 24 ne cavò la ſeconda perſona, cioè piedi 12, come ſi cercava.

Se poi foſſero da ridurre rotti, o frazioni terze, s'opererà come ſiegue.

QUESITO II.

Aveva una perſona lire 864 di debito, e ne aveva pagato l'ottava parte, dopo la di lui morte un ſuo figlio ne pagò i $\frac{3}{5}$ di quello aveva pagato il padre, un ſuo fratello ne pagò $\frac{2}{3}$ di quello aveva pagato l'altro ſuo fratello, e volendo queſt'ultimo eſſer rifatto di ciò dal fratello, cerca queſti quanto abbia pagato?

La ſoluzione di ciò ſi ha facilmente riducendo i $\frac{2}{3}$, o frazione terza a rotto ſemplice,

$\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{5}$ di $\frac{1}{8}$
$\frac{6}{15}$ $\frac{1}{8}$
$\frac{6}{120}$, cioè $\frac{1}{20}$, che ſono lire 43: 4

moltiplicando inſieme i numeratori, e i denominatori come ſi vede di ſopra, dove ſi ſono moltiplicati prima i numeratori 2, e 3, che fanno 6, e poi i due denominatori 3, e 5, che fanno 15, onde ne viene $\frac{6}{15}$, il quale moltiplicato nello ſteſſo modo coll'$\frac{1}{8}$ dà $\frac{6}{120}$, cioè $\frac{1}{20}$, e tanta è la porzione del debito, cioè delle lire 864, che ha pagato l'ultimo fratello, che ſono lire 43: 4. E nello ſteſſo modo deeſi fare ſe foſſero più rotti, cioè ſe foſſero frazioni, quarte, quinte ec., come ſi diſſe di ſopra.

Dal ſopradeſcritto modo di ridurre i rotti di rotti, a rotti ſemplici, ſi cava poterſi ancora con tal regola ſciorre quei queſiti che ſciolgonſi colla regola dell'infilzare, mentre per ſciorre il queſito I. poſto nel Capitolo dell'infilzare, baſta ridurre il $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{4}$ a rotto comune, come ſi è inſegnato di ſopra, che fa $\frac{2}{20}$, cioè $\frac{1}{10}$, e queſto poi ſommato col $\frac{3}{4}$ dà la ricercata ſoluzione, che moſtra aver pagato di tutto il debito $\frac{17}{20}$, e perciò reſtarvi $\frac{3}{20}$, come appunto lo ſteſſo ebbeſi ſciogliendolo colla regola dell'infilzare, come ſi può vedere nel ſuo Capitolo.

Quì ſotto ſiegue un queſito, il quale ſi può ſciogliere parte colla regola dell'infilzare, e parte col ridurre i rotti di rotti a rotti ſemplici, come avviſammo nel Capitolo dell'infilzare.

QUESITO III.

Di un certo debito una volta ne fu pagato $\frac{3}{4}$, un'altra volta $\frac{2}{5}$ della quarta parte, e l'ultima volta $\frac{2}{3}$ della ſeſta parte di tutto il pagato fin'ora. Cercaſi che porzione ne reſta da pagare, e quanta ne è ſtata pagata?

```
 3/5 Z 3/4                    2/3  1/6
1  17: 180                       2
—  ———— —                     2)———
9  20:   9: 153                 18
   17                            1
   ——                           ——
   180: 1: 17                    9
          ————
          17(0
ha pagato ———— resta da pagare 1/18
          18(0
```

Il detto quesito si può sciorre infilzando i due rotti $\frac{3}{5}$, e $\frac{3}{4}$, ovvero riducendoli a rotti semplici, come s'insegnò quì appresso, mentre o in un modo, o nell'altro danno $\frac{17}{20}$, e perchè il $\frac{2}{3}$ del sesto non si può infilzare col $\frac{17}{20}$, per le ragioni accennate nel Capitolo dell' infilzare, si ridurrà il $\frac{2}{3}$ di $\frac{1}{6}$ a rotto comune, che fa $\frac{1}{9}$, che vuol dire $\frac{1}{9}$ del $\frac{17}{20}$, ridotto poi questo $\frac{1}{9}$ a rotto comune, cioè a rotto dell'unità del rotto $\frac{17}{20}$ fa $\frac{17}{180}$; sommati poi questi due rotti $\frac{17}{20}$, e $\frac{17}{180}$ danno $\frac{17}{18}$, e tanta porzione del debito fu pagato, e per conseguenza $\frac{1}{18}$ resta da pagarsi. Da ciò si vede, che se altri pagamenti, o rotti in tal modo succedessero, questi deonsi ridurre a rotti di una stessa unità, per poi sommandoli averne il ricercato, come da se è manifesto.

CAPITOLO XXI.

Del sommare i rotti di rotti.

IL sommare i rotti di rotti è facilissimo, mentre ridotti questi nel modo insegnato nell' antecedente Capitolo a rotti comuni, questi rotti comuni provenuti si sommano poi insieme, mentre la lor somma sarà la ricercata, come si mostra nei seguenti esempj.

QUESITO I.

Un Mercante andando ad una Fiera trovò aver guadagnato la terza parte dei $\frac{2}{5}$ di tutto il suo Capitale; andando poi ad altra Fiera collo stesso capitale, trovò aver guadagnato la stessa parte dei $\frac{7}{8}$ di tutto il capitale. Cercasi quanta porzione ha guadagnato di tutto il capitale?

```
 1/3  2/5      1/6   7/8
     2/15  ><  7/48
           96
          105
          ———
          201
        3)———
          720
ha guadagnato 167/240 di tutto il Capitale.
```

Per sciorre il detto quesito, si è ridotto come si vede quì appresso l'$\frac{1}{3}$ di $\frac{2}{5}$ a rotto ordinario, che dà $\frac{2}{15}$, come ancora l'$\frac{1}{6}$ di $\frac{7}{8}$, che dà $\frac{7}{48}$, i quali due rotti sommati fanno $\frac{67}{240}$ porzione, che ha guadagnato rispettivamente al suo Capitale. Se poi nel quesito fosse stato specificato il Capitale, per esempio di scudi 6000 il $\frac{67}{240}$ di esso, cioè scudi 1675, sarebbe stato tutto il guadagno.

QUE-

QUESITO II.

Un Giocatore perdette in due ſere le ſeguenti partite. La prima perdè i $\frac{2}{3}$ dei $\frac{3}{4}$ dei $\frac{2}{7}$ di tutti i denari che aveva. La ſeconda ſera cogli ſteſſi denari, che aveva la prima perdè $\frac{3}{5}$ dei $\frac{2}{3}$ di tutti eſſi. Cercaſi quanta porzione di tutti i ſuoi denari abbia perduto?

Per iſciorre il detto queſito ſi ſono ridotti, come ſi vede quì appreſſo i rotti a rotti comuni, e ne vengono i due rotti $\frac{1}{7}$, e $\frac{2}{5}$, che ſommati danno $\frac{19}{35}$ porzione di tutti i ſuoi denari, che ha perduto, come ſi cercava.

$$\frac{2}{3} \text{ di } \frac{3}{4} \text{ di } \frac{2}{7} \qquad \frac{3}{5} \text{ di } \frac{2}{3}$$

$$12,\ \frac{12}{84} \qquad 3,\ \frac{6}{15}$$

$$\frac{1}{7} \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{5}{14}$$

ha perduto $\frac{19}{35}$ di tutti i ſuoi denari.

CAPITOLO XXII.

Del ſottrarre i rotti di rotti.

Nello ſteſſo modo, che s'inſegnò nel ſommare, ſi fa nel ſottrarre, cioè ſi riducono i rotti di rotti a rotti comuni, e coi rotti, che ne provengono ſe ne fa la ſottrazione all'uſo ſolito, come chiaramente ravviſaſi nei ſegnenti eſempj.

QUESITO I.

Elmonzio comprò dei $\frac{7}{8}$, i $\frac{3}{5}$ del Capitale di Paracelſo, della qual parte glie ne ha pagato $\frac{2}{3}$ della ſettima parte dei $\frac{5}{6}$; Cercaſi quanta porzione ne reſta a pagare.

Ridotti i rotti di rotti a rotti ſemplici, ſi vede averne Elmonzio pagato $\frac{5}{63}$, e Paracelſo doverne avere i $\frac{21}{40}$, i quai rotti ſottratti danno la differenza $\frac{1123}{2520}$ di tutto il Capitale, e tanta è la parte che reſta Elmonzio da pagare a Paracelſo.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{5}{6} \qquad \frac{7}{8} \quad \frac{3}{5}$$

$$\frac{10}{126}, \text{ cioè } \frac{5}{63} \times \frac{21}{40}$$

$$1323$$

$$200$$

reſta a dare $\frac{1123}{2520}$ di tutto il Capitale.

QUESITO II.

Due Uffiziali, che hanno 1600 Soldati per ciaſcheduno; il primo in una ſpedizione ne ha mandati i $\frac{2}{3}$ dei $\frac{3}{5}$ di tutti i ſuoi, e l'altro in altra ſpedizione ne ha mandati i $\frac{3}{8}$ della quarta parte de' ſuoi; Cercaſi fra queſti due Uffiziali la differenza de' Soldati, che hanno ſpediti?

Ri-

$\frac{2}{3}\ \frac{3}{5}$ $\frac{3}{8}\ \frac{7}{4}$

$\frac{6}{15}$, cioè $\frac{2}{5} \times \frac{3}{32}$

64

15

Il primo ne ha mandati $\frac{49}{160}$, cioè 490 più dell'altro.

Ridotti i rotti dei rotti a rotti semplici, vedesi che il primo ne ha spediti $\frac{2}{5}$, e l'altro $\frac{3}{32}$, la di cui differenza è $\frac{49}{160}$, cioè 490, e tanti Soldati ha spedito il primo più dell'altro, come cercavasi.

CAPITOLO XXIII.

Del moltiplicare i rotti dei rotti.

LO stesso pure che del sommare, e sottrarre si disse, fassi ancora nel moltiplicare, riducendo i rotti di rotti a rotti comuni, lo che fatto moltiplicansi insieme, ed il prodotto, che ne viene, è il ricercato, come si fa chiaro quì appresso.

QUESITO I.

La libra del Lino costa $\frac{3}{10}$ dei $\frac{2}{5}$ di scudo. Cercasi quanto costerà i $\frac{2}{3}$ dei $\frac{3}{4}$ di libra?

Per isciorre il suddetto quesito chiaramente si conosce, che bisogna moltiplicare il valore colla quantità della robba, lo che si fa riducendo secondo il solito i rotti in rotti semplici, come si vede;

$\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}$	$\frac{3}{10}\ \frac{2}{5}$
6	6
6⌋ ——	2⌋ ——
12	50
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{25}$

vale $\frac{3}{50}$ di scudo, cioè soldi 6.

onde i $\frac{2}{3}$ dei $\frac{3}{4}$ sono $\frac{1}{2}$ di libra; ridotti parimente i $\frac{3}{10}$ di $\frac{2}{5}$ di scudo fanno $\frac{3}{25}$ di scudo, il quale moltiplicato col $\frac{1}{2}$ dà $\frac{3}{50}$ di scudo., cioè soldi 6, e tanto vagliono i $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$ di libra di lino, come si cercava.

QUESITO II.

Libre 6800 di lino costano scudi 816. Cercasi quanto costeranno i $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$ d'esse.

Per isciorre il suddetto quesito deesi come si vede quì appresso ridurre i $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$ a rotto semplice che è $\frac{1}{2}$, cioè la metà delle libre

$\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}$

6

6⌋ ——

12

$\frac{1}{2}$ dei scudi 816, cioè scudi 408.

6800, e perchè costano scudi 816 si prende il $\frac{1}{2}$ di 816, che dà 408, e tanti scudi costano come si cercava.

CAPITOLO XXIV.

Del partire dei rotti di rotti.

MOstrammo di sopra, come il sommare, sottrarre, e moltiplicare de' rotti di rotti, si fa riducendo i dati rotti di rotti in rotti semplici, e poi questi sommarli, sottrarli, e moltiplicarli secondo, che si deono sommare, sottrarre, o moltiplicare;

per-

perciò lo stesso si fa ancora del partire, mentre ridotti i rotti di rotti a rotti semplici, e poi fatta con essi la divisione, il quoziente, che viene, sarà il ricercato, come si vede quì sotto.

QUESITO.

Li $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$ di libra di lino costano $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{25}$ di scudo. Cercasi quanto costa la libra?

Ridotti, come si vede i rotti di rotti a rotti semplici danno $\frac{1}{2}$ di libra, e $\frac{3}{50}$ di scudo, col quale diviso il $\frac{1}{2}$ dà $\frac{3}{25}$ di scudo, cioè soldi 12, valore della libra ricercato.

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{25}$

$$6 \rfloor \frac{6}{12}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{50}$$

$$2 \rfloor \frac{6}{50}$$

costa $\frac{3}{25}$ di scudo, che sono soldi 12.

La suddetta dimanda, e soluzione parrà forse a prima vista ad alcuni non ben intesa, ma a chi avrà capito ciò, che abbiamo detto nei Capitoli della moltiplicazione, e divisione dei rotti semplici, cesserà tal meraviglia.

Dalle suddette cose resta chiaro, che essendo dato da sommare, sottrarre, moltiplicare, e partire rotti semplici con rotti di rotti, ovvero quantità composte di specie minime accompagnate con rotti di rotti, ciò si eseguirà facilmente, riducendo i rotti di rotti a rotti semplici, e poi fare le operazioni nelle maniere fin' ora insegnate; lo che per essere da se chiarissimo, e non molto occorrente, lasciasi ogni altro esempio.

CAPITOLO XXV.

Dei Rotti Decimali, cosa sieno, e come scrivansi.

GIovanni Nepero, avendoci scemata la fatica nelle divisioni, e nelle moltiplicazioni, ed altri necessarj calcoli mediante le Tavole logaritmiche: Così *Simone Stevino*, Matematico del Principe d'Orange osservando l'incomodo, che recano alle calcolazioni le parti minime, frazioni o rotti, con un suo trovato ci liberò dalla loro molestia, il qual trovato consiste in certe frazioni, o parti chiamate *decimali*, che s'adoprano in cambio delle parti minime, mediante le quali operasi con indicibil prestezza, come se fossero numeri intieri.

L'uso di tai numeri, o frazioni decimali riesce di somma facilità per quelle misure e pesi, le di cui parti minime sono divise in 10 parti uguali, cioè in parti decime, e queste decime in altre 10, che saranno centesime del tutto, e ciascuna di queste in altre 10 parti, che saranno le millesime del tutto ec. Se quelle misure dunque, che sono, o saranno in tal modo divise, si prenderanno nella dimensione di qualunque linea, piano, solido, liquido, peso ec. allora potremo fare tutti i calcoli occorrenti senza adoprar

prar frazioni, adoperando per esse le particole decimali, le quali si calcolano con somma brevità all'uso degl'intieri, come si vedrà in appresso.

Dalla facilità di operare con tai particole, o rotti decimali, dovrebbesi introdurre nelle quantità la divisione delle parti minime in parti decime, quando in tal modo non sono divise, mentre ciò sia poco in uso in Europa. Molti Paesi però vi sono, come la Romagna, la Marca, ed altri in Italia, e fuori d'essa, che hanno le parti minime delle loro misure, e monete divise in parti decime, e ciò probabilmente avran fatto per la somma facilità, colla quale mediante tai divisioni si fa qualunque calcolo Aritmetico tanto all'uman vivere necessario. Vi sono ancora dei grandi Imperj, come la China, il Giappone ec., dove non si conosce altra divisione, che la suddetta, perciò sarebbe molto comodo di rendere questi decimali utili per ogni sorta di Popoli, aggiungendo le divisioni di dieci in dieci, nelle parti minime delle misure usitate estendendole in lunghezza, come sopra le pertiche, piedi, braccia ec., che sarebbe molto comodo per i Mercanti, per fare tutto in un colpo le loro regole di proporzioni, ovvero formarne delle Tavole per tutte le specie di misure, come per le lire, per le libre ec., a lato delle quali vi fosse il valore delle parti usuali ridotte in decimali, come si vede in alcune Tavole, che ho poste nel fine di questo Trattato de' decimali.

110 Queste particole, rotti, o frazioni decimali, sono dunque le parti decime, centesime, millesime ec. di alcuna cosa denominate da numeri in proporzione continua decupla principiante dalla unità così 110, 100, 1000 ec. che comunemente in forma di rotti ordinarj scriverebbonsi così, verbigrazia $\frac{3}{10}$ tre decime, $\frac{7}{100}$ sette centesime; $\frac{9}{1000}$ nove millesime ec. ma perchè i denominatori di queste frazioni non constano, che dell'unità accompagnata con dei zeri, si renderà più spedito, e comodo il calcolo, se essi denominatori, o parti decime si noteranno mediante alcuni segni nel modo, che adoprano gli Astronomi nei gradi, minuti e secondi, come vedesi espresso quì sotto.

Segni	I	II	III	IV	V
valore	10	100	1000	10000	100000.

Il primo vuol dire decime, il secondo vuol dir centesime, il terzo millesime, il quarto dieci millesime, l'ultimo centomillessime ec.

	I	II	III	IV	V	VI
5,	3	4	6	2	9	4

Dunque de' decimali quì sopra, il primo vuol dire cinque unità, il secondo tre decime, il terzo quattro centesime, il quarto sei millesime, il quinto due diecimillesime, il sesto nove centomillesime, l'ultimo quattro millionesime, che vuol dire che i segni posti di sopra mostrano quanti zeri deono accompagnare l'unità per

fare i denominatori ai numeri ſottopoſtivi; mentre ſopra il 6 eſſendovi III vuol dire, che il ſuo denominatore dee eſſere l'unità accompagnata da tre zeri, cioè così $\frac{6}{1000}$, che ſono ſei milleſime; e perchè ſopra del 9 vi è V vuol dire, che il ſuo denominatore dee eſſere l'unità accompagnata con cinque zeri così $\frac{9}{100000}$, che ſono nove centomilleſime, e così degli altri.

I numeri affetti dai ſegni decimali ſuddetti, non eſtimaſi il loro valore dal luogo ove ſono poſti, ma come ſemplici, cioè come ſe tutti foſſero nel primo luogo; come per eſempio i numeri, o particole decimali ſeguenti $\overset{I}{2}\ \ \overset{II}{3}\ \ \overset{III}{4}$, benchè il primo 2 tenga il terzo luogo, ciò non oſtante ſignifica tante decine, non 200, ma due; ſimilmente il 3 eſiſtente nel ſecondo luogo ſignifica centeſime, non 30, ma tre.

Se poi a ſiniſtra dei numeri decimali nel modo ſuddetto ſegnati, vi ſono degli altri numeri non ſegnati, queſti deonſi ſtimare dello ſteſſo valore, che avrebbero ſe non aveſſero i decimali appreſſo; Così queſti numeri $48\overset{I}{2}\overset{II}{9}$ dove i due 4, e 8 precedono le figure decimali 2, e 9 vagliono quarant'otto non 4800.

CAPITOLO XXVI.

Della riduzione in decimali.

Si voglia ridurre verbigrazia 253 intieri, per eſempio nei primi decimali, che ſono decine dell'intiero, chiamati ancora *decimali primi*, e per conſeguenza le centeſime ſi diranno *decimali ſecondi*, e così degli altri, per ridur dunque il dato 253 in decimali primi baſterà ſcrivergli un zero appreſſo così $253\overset{I}{0}$, il qual zero ſi noterà col ſuo ſegno I ſopra, per moſtrare, che ſono decimali primi, o decimi, mentre la ſuddetta eſpreſſione equivale a $\frac{2530}{10}$, il quale ſi riduce al ſemplice numero 253, ſecondo che s'inſegnò.

Di più per ridurre lo ſteſſo 253 in decime delle prime, che ſono centeſime dell'intiero, chiamati ſecondi, ſi ſcrivono i due zeri appreſſo al 253 così $2530\overset{II}{0}$, col ſegno II ſopra l'ultimo zero per far vedere, che ſono decimali ſecondi. Lo ſteſſo ſi ſarebbe per ridurre lo ſteſſo 253 in decimali terzi, che ſono le decime dei ſecondi, ovvero milleſime dell'intiero, ſe gli ſcrivano tre zeri appreſſo, e il ſegno III ſopra l'ultimo zero così $25300\overset{III}{0}$, e queſte eſpreſſioni equivagliono, nel caſo di ſopra a $\frac{25300}{100}$, e in queſt' ultimo a $\frac{253000}{1000}$, le quali ſi riducono ſempre allo ſteſſo numero ſemplice 253.

Ridurre i decimali in intieri, e decimali.

Abbiaſi per eſempio $32\overset{I}{4}$ da ridurre in intieri, e primi decimali, non deveſi far altro che porre un punto avanti la prima figura

gura 4 così $32.\overset{\text{I}}{4}$, che fa 32 intieri, e 4 decimali primi. Medesimamente per ridurre $32\overset{\text{II}}{4}$ in intieri, e secondi decimali, pongasi un punto avanti le due prime figure così $3.2\overset{\text{II}}{4}$, e si avranno 3 intieri, e 24 decimali secondi. Per ridurre $2\overset{\text{II}}{4}$ in primi, e secondi decimali, facciasi un punto avanti la prima figura 4 così $\overset{\text{I}}{2}.\overset{\text{II}}{4}$ col porre il segno del primo decimale sopra il 2, e il segno dei secondi sopra il 4, che da 2 primi decimali e 4 secondi; così $32\overset{\text{II}}{4}$ ridotto in intieri, e sue parti fà $3.\overset{\text{I}}{2}.\overset{\text{II}}{4}$, cioè 3 intieri, 2 primi decimali, e 4 secondi decimali.

Ridurre gli intieri, e decimali, a minori decimali.

Per ridurre $\overset{\text{I}}{7}$ in terzi scrivansi due zeri dietro al 7 così $70\overset{\text{III}}{0}$; per porre $\overset{\text{II}}{2}$ in terzi scrivasi un zero dietro al 2 così $2\overset{\text{III}}{0}$, e per convertire $\overset{\text{I}}{7}.\overset{\text{II}}{2},\overset{\text{III}}{3}$ in terzi si può scrivere solamente così $72\overset{\text{III}}{3}$, o lasciarli come sono, che già son terzi; per porre $350\overset{\text{I}}{3}\overset{\text{II}}{4}\overset{\text{III}}{5}$ in terzi scrivansi solamente $35034\overset{\text{III}}{5}$, o si lascino come erano, che è lo stesso; per porli in quarti scrivasi $350345\overset{\text{IV}}{0}$, e così degli altri.

Questi due Articoli sono inutili per quei Popoli, le di cui misure naturali non sono divise in decimali, mentre questi non devono conoscere, che i loro minori decimali, come i terzi, ovvero millesimi d'intieri, i quarti, ovvero diecimillesimi ec. secondo la materia, che si misura, affine d'operare con maggior facilità coi decimali mediante le Tavole costituite per quest'uso, come si disse di sopra.

CAPITOLO XXVII.

Della somma dei decimali.

La somma dei decimali non differisce in alcun modo dagli intieri, mentre disposti gli uni sotto degli altri secondo il loro ordine, ponendo de' zeri dove la serie è interrotta, se ne fa poi la somma come se fossero intieri assoluti nel modo, che si vede fatto per la soluzione del seguente quesito.

QUESITO.

Cercasi quanto fanno in tutto le seguenti partite di Pertiche, piedi, oncie, e punti di misura di Ravenna; dove dieci Piedi fanno una pertica, ed ogni piede è diviso in 10 oncie, ed ogni oncia in

10 punti, che appunto a proporzione della pertica, i piedi sono parti decime, le oncie centesime, e i punti millesime.

Disposte le partite una sotto dell'altra, come si vede quì appresso, si sommino come se fossero intieri solamente frapponendovi i punti, dove bisogna per distinzione delle parti decimali, o minime, come si vede quì appresso, che ne viene pertiche $51 : \overset{\text{I}}{2} : \overset{\text{II}}{6} : \overset{\text{III}}{6}$, somma ricercata.

Pertiche.	pie.	onc.	pun.
	I	II	III
35:	2:	4:	7
8	6	1	0
7	4	0	9
	I	II	III
Pert. 51:	2:	6:	6

Se poi le particole decimali fossero da se sole, come sarebbero queste $\overset{\text{I}}{7}\ \overset{\text{II}}{2}\ \overset{\text{III}}{3}\ \overset{\text{IV}}{4}$, che come abbiamo fatto vedere è lo stesso che se fossero i seguenti rotti, cioè $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{100}$ $\frac{3}{1000}$ $\frac{4}{10000}$, la loro somma si ha ponendo i numeratori uno dietro all'altro, ponendo sempre in primo luogo quello, che tiene maggior denominatore, e così di mano in mano per ordine, come si vede di sopra in modo che formino un sol numero, che sarà 7234, sotto del quale se gli porrà l'unità accompagnata da tanti zeri, quanti ne vengono indicati dal massimo segno del decimale che è IV, onde ne verrà $\frac{7234}{10000}$, oppure si scrive così $\overset{\text{IV}}{7234}$ uguale ai quattro rotti decimali dati, come si cercava.

Se poi la serie de' decimali fosse interrotta, come se fossero da sommarsi i seguenti $\overset{\text{I}}{3}$, $\overset{\text{IV}}{4}$ che è lo stesso che $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10000}$, per esser la serie interrotta, mentre vi manca da 10 a 10000 due termini, cioè 100, e 1000 in tal caso deesi intendere i decimali così $\overset{\text{I}}{3}\ \overset{\text{II}}{0}\ \overset{\text{III}}{0}\ \overset{\text{IV}}{4}$ dove poi secondo la regola data di sopra si farà il numeratore 3004 col denominatore 10000 così $\frac{3004}{10000}$, ovvero $\overset{\text{IV}}{3004}$, e tale sarà la somma dei due decimali dati $\overset{\text{I}}{3}\ \overset{\text{IV}}{4}$. Nello stesso modo farebbesi se la serie fosse interrotta in più luoghi, come questi $\overset{\text{I}}{2}\ \overset{\text{III}}{7}\ \overset{\text{V}}{5}$, mentre dovrebbe fare $\overset{\text{I}}{2}\ \overset{\text{II}}{0}\ \overset{\text{III}}{7}\ \overset{\text{IV}}{0}\ \overset{\text{V}}{5}$, che nel modo suddetto darebbe poi la frazione $\frac{20705}{100000}$, ovvero $\overset{\text{V}}{20705}$, e così deesi intendere degli altri.

Se poi si volesse sommare intieri, e decimali col ridurre ogni cosa a decimali si opererà così; sieno i seguenti $32\overset{\text{I}}{5}\ \overset{\text{IV}}{4}$, si scrivano tutte le figure co' zeri, che vi bisognano fra mezzo a cagione della serie interrotta così $32\overset{\text{I}}{5}\ \overset{\text{II}}{0}\ \overset{\text{III}}{0}\ \overset{\text{IV}}{4}$, e sotto se gli pongano per

per denominatore tanti zeri accompagnati dall'unità, quanti ne indica il massimo segno del decimale, che ora per esser IV darà il rotto $\frac{325004}{10000}$, ovvero $\overset{IV}{325004}$ uguale al dato intiero, e decimali, cioè ogni cosa ridotto in decimali.

CAPITOLO XXVIII.

Della sottrazione dei decimali.

LA sottrazione dei decimali si fa, come se fossero intieri collo scrivere la minor partita sotto della maggiore, osservando di collocare i decimali simili sotto i suoi simili, e nel luogo dove la serie è interrotta sì nel principio, come nel mezzo, si supplisce con zeri nel modo già detto, ciò fatto sottransi uno dall'altro, come se fossero intieri assoluti, mentre il residuo, che ne verrà, sarà il ricercato; come con maggior chiarezza si vede nel seguente quesito.

QUESITO.

Da Pertiche *98* piedi $\overset{I}{4}$, e oncie $\overset{II}{2}$, misura di Ravenna, se gli deono levare Pertiche 4, oncie $\overset{II}{5}$, e punti $\overset{III}{9}$. Cercasi quello ne resta.

	per.	pie.	on.	pun.
		I	II	III
	98.	4.	2	0
		I	II	III
	4.	0.	5.	*9*
		I	II	III
Restano Pertiche	*94*.	3.	*6*	1:

Nella prima partita di Pertiche *98*. $\overset{I}{4}$. $\overset{II}{2}$, perchè vi manca il segno 3, cioè i punti, che sono nell'altra partita, in quel luogo vi si è aggiunto un zero, e nell'altra partita perchè vi mancano i piedi, in tal luogo vi si è posto un zero, e così sarebbesi fatto se ve ne fossero mancati degli altri, come si vede di sopra, poi sottratti uno dall'altro, come se fossero intieri, ne viene il rimanente Pertiche *94*, piedi 3, oncie *6*, e punti 1, come si cercava.

Lo stesso farebbesi, se si dovesse levare dei decimali da un intiero coll' aggiungere all' intiero tanti zeri, quanti ne mostra il massimo segno dei decimali da sottrarre come si vede quì sotto:

		I	II
	8.	0.	0
		I	II
	0.	0.	3
		I	II
differenza	7.	*9*	8

Se poi fossero dati da sottrarre due decimali fra di loro, come se fosse dato da levare $\overset{I}{3}$, cioè $\frac{3}{10}$ da $\overset{II}{9}$, cioè $\frac{9}{100}$, ciò si fa ponendo i numeri $\overset{I}{3}$, e $\overset{II}{9}$ uno sotto dell'altro, aggiungendo al 3 un zero, perchè da 10 a 100 la serie è interrotta di un termine, lo che fatto ne verrà $\overset{I}{3}\ \overset{II}{0}$ da levarvi $\overset{II}{9}$; onde ne resta $\overset{I}{2}\ \overset{II}{1}$, cioè $\frac{2}{10}$, e $\frac{1}{100}$;

e $\frac{1}{100}$; se poi si lascierà il 21, come un sol numero, e pòi sotto d'esso se gli ponga per denominatore quello, che denota il segno massimo dei dati due decimali, che è 100 dà $\frac{21}{100}$ residuo cercato, che è lo stesso che quello di sopra.

E perchè per fare la sottrazione è necessario conoscere qual sia il maggiore, e quale il minore, si avvertisce, che sempre è maggiore quel decimale, che tiene minor segno, o minor denominatore, onde è maggiore $\overset{I}{3}$, o sia $\frac{3}{10}$ di $\overset{II}{9}$, ovvero $\frac{9}{100}$, e così degli altri.

Se poi fossero dati più rotti decimali da cavargli altri rotti decimali, si fa così, sieno $\overset{I}{2}\ \overset{II}{7}\ \overset{IV}{8}$, e $\overset{II}{2}\ \overset{IV}{4}$, che è lo stesso, che $\frac{2}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{10000}$, e $\frac{2}{100}$, $\frac{4}{10000}$ scrivansi una dietro l'altra le figure di una partita qualunque, verbigrazia della prima ponendovi fra mezzo i zeri bisognevoli dove la serie è interrotta, e ne verrà $\overset{I}{2}\ \overset{II}{7}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{0}\ \overset{V}{8}$; facciasi lo stesso dell'altra partita, e fa $\overset{II}{2}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{4}$, sottopongansi poi gli uni agli altri ponendo il $\overset{II}{2}$ di questo ultimo sotto del $\overset{II}{7}$, e questo perchè corrispondino essendo il $\overset{II}{7}$, $\frac{7}{100}$, e il $\overset{II}{2}$, $\frac{2}{100}$, cioè centesimi tanti gli uni, che gli altri, e verrà così

$$\begin{array}{ccccc} \overset{I}{2} & \overset{II}{7} & \overset{III}{0} & \overset{IV}{0} & \overset{V}{8} \\ & \overset{II}{2} & \overset{III}{0} & \overset{IV}{4} & \end{array}$$

finiscasi poi la riga inferiore, ponendo un zero sotto l'8, e farà

$$\begin{array}{ccccc} \overset{I}{2} & \overset{II}{7} & \overset{III}{0} & \overset{IV}{0} & \overset{V}{8} \\ & \overset{II}{2} & \overset{III}{0} & \overset{IV}{4} & \overset{V}{0} \end{array}$$

e poi si sottrino uno dall'altro, che resterà $\overset{I}{2}\ \overset{II}{4}\ \overset{III}{9}\ \overset{IV}{6}\ \overset{V}{8}$, cioè $\frac{2}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{9}{1000}$, $\frac{6}{10000}$, $\frac{8}{100000}$. Se poi sotto del 24968 inteso, come numero semplice, se gli ponga il maggior denominatore dei dati decimali, cioè 100000, ne verrà la differenza $\frac{24968}{100000}$, ovvero $\overset{V}{24968}$ tutta in un colpo.

Se poi si fosse scritto prima il $\overset{II}{2}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{4}$, se gli sarebbe poi posto sotto il $\overset{I}{2}\ \overset{II}{7}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{0}\ \overset{V}{8}$, che sarebbe venuto così

$$\begin{array}{ccccc} & \overset{II}{2} & \overset{III}{0} & \overset{IV}{4} & \\ \overset{I}{2} & \overset{II}{7} & \overset{III}{0} & \overset{IV}{0} & \overset{V}{8} \end{array}$$

nel qual caso dietro il $\overset{II}{2}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{4}$, se gli sarebbe pure aggiunto un zero per terminare la riga così

$$\begin{array}{ccccc} & \overset{II}{2} & \overset{III}{0} & \overset{IV}{4} & \overset{V}{0} \\ \overset{I}{2} & \overset{II}{7} & \overset{III}{0} & \overset{IV}{0} & \overset{V}{8} \end{array}$$

e poi si fa la sottrazione. Il maggior numero dei due in tal modo ridotti, mostra qual sia maggiore delle due partite da sottrarsi, mentre per esser maggiore

re il $\overset{I}{2}\ \overset{II}{7}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{0}\ \overset{V}{8}$ provenuto dai rotti $\frac{2}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{100000}$ del $\overset{II}{2}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{4}\ \overset{V}{0}$ provenuto dai rotti $\frac{2}{100}$, $\frac{4}{10000}$, si dirà, che la prima partita $\frac{2}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{100000}$ è superiore all'altra $\frac{2}{100}$, $\frac{4}{10000}$ di $\overset{I}{2}\ \overset{II}{4}\ \overset{III}{9}\ \overset{IV}{6}\ \overset{V}{8}$, cioè di $\frac{2}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{9}{1000}$, $\frac{6}{10000}$, $\frac{8}{100000}$, ovvero tutto in un colpo di $\frac{24968}{100000}$, e più speditamente $249\overset{IV}{6}8$, come si cercava.

CAPITOLO XXIX.

Del moltiplicare dei decimali.

LA moltiplicazione de' decimali si eseguisce anch' essa, come se i numeri da moltiplicarsi fossero numeri intieri assoluti, mentre dati due numeri composti di decimali da moltiplicarsi insieme, si instituisca la moltiplicazione, come se i numeri fossero intieri, compiendo prima con zeri la serie dove fosse interrotta; fatta poi la moltiplicazione con tai numeri, come se fossero intieri, per porvi poi i segni corrispondenti nel prodotto, si sommino insieme i massimi segni dei due dati, che moltiplicansi, la di cui somma darà il segno massimo da segnare con esso la prima figura del prodotto, mentre poi sempre decrescendo devonsi segnare le altre susseguenti figure, come si mostra nel seguente esempio.

QUESITO

Cercasi la superficie di un pezzo di terreno lungo pertiche 5, piedi $\overset{I}{2}$; largo piedi $\overset{I}{7}$, e punti $\overset{III}{4}$, di misura di Ravenna, che è lo stesso che dire, si cerca il prodotto di piedi $\overset{I}{7}$, e punti $\overset{III}{4}$, con pertiche 5, e piedi $\overset{I}{2}$.

$$
\begin{array}{rr}
 & \overset{I}{7}\ \overset{II}{0}\ \overset{III}{4} \\
 & 5\ \overset{I}{2} \\
\hline
 & 1408 \\
 & 3520 \\
\hline
\text{Prodotto} & 3\ \overset{I}{6}\ \overset{II}{6}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{8}
\end{array}
$$

I piedi $\overset{I}{7}$, e punti $\overset{III}{4}$ si sono ridotti nel numero $\overset{I}{7}\ \overset{II}{0}\ \overset{III}{4}$ per essere interrotta la serie, cioè si è fatto piedi $\overset{I}{7}$ oncie $\overset{II}{0}$, e punti $\overset{III}{4}$; e sotto questi si è posto il $5\overset{I}{2}$, cioè pertiche 5, e piedi $\overset{I}{2}$; poi moltiplicati insieme questi numeri, come se fossero numeri intieri assoluti, danno 36608, sopra il primo numero 8, se gli pone IV segno, cho viene dalla sommazione dei due segni massimi dei dati numeri da moltiplicarsi, che sono I, e III che fanno IV, dunque posto sopra l' 8 il IV nella susseguente figura o si porrà III, e così decrescendo successivamente fin' all' ultimo, che darà tutto il prodotto $3\ \overset{I}{6}\ \overset{II}{6}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{8}$, cioè pertiche 3, piedi 6, oncie $\overset{II}{6}$, punti $\overset{III}{0}$, e $\frac{8}{10000}$ del tutto, che sono $\frac{8}{10}$ dell' antecedente decimale, come si cercava.

Se

Se poi dopo le parti minime comuni vi fosse restato nel prodotto più di un numero, o rotto decimale; come se si fossero moltiplicati piedi $\overset{I}{7}.\ \overset{II}{0}.\ \overset{III}{4}$ con pertiche $5.\ \overset{I}{2}.\ \overset{II}{3}$, che dà di prodotto $3\ \overset{I}{6}\ \overset{II}{8}\ \overset{III}{1}\ \overset{IV}{9}\ \overset{V}{2}$, cioè pertiche 3 piedi $\overset{I}{6}$, oncie $\overset{II}{8}$ punti $\overset{III}{1}$ e $\frac{9}{10000}$ e $\frac{2}{1000000}$, che è lo stesso che porre insieme il 9 e il 2, e fare $\frac{92}{100000}$ del tutto che è $\frac{92}{100}$ dell' antecedente decimale, come si disse di sopra, perciò ne verrebbe tutto il prodotto pertiche 3 piedi $\overset{I}{6}$ oncie $\overset{II}{8}$ punti $\overset{III}{1}$, e $\frac{92}{10000000}$, come si voleva.

Da quello che si è detto di sopra si conosce, che se si vuol fare col rimanente, (dopo aver cavato tutte quelle parti decimali che si vogliono) una frazione dell' antecedente decimale, deesi, se l' avanzo è di una figura, porvi per denominatore 10, se due 100, se tre 1000, e così degli altri.

Quando uno dei numeri da moltiplicare è intiero, cioè non ha presso di se alcun decimale, la prima figura del prodotto deesi segnare col massimo segno dell' altro numero dato, e le altre sempre decrescendo.

Quando fossero dati da moltiplicare due decimali, come $\overset{I}{3}$ con $\overset{III}{7}$, che è lo stesso che questi $\frac{3}{10}$, e $\frac{7}{1000}$, moltiplicasi il $\overset{I}{3}$ col $\overset{III}{7}$, che fa 21, sopra della prima figura 1, se gli porrà il segno IV, somma dei segni I, e III dei dati rotti da moltiplicare, e sopra il 2 si porrà il susseguente segno III; onde ne verrà il prodotto $\overset{III}{2}\ \overset{IV}{1}$, che tutto in un colpo è $\frac{21}{10000}$, ovvero 21, come si desiderava.

Modo di moltiplicare all' uso de' decimali per quei Popoli, che non usano i decimali.

Sieno date da moltiplicare verbigrazia lire 354 soldi 15, e denari 8 per lire 22 : 18 : 11. Cercasi nelle Tavole poste quì in fondo la comparazione delle lire, e delle loro parti con le millesime di lira, dove si vede, che 15 soldi sono $75\overset{III}{0}$, e gli 8 denari $3\overset{III}{3}$, sommasi $7\ 5\ \overset{III}{0}$ con $3\ \overset{III}{3}$, che fa $7\ 8\ \overset{III}{3}$, il quale scritto accanto le lire 354 fa $35478\overset{III}{3}$. Nella stessa Tavola si trova, che il valore di 18 soldi è $9\ 0\ \overset{III}{0}$, e di 11 denari $4\ \overset{III}{6}$, che sommati fanno $9\ 4\ \overset{III}{6}$, i quali scritti accanto le lire 22 fanno $2\ 2\ 9\ 4\ \overset{III}{6}$, come si vede nell' esempio seguente.

Mol-

$\overset{III}{354783}$
$\overset{III}{22946}$
2128698
1419132
3193047
709566
709566
$\overset{III}{8140}.\ 850.\ \overset{VI}{718}$
lire 8140, e soldi 17

Moltiplicati dunque insieme i detti numeri, come intieri assoluti, ne viene il prodotto $814085071\overset{VI}{8}$, e perchè le tre prime parti $\overset{IV}{7}\ \overset{V}{1}\ \overset{VI}{8}$ sono stimate insensibili per non esservi nella Tavola, che dei terzi, si faccia conto solamente dell'$814\overset{III}{0}$. 850 per il prodotto desiderato: cercato dunque nella suddetta Tavola l'$\overset{III}{850}$ trovasi equivalente a 17 soldi, dunque il cercato prodotto sarà lire 8140, e soldi 17. Lo stesso si può fare per tutte le altre specie d'intieri, quando si avranno le loro convenienti Tavole.

CAPITOLO XXX.

Del dividere i decimali.

Abbiamo già veduto di sopra, che i rotti, o particole decimali, si sommano, sottrano, e moltiplicano, come se fossero intieri assoluti; lo che ancora si fa nella divisione come chiaramente si conosce dal seguente esempio.

QUESITO.

Vi è un rettangolo, il quale si fa essere di sua misura superficiale pertiche quadre di Ravenna 25 piedi $\overset{I}{8}, \overset{IV}{7}, \overset{V}{9}$, che è lo stesso che dire $\frac{79}{100000}$, ovvero $\frac{7}{10000}$, e $\frac{9}{100000}$, ed ha uno de' suoi lati lungo pertiche 5, piedi $\overset{I}{7}$, e oncie $\overset{II}{3}$. Cercasi quanta sia la sua larghezza; Che è lo stesso, che dire si cerca la divisione, o quoziente di $2\ 5\ \overset{I}{8}\ 7\ 9$ (I IV V) diviso per $5\ \overset{I}{7}\ \overset{II}{3}$.

Nel suddetto quesito a cagione, che il dividendo ha la serie dei decimali interrotta, si termina col porvi i zeri necessarj all' uso solito, come si vede quì appresso, che ne viene $2\ 5\ \overset{I}{8}\ \overset{II}{0}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{7}\ \overset{V}{9}$, e lo stesso farebbesi al divisore, se avesse la sua serie interrotta, ma nel nostro caso

per. pie. on.	per. pie. on.
5 $\overset{I}{7}$ $\overset{II}{3}$	2 5 $\overset{I}{8}$ $\overset{II}{0}$ $\overset{III}{0}$ $\overset{IV}{7}$ $\overset{V}{9}$
	4 $\overset{I}{5}$ $\overset{II}{0}$ $\overset{III}{2}$
	2880
	1579
	433
	100000

non avendola, si dividerà il $2\ 5\ \overset{I}{8}\ \overset{II}{0}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{7}\ \overset{V}{9}$ per $5\ \overset{I}{7}\ \overset{II}{3}$, come

ſe foſſero intieri aſſoluti, lo che fatto ne viene di quoziente il numero 4502, il qual numero poi per ſegnarlo co' ſuoi ſegni dovuti, deveſi fare in queſto modo. Se il ſegno maſſimo del diviſore è minore del ſegno maſſimo del dividendo, come è nel noſtro caſo, ſi leva uno dall' altro, e quello, che ne rimane, cioè III ſi ponga ſopra il 2 prima figura del quoziente, e le altre figure ſuſſeguenti ſi notino cogli altri ſuſſeguenti ſegni decreſcendo, come ſi vede di ſopra, che ne verrà $\overset{I}{4}\ \overset{II}{5}\ \overset{III}{0}\ 2$, ovvero $4\ 5\ 0\ \overset{III}{2}$, quello che vi avanza dopo di aver fatta tutta la diviſione, che nel noſtro caſo è 433, le figure di queſto numero devonſi ſegnare nello ſteſſo modo, che ſono ſegnate le figure del dividendo, che è lo ſteſſo che farvi il denominatore, che denoti la maſſima figura del dividendo, che per eſſer V darà $\frac{433}{100000}$ del tutto, che volendolo dell' antecedente decimale, ſarebbe $\frac{433}{573}$, cioè ſotto l' avanzo poſtovi il diviſore all' uſo ſolito.

Se poi il maſſimo ſegno del diviſore foſſe maggiore del ſegno maſſimo del dividendo, allora ſi aggiungeranno al dividendo tanti zeri, quanti ne mancano a fare che il dividendo ſi poſſa dividere dal dato diviſore in modo, che vi vengano nel quoziente quelle parti decimali, che ſi vogliono. Come ſe foſſe dato da dividere verbigrazia $2\ \overset{I}{3}$ per $\overset{I}{5}\ \overset{II}{6}$, ſi opererebbe, come ſi vede quì ſotto.

```
 I II |  I II III IV
 5 6  | 2 3 0  0  0
      |      I  II
      |      4  I  0
      ---------------
             60
              40
             -----
             10000
```

Nel detto caſo i zeri che ſi ſono aggiunti potevan eſſere ancora più, cioè a piacimento, mentre in tal caſo vi verranno delle altre parti decime, come ſi vede quì ſotto.

```
 I II |   I II III IV V
 5 6  | 2 3 0  0  0  0
      |        I  II III
      |     4  I  0  7
        ----------------
          60
           400
            58
           -----
          100000
```

Lo ſteſſo ſi dee fare allora quando il diviſore è aſſolutamente maggiore del dividendo, ſenza alcun riguardo ai loro ſegni, come ſi vede nell'eſempio ſeguente.

Dal-

```
  I      I II III IV V
942 |  8 2 5 0 0 0
    |        II III IV
    |        8  7  5
    -----------------
       7140
        5460
         750
       ------
       100000
```

Dalle dette cose si conosce, come si può se vuolsi continuare la divisione aggiungendovi sempre altri zeri, che ne verranno ancora altre parti minime, o decimali susseguenti alle già trovate, le quali si segneranno co' suoi segni successivi, come si disse di sopra.

Quando poi il divisore è intiero, il quoziente devesi notare cogli stessi segni, co' quali è notato il dividendo; e quando i segni massimi del divisore, e del dividendo sono uguali, il quoziente è intiero.

Dalle cose dette si vede, come si può ridurre qualsivoglia residuo, o rotto in parti decime, come se fosse dato $\frac{3}{5}$ da ridurre in parti millesime, aggiungasi al numeratore 3 tanti zeri, quanti ne denota il segno esprimente le parti millesime, cioè 3, e farà $\overset{}{3}\,\overset{I}{0}\,\overset{II}{0}\,\overset{III}{0}$, poi questo numero si divida pel denominatore 5, che ne verrà $\overset{I}{6}\,\overset{II}{0}\,\overset{III}{0}$; onde $\frac{3}{5}$ è uguale a $\frac{600}{1000}$, ovvero $6\,0\,\overset{III}{0}$, come si può vedere ancora nella riduzione dei rotti, insegnata in questa seconda parte.

Similmente se fosse da ridurre la frazione $\frac{3}{7}$ in parti centomillesime, cioè in 100000, operato come sopra, ne verrà $\frac{3}{7}$ maggiore di $\frac{42857}{100000}$, ma minore di $\frac{42858}{100000}$, il di cui diffetto è minore di $\frac{1}{100000}$; onde la detta frazion decimale è approssimante; mentre non esprime la vera ragione, ma vicina al vero, come avvertisce il Wolfio, che in Italiano suona così.

La suddetta operazione è di molto uso tanto nelle divisioni, nelle quali si ha un residuo di qualche momento, come nell' estrazioni delle radici; imperocchè nell' uno, e nell' altro caso mediante il suddetto modo si potranno avere delle frazioni decimali molto, e moltissimo approssimanti, le quali esprimino la ragione del quoziente, ovvero radice cercata vicino al vero, come da se è manifesto.

Se poi in fine di qualsivoglia operazione, si volessero ridurre le particole decimali a una frazione di data denominazione, come se verbigrazia si volesse sapere le parti seguenti $\overset{I}{7}\,\overset{II}{2}\,\overset{III}{8}$ di una misura di piedi 20, quanti piedi fanno della stessa misura, si operi così. Col denominatore 20 si moltiplichi il 728, e fa 14560, dal quale se gli levino le prime tre figure 560 che sono indicate dal massimo segno decimale, mentre il numero 14 è il numero cercato; dunque le parti decime $\overset{I}{7}\,\overset{II}{2}\,\overset{III}{8}$ di una misura di 20 piedi;

 so-

sono la $\frac{14}{20}$ di essa misura, cioè piedi 14, e avanza $\frac{560}{1000}$, cioè $\frac{56}{100}$, ovvero $\frac{14}{25}$ di piede, come si voleva.

Dalle cose dette chiaramente si conosce, come date due particole, o rotti decimali se ne ha subito il loro quoziente, mentre se fosse da dividere $\overset{I}{7}$, cioè $\frac{7}{10}$ per $\overset{IV}{3}$, cioè $\frac{3}{10000}$, perchè al $\frac{7}{10}$ vi mancano tre termini per giungere al $\frac{3}{10000}$ del divisore, s' aggiungeranno tre zeri dietro al 7, che farà 7000, il quale poi si dividerà per 3 che ne viene $2333\frac{1}{3}$ per il quoziente ricercato. Se poi il $\frac{7}{10}$ si fosse inteso pel divisore, e il 3 pel dividendo, ne sarebbe venuto $\frac{3}{7000}$, come da se è chiaro dalle cose dette senz' altro esempio.

Modo di dividere all' uso de' decimali per quei Popoli, che che non usano i decimali.

Sieno 8140 lire, e soldi 17, da dividere per lire 354: 15: 8, per questo effetto si prenderà il valore dei 17 soldi in terzi, ovvero millesime, lo che trovato nella Tavola delle comparazioni dà $8\,5\,\overset{III}{0}$, i quali scritti accanto le lire 8140 fanno $814085\overset{III}{0}$, per il dividendo. Per il divisore poi si trovi nella medesima Tavola il valore di 15 soldi, che è $75\overset{III}{0}$, e per gli 8 denari è $3\overset{III}{3}$ la di cui somma è $7\,8\,\overset{III}{3}$, il quale scritto accanto le lire 354 fa $3\,5\,4\,7\,8\,\overset{III}{3}$ per il divisore, come si vede quì sotto.

$3\,5\,4\,7\,8\,\overset{III}{3}$ | $8\,1\,4\,0\,8\,\overset{III}{5}\,0\,0\,0\,\overset{VI}{0}$

$2\,2.\,9\,4\,\overset{III}{6}$ lire 22: 18: 11

1 0 4 5 1 9 0
3 3 5 6 2 4 0
1 6 3 1 9 3 0
2 1 2 7 9 8 0
5 9 9 2 8 3

Ma perchè i segni del divisore, e del dividendo sono ugnali, per fare, che fatta la divisione ne vengano ancora delle parti minime, se il computo lo porta, se gli aggiunga al dividendo tre zeri, come si vede di sopra, che poi fattane la divisione ne viene il quoziente $2\,2\,9\,4\,\overset{III}{6}$, cioè lire 22, e $9\,4\,\overset{III}{6}$, onde cercato nella Tavola il $9\,4\,\overset{III}{6}$, che non v'è, trovo il suo prossimo minore $9\,0\,\overset{III}{0}$, che dà soldi 18, e pel rimanente $4\,\overset{III}{6}$ trovo nella Ta-

Tavola denari 11; onde ne viene tutto il quoziente lire 22:18:11, come cercavasi.

TAVOLA

Per la comparazione delle lire, soldi, denari, coi terzi ovvero millesimi di lira.

sol.	terzi	den.	terzi
1	50	1	4
2	100		
3	150	2	8
4	200		
5	250	3	12
6	300	4	16
7	350		
8	400	5	20
9	450		
10	500	6	25
11	550		
12	600	7	29
13	650	8	33
14	700		
15	750	9	37
16	800	10	42
17	850		
18	900	11	46
19	950	12	50
20	1000		

TAVOLA

Per la comparazione delle pertiche, piedi, oncie, e punti in quatti, ovvero diecimillesimi di Pertica.

pie.	quar.	on.	quar.	pun.	quar.
1	1000	1	83	1	7
2	2000	2	167	2	14
3	3000	3	250	3	21
4	4000	4	333	4	28
		5	417	5	35
5	5000	6	500	6	42
6	6000	7	583	7	49
7	7000	8	667	8	56
8	8000	9	750	9	62
9	9000	10	833	10	69
10	10000	11	917	11	76
		12	1000	12	83

TA-

TAVOLA

Per la comparazione delle libre, oncie, e ferlini, caratti, e Grani, con i quarti, ovvero diecimillesimi di libra.

onc.	quarti.	ferl.	quar.	carati.	quarti.	grani.	quar.
1	833	1	52	1	5		
2	1667	2	104	2	10	1	1
3	2500	3	156	3	16	2	3
4	3333	4	208	4	21	3	4
5	4166	5	260	5	26	4	5
6	5000	6	312	6	31		
7	5833	7	365	7	36		
8	6666	8	417	8	42		
9	7500	9	469	9	47		
10	8333	10	521	10	52		
11	9166	11	573				
12	10000	12	625				
		13	677				
		14	729				
		15	781				
		16	833				

La costruzione delle suddette Tavole è facilissima, mentre per sapere verbigrazia quanti decimali quarti vaglia un punto, considerando, che il punto è 1440 di una pertica: dunque altro non cercasi che mutare $\frac{1}{1440}$ in diecimillesime, lo che si fa con questa analogia. Come il denominatore della data frazione $\frac{1}{1440}$, cioè 1440 da il suo numeratore 1, cosa darà il denominatore proposto 10000? e per non essere imbarazzato colle frazioni, che possono venire nella soluzione si aggiuntano tre o quattro zeri al terzo termine 10000 per la regola generale, e ne verrà 100000000, e la regola essendo finita trovasi che $\frac{1}{1440}$, ovvero un punto è la medesima cosa, che $\frac{69444}{1000000000}$ di pertica, questo si raddoppia per averne il valore di due punti, cioè 138888 diecimillesime, si tripla per averne il valore di tre punti, cioè 208332 diecimillesime, e così di seguito fino a 12 punti, dopo poi se gli cavano le quattro prime figure da ciascheduno di questi valori trovati per avere il valore di un punto di 2 cc. in parti diecimillesime solamente; nel qual modo si proseguisce per tutte le altre specie con questa avvertenza, che nel calcolare le suddette Tavole quando le tre figure, che si levano via, sono state maggiori della metà

ci del 10000, si è aggiunta un'unità al numero rimasto, e questo per maggior precisione, come da se è manifesto.

CAPITOLO XXXI.

Prova del ridurre gli intieri, ovvero gli intieri, e rotti a rotti, e del ridurre i rotti in intieri,

DOpo di aver mostrato tutto ciò, che appartiene ai rotti, e le varie maniere di maneggiarli, dovrò quivi per seguire il metodo prefissomi, dare il modo di fare gli esami, o prove delle antedette operazioni, per poter medianti esse conoscere se legittimamente si è operato.

Prima dunque deesi insegnare il modo di esaminare la riduzione degli intieri, e intieri, e rotti a rotti, ed insieme di ridurre i rotti in intieri per esser queste le prime operazioni da noi in questa seconda parte insegnate, le quali ho poste tutte e due in questo luogo, per servire l'una di prova all'altra, mentre ridotto un intiero, o intiero, e rotto in rotto, per conoscere se si è operato a dovere, si ridurrà il rotto che ne è provenuto in intiero colle regole insegnate nel Cap. III. lo che fatto dee tornarvi l'intiero, o l'intiero e rotto, che si ridusse in rotto, lo che tornando sarà segno della bontà dell'operazione. Se poi si volesse esaminare se la riduzione di un rotto in un intiero fu fatta a dovere, deesi ridurre l'intiero dato a rotto della denominazione del rotto che fu ridotto nel dato intiero, lo che fatto se l'operazione fu fatta a dovere dee tornarne il rotto, che fu ridotto nel dato intiero; onde si vede, che la riduzione degli intieri, o intieri e rotti a rotti insegnata nel Cap. II. serve di prova alla riduzione dei rotti in intieri insegnata nel Cap. III., e la riduzione de' rotti in intieri, serve di prova alla riduzione degli intieri, o intieri e rotti a rotti; lo che per esser da se chiaro mediante quello che si insegnò nei suddetti Capitoli II., e III., ed altri seguenti, ho stimato superfluo il porvi alcun esempio.

CAPITOLO XXXII.

Prova dello schisare.

SI esamina lo schisare col dividere il numeratore del rotto, che si schisò pel numeratore del rotto schisato, e il quoziente si serba, poi dividasi il denominatore dello stesso rotto, che si schisò pel denominatore del rotto schisato, mentre se la schisazione fu fatta a dovere, il quoziente dee essere lo stesso che quello serbato di sopra, come per maggior chiarezza si mostra nel seguente esempio.

Il

384
8) ―
480
48
4) ―
60
12
3) ―
15
4
―
5

Il rotto quì appreſſo $\frac{384}{480}$ dà dopo eſſer ſchiſato $\frac{4}{5}$, diviſo dunque pel numeratore 4 il numeratore 384 dà *96*, diviſo poi pel denominatore 5 il denominatore 480, dà di quoziente *96*, come ſopra, lo che moſtra che la ſchiſazione fu ben ſatta, e di più il *96* è il maſſimo ſchiſatore, quando però il $\frac{4}{5}$ non ſia più ſchiſabile.

Eſame della ſchiſazione mediante le prove del 7, 9 ec.

Voglio quì inſegnare il modo di eſaminare la ſchiſazione mediante la prova del 7, 9 ec. come s' inſegnò negli intieri, e queſto non già perchè tal prova non corra la ſorte, che corre nei numeri intieri, come ſi moſtrò nei ſuoi riſpettivi Capitoli; ma ſolo per non mancar di alcuna coſa, che poſſa eſſer di guſto al noſtro Aritmetico.

Prima d' inſegnare a far tal prova deeſi ſapere il modo di fare la prova di qualſivoglia rotto, lo che ſi fa nel ſeguenre modo. Sia verbigrazia il rotto $\frac{25}{26}$, per farne la prova verbigrazia per 7, ſi levino dal numeratore 25 tutti i ſette, e tengaſi conto dell' avanzo, che è lo ſteſſo che dire, ſi parti il 25 per 7, e notaſi il rimanente che è 4, come numeratore, portaſi poi nello ſteſſo modo il denominatore *26* per 7, e ſi noti l'avanzo 5, come denominatore, onde ſi dirà c e il $\frac{4}{5}$ è la prova del dato rotto $\frac{25}{26}$. Se poi ſi voleſſe la prova di un rotto, il di cui numeratore e denominatore foſſe minore del 7, come ſe foſſe da trovare la prova del $\frac{3}{4}$, lo ſteſſo $\frac{3}{4}$ ſarebbe la ſua prova, e nello ſteſſo modo la prova di $\frac{7}{8}$ ſarà $\frac{0}{1}$, la prova di $\frac{10}{21}$ ſarà $\frac{3}{0}$, e così deeſi intendere degli altri rotti, e di qualunque altro numero, che in cambio del 7, ſi adoperaſſe per far la prova.

Quando poi ſi vuol ſare la prova a un numero compoſto d' intiero, e rotto, ciò ſi ha riducendo ogni coſa in rotto, e poi dal rotto provenuto cavarne la prova nel modo ſuddetto, come per eſempio dato il numero 5 $\frac{3}{4}$ da farne la prova col 7, queſti riducaſi tutto in rotto che ſa $\frac{23}{4}$, la di cui prova nel modo ſuddetto è $\frac{2}{4}$ cioè $\frac{1}{2}$. Si può fare ancora la ſuddetta prova ſenza ridurre l' intiero, e rotto in rotto nel ſeguente modo. Sia verbigrazia 25 $\frac{13}{17}$ del quale vogliaſi ſare la prova col 7, prendaſi la prova dell' intiero 25 che è 4, queſto 4 ſi moltiplichi col 3, prova del denominatore 7, che fa 12, il qnale per eſſer maggiore di 7 la ſua prova è 5, queſto 5 ſi ſommi con la prova *6* del numeratore 13, che ſa 11, la di cui prova è 4, da porre per numeratore, e per denominatore, ſe gli ponga la prova del denominatore 17 che è 3, e ne verrà $\frac{4}{3}$, prova del dato numero 25 $\frac{13}{17}$, e nello ſteſſo modo deeſi operare adoprando in cambio del 7 qualſivoglia altro numero.

Ora che abbiamo inſegnato il modo di trovare la prova di qualſivo-

ſivoglia rotto, o intiero, e rotto, paſſeremo al modo di eſaminare mediante tali prove la regola dello ſchiſare.

Per eſempio eſſendo ſchiſato $\frac{45}{72}$ per 9 dà $\frac{5}{8}$, per eſaminare ſe ciò ſi è fatto a dovere con la prova del 7, ſi prenda la prova dello ſchiſatore 9, che è 2, e ſi moltiplichi con 5, prova del numeratore del $\frac{5}{8}$, che fa 10, la di cui prova è 3, il quale ſi ſcriva, come un nuovo numeratore. Si moltiplichi ancora la prova 2 del 9, ſchiſatore col 1, prova dell' 8, denominatore del $\frac{5}{8}$, che fa 2, il quale per eſſere minore di 7, queſto ſarà il nuovo denominatore, e farà $\frac{3}{2}$, il quale ſi ſerba. Pigliaſi poi la prova di $\frac{45}{72}$ che ſi ſchisò, che è pure $\frac{3}{2}$, che per eſſere ugualo al $\frac{3}{2}$ ſerbato diremo per quanto lo permette la prova ſuddetta, che ſiaſi ben operato.

Se poi ſi voleſſe colla prova del 7 eſaminare la ſchiſazione di un rotto, per far la quale ſi ſia ſchiſato in più volte, ſi opererà come ſiegue.

$$\frac{1536}{3456} \xrightarrow{16} \frac{96}{216} \xrightarrow{12} \frac{8}{18} \xrightarrow{2} \frac{4}{9}$$

Sia il rotto quì appreſſo $\frac{1536}{3456}$, il quale ſi è ſchiſato per 16, 12, e 2, e ne è venuto il rotto $\frac{4}{9}$, ſi trovino le prove degli ſchiſatori, dove quella del 16 è 2, quella del 12 è 5, e quella del 2 è 2, queſte tre prove, cioè 2, 5, e 2, ſi moltiplicano inſieme, e fanno 20, la di cui prova è 6, o pure per maggior comodità ſi prenda la prova di ciaſcun prodotto, dicendo 2 via 5 fa 10, la di cui prova è 3; queſto 3 ſi moltiplichi per la ſuſſeguente prova 2, che fa 6, come ſopra, nel qual modo dovrebbeſi ſeguitare ſe più ſchiſatori vi foſſero ſtati, e queſto 6 è la prova del totale ſchiſatore, col quale ſchiſato il $\frac{1536}{3456}$ ne viene $\frac{4}{9}$; la ſuddetta prova 6, moltiplicata poi come s' inſegnò di ſopra per la prova del numeratore 4 del $\frac{4}{9}$ che è 4 fa 24, la di cui prova è 3, il quale ſarà il nuovo numeratore: Si moltiplichi poi lo ſteſſo 6, prova dello ſchiſatore col 2, prova del denominatore 9, che fa 12, la di cui prova è 5; onde ne verrà $\frac{3}{5}$; facciaſi poi la prova del rotto $\frac{1536}{3456}$, la quale è pure $\frac{3}{5}$, ſegno che l' operazione fu ben fatta, nel qual modo deeſi ſempre fare adoperando qualſivoglia altro numero in cambio del 7, per fare la prova.

CAPITOLO XXXIII.

Prova della riduzione de' rotti, a qualſivoglia denominazione.

IL modo di eſaminare ſe un rotto, o più rotti ſieno ſtati legittimamente ridotti ad un' altra denominazione, ciò ſi fa nello ſteſſo modo che s' inſegnò per eſaminare le ſchiſazioni, mentre ſe i due rotti verbigrazia $\frac{4}{6}$, e $\frac{3}{5}$, ſi foſſero ridotti ad una ſteſſa denominazione nel modo che s'inſegnò nel Cap. VIII., ne ſarebbero venuti i rotti $\frac{20}{30}$, e $\frac{18}{30}$, cioè $\frac{20}{30}$ è uguale al $\frac{4}{6}$, e $\frac{18}{30}$ al $\frac{3}{5}$, dunque ſe divideremo il numeratore 20 del $\frac{20}{30}$, pel numeratore 4 del $\frac{4}{6}$ darà 5, ſe poi divideremo il denominatore 30, pel denomina-

 to-

tore *6*, darà pure 5, come sopra, lo che è segno che la riduzione fu ben fatta, e nello stesso modo si può esaminare l'altro rotto $\frac{18}{30}$, e tutti gli altri che si vogliono.

Se poi si fosse ridotto un intiero, e rotto in rotto di una data denominazione, il modo di esaminare tale operazione si fa col ridurre il rotto dato in intiero nel modo insegnato nel Cap. III., mentre se verbigrazia fosse dato il numero 12 $\frac{2}{3}$ da ridurre in dodicesimi, ciò fatto, come s'insegnò nel Cap. II. dà $\frac{152}{12}$; per vedere se ciò si è fatto a dovere si divida il 152 numeratore pel denominatore 12, che ne verrà 12 $\frac{2}{3}$ numero dato, dal che s'arguisce l'operazione esser ben fatta. Se poi fosse dato da ridurre un numero con delle parti minime, e rotto a una data denominazione, come verbigrazia lire 12, soldi 4, denari *6*, e $\frac{2}{3}$ da ridurre pure in dodicesimi, ridotte che saranno nel modo insegnato, nel Capitolo IX. dà $\frac{35216}{12}$ di denaro, e diviso come sopra il 35216 per 12 dà denari 2934, e avanza $\frac{2}{3}$; divisi poi i denari 2934 per 12 per averne i soldi danno soldi 244, e avanzano *6* denari; questi soldi 244 divisi ultimamente per 20, per averne le lire danno lire 12, e avanzano soldi 4, che in tutto sono lire 12, soldi 4, denari *6*, e $\frac{2}{3}$ numero appunto che fu dato da ridurre in dodicesimi, perciò l'operazione fu ben fatta; e nello stesso modo deesi fare per esaminare qualunque riduzione d'altra specie. Per maggior intelligenza di che si è posta quì sotto tutta la sudetta operazione unita.

12 | 35216

12 | 2934 $\frac{8}{12}$, cioè $\frac{2}{3}$

20 | 244: *6*

lire 12: 4: *6* $\frac{2}{3}$

CAPITOLO XXXIV.

Prova dell' infilzare i rotti.

L'Esame della regola dell' infilzare si può fare in due modi, il primo modo coll'usare la regola insegnata nel Capitolo XX., come se si fosse verbigrazia infilzato $\frac{3}{4}$ con $\frac{2}{5}$ d'un quarto dà $\frac{17}{20}$, per conoscere se l'operazione è stata legittimamente fatta si riduce il $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{4}$, a rotto comune che fa $\frac{2}{20}$, il quale si somma col $\frac{3}{4}$, e ne viene $\frac{17}{20}$, come sopra, lo che mostra l'operazione esser stata ben fatta, e nello stesso modo si proseguirebbe se i rotti infilzati fossero stati più riducendoli a rotti comuni, e sommandoli, come si fece di sopra.

L'altra maniera, che è ancora la più comune, si fa nel seguente modo. Sieno stati infilzati i rotti $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{7}$, coll'ordine, che sono scritti, come si vede nell'esempio seguente.

Tut-

$\frac{5}{6}$ Z $\frac{3}{4}$
$\frac{23}{24}$ Z $\frac{1}{6}$
$\frac{47}{144}$ Z $\frac{1}{8}$
$\frac{191}{1152}$ Z $\frac{3}{7}$
$\frac{3647}{8064}$

Prova.

6.	3647	
4.	607.	$\frac{5}{6}$
6.	151.	$\frac{3}{4}$
8.	25.	$\frac{1}{6}$
7.	3.	$\frac{1}{8}$
	0.	$\frac{3}{7}$

Tutti i dati rotti infilzati che sono, danno il rotto $\frac{3647}{8064}$: Si divida il numeratore 3647 pel denominatore 6 del primo rotto dato da infilzare, che da 607, e avanza $\frac{5}{6}$, questo 607 si divida per l'altro denominatore del rotto susseguente, cioè per 4, che dà 151, e avanza $\frac{3}{4}$, questo 151 si divida pel susseguente numeratore 6, che dà 25, e avanza $\frac{1}{6}$, questo 25 si divida pel denominatore 8, e ne viene 3, e avanza $\frac{1}{8}$, ultimamente diviso questo 3 per l'ultimo denominatore 7 dà $\frac{3}{7}$, onde perchè i rotti avanzati da tutte le divisioni fatte sono gli stessi, che quelli che s'infilzarono, ciò mostra che l'operazione fu ben fatta, ma ciò non riuscendo sarà segno che l'infilzatura non fu fatta a dovere.

CAPITOLO XXXV.

Prova della somma de' rotti.

LE prove, od esami delle somme dei rotti, si possono fare nelle stesse, e diverse maniere che s'insegnò di fare quelle degli intieri, la qual cosa è facile da intendere senza alcun esempio; ma per fare, che il nostro Aritmetico resti maggiormente instruito, ho posti qui sotto alcuni esempj spiegati con brevità.

I rotti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ sommati fanno $\frac{29}{30}$, per farne la prova si risommino i suddetti rotti lasciandone uno, come l'$\frac{1}{10}$, e darà $\frac{26}{30}$ questo $\frac{26}{30}$ si sottri da tutta la somma $\frac{29}{30}$, e ne resterà $\frac{3}{30}$, cioè $\frac{1}{10}$, che è appunto il rotto che si lasciò fuori nella prima somma, la qual cosa contrasegna che l'operazione fu ben fatta.

Si può fare la prova della somma col levare da tutta la somma $\frac{29}{30}$ uno dei rotti, che si sono sommati, verbigrazia $\frac{1}{10}$, e ne resta $\frac{26}{30}$; sommansi poi tutti gli altri rotti a riserva dell'$\frac{1}{10}$, che si levò, mentre la somma dovrà essere uguale al $\frac{26}{30}$ trovata di sopra, lo che essendo sarà segno della bontà della operazione.

Le suddette prove possonsi fare ancora nelle quantità composte d'intieri e rotti, ed ancora di parti minime, come da se è chiarissimo senza alcun esempio.

Quando i rotti, che si sono sommati sono rotti di qualche unità cognita, come i rotti di lira seguenti $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{3}{10}$, la di cui somma è lire 1: 4: 9 $\frac{11}{21}$, come si può vedere nel quesito II. del Cap. XI., la prova si può fare col ridurre i dati rotti ad uno, ad uno nelle sue parti minime, e ciò fatto sommarle, mentre la somma dovrà essere la stessa che la prima, come si vede qui addietro, la qual cosa può ancora servire per fare la somma, e con facilità.

	sol.	den.
$\frac{2}{5}$	8	
$\frac{3}{7}$	8:	6 $\frac{6}{7}$
$\frac{1}{9}$	2:	.2 $\frac{6}{9}$
$\frac{3}{10}$	6	
somma lire 1:	4:	9 $\frac{11}{21}$

Le altre maniere di prove insegnate pei numeri intieri, si possono fare ancora nei rotti, lo che per esser da se facile, e per non esser prolisso in cose di poco momento, si ommettono gli esempj, mentre i suddetti come i più comuni, ed usuali stimo sufficienti.

Esame della sommazione dei rotti, medianti le prove del 7, 9 ec.

Siansi sommati i rotti $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{5}{11}$, che danno $\frac{852}{495}$, oppure 1 $\frac{357}{495}$, la qual somma deesi pigliare tal qual è, senza schifarla; ciò fatto si prenda la prova di tutti quattro i rotti sommati, che sarà $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{5}{4}$, questi si sommino, e danno $\frac{194}{40}$, la di cui prova è $\frac{5}{5}$, ciò fatto facciasi la prova di tutta la somma, cioè di 1 $\frac{357}{495}$, ovvero di $\frac{852}{495}$, che anch'essa dà $\frac{5}{5}$, come l'altra, lo che è segno della bontà dell'operazione.

La stessa prova si potrebbe fare ancora nelle quantità di diverse specie accompagnate con rotti, come da quello che si è detto resta chiaro, ma per esser di qualche incomodo, e poi non sicura, come avvisammo ne' numeri intieri, perciò abbiamo lasciato di porvi gli esempj.

Nello stesso modo che si è fatta la prova del 7, si fa ancora quella del 9, e di qualsivoglia altro numero.

CAPITOLO XXXVI.

Prova della sottrazione dei rotti,

LA prova del sottrarre i rotti anch'essa si fa nello stesso modo, che quella degli intieri, mentre se verbigrazia si fosse levato $\frac{3}{7}$ da $\frac{5}{8}$ ne resta $\frac{11}{56}$, per esaminare se ciò è fatto a dovere, questo $\frac{11}{56}$, si sommi col rotto minore, cioè col $\frac{3}{7}$, che si levò dal $\frac{5}{8}$, che ne viene appunto l'altro rotto, cioè lo stesso $\frac{5}{8}$ segno della bontà dell'operazione. Si può ancora fare la detta prova nel modo che s'insegnò negli intieri, cioè colla sottrazione, mentre dopo di aver avuto il rimanente $\frac{11}{56}$, se questo si leverà dal maggiore dei due rotti da sottrarsi, cioè dal $\frac{5}{8}$, se l'operazione sta bene dee avanzarvi l'altro rotto, cioè il $\frac{3}{7}$, come da se può vedersi. Le stesse prove possono usarsi ancora nelle quantità di diverse specie accompagnate con rotti, come da se è chiarissimo.

Se poi i rotti che si sono sottratti, sono rotti di qualche unità cognita, come se fossero verbigrazia rotti di lira, la loro differenza $\frac{11}{56}$ sarebbe soldi 3: 11: $\frac{1}{7}$; allora si può fare la prova riducendoli nelle sue parti minime, e poi sottrarle, mentre se l'operazione fu ben fatta, ne deono avanzare soldi 3: 11: $\frac{1}{7}$, come sopra, lo che si vede chiaramente nell'esempio seguente.

Esa-

$\frac{3}{7} \times \frac{5}{8}$
35
24
11

56 | 220
| soldi 3 : 11 $\frac{1}{7}$

52
12
624
8
8 | 56
$\frac{1}{7}$

Prova
$\frac{5}{8}$ 12 : 6
$\frac{3}{7}$ 8 : 6 $\frac{6}{7}$
torna soldi 3 : 11 $\frac{1}{7}$

Esame della sottrazione dei rotti medianti le prove del 7, 9. ec.

$\frac{9}{16} \times \frac{17}{20}$ — $\frac{2}{2} \times \frac{3}{6}$
272 — 6
180 — 12
92 — 1
320 — 12
sua prova $\frac{1}{5}$ — sua prova $\frac{1}{5}$

Sia verbigrazia da esaminare con la prova del 7, la sottrazione fatta di $\frac{9}{16}$ da $\frac{17}{20}$, che è $\frac{92}{320}$, senza schifare alcun rotto, come si vede qui sopra. Si faccia la prova del numero sottrato, cioè del $\frac{9}{16}$, che è $\frac{2}{2}$, questa si levi dalla prova del numero, da cui si fece la sottrazione, cioè dalla prova del $\frac{17}{20}$, che è $\frac{3}{6}$, avvertendo di non far mai schifazioni, e perchè non si può, mentre come si vede di sopra dovrebbesi levare 12 da 6, in tal caso s'aggiunga al numero minore, cioè al 6 tante volte 7 (perchè si fa la prova per 7, se si facesse per 9 tante volte 9 ec.) quanti ne abbisognano, acciocchè se ne possa fare la sottrazione, e nel nostro caso basta aggiungervi 7 una sol volta, che col 6 fa 13, dal quale 13 ritenuto in mente si levi il 12, e ne resta 1, che si scriverà come numeratore, sotto del quale se gli porrà per denominatore il 12, prodotto dei denominatori 2, e 6, onde avremo $\frac{1}{12}$ la di cui prova è $\frac{1}{5}$, che si serba, prendasi poi la prova della differenza, cioè di $\frac{92}{320}$, che pure deve essere $\frac{1}{5}$ uguale alla serbata, se si vuol pronunciare l'operazione per legittima.

La stessa prova si può fare ancora nelle quantità composte d'intieri e rotti, ed ancora nelle quantità di diverse specie accompagnate con rotti, come da sè può conoscersi da quello fin' ora si è detto. Ma perchè tal prova corre la stessa fortuna, che corre negli intieri, perciò, e per esser da se chiaro s'ommettono gli esempj.

$\frac{1}{5} \times \frac{3}{6}$
15
6
9
30
prova $\frac{2}{2}$ uguale a $\frac{2}{2}$ prova di $\frac{9}{30}$

Nel-

Nello stesso modo che si è fatta la prova del 7, si può fare ancora quella del 9, e di qualsivoglia altro numero a nostro piacimento.

CAPITOLO XXXVII.

Prova della moltiplicazione de' rotti.

LA prova della moltiplicazione de' rotti, si fa nel modo che s' insegnò negli intieri, cioè si divide il prodotto per uno de' rotti, che si sono moltiplicati, mentre il quoziente dee essere l'altro rotto, che si moltiplicò. Come per esempio la moltiplicazione di $\frac{3}{5}$, e $\frac{5}{7}$ dà $\frac{3}{7}$, diviso questo $\frac{3}{7}$ per uno de' due rotti, come pel $\frac{5}{7}$ dà nel quoziente l'altro rotto $\frac{3}{5}$, segno della bontà della operazione, come si vede nell'esempio posto quì sotto.

Nello stesso modo si può fare la prova ancorchè le quantità fossero di specie diverse accompagnate con rotti, come per se è chiaro dalle operazioni addietro fatte senza por quì alcun esempio.

$\frac{7}{5}$ — $\frac{3}{7}$
21
7) —
35
torna $\frac{3}{5}$

Esame della moltiplicazione de' rotti mediante le prove del 7, 9 ec.

Sieno i due rotti $\frac{12}{17}$, e $\frac{11}{13}$, i quali moltiplicati insieme fanno $\frac{132}{221}$ per farne la prova per 7, si faccia la prova di tutti, e due i dati rotti senza schisare alcuna cosa, benchè si potesse, cioè di $\frac{12}{17}$ che è $\frac{5}{3}$, e di $\frac{11}{13}$, che è $\frac{4}{6}$, queste due prove $\frac{5}{3}$, e $\frac{4}{6}$ si moltiplicano insieme, che danno $\frac{20}{18}$, la di cui prova è $\frac{6}{4}$, che si serba: prendasi poi la prova del prodotto $\frac{132}{221}$ che è anch'essa $\frac{6}{4}$ uguale alla serbata, per la qual cosa si dice che l'operazione fu ben fatta.

Lo stesso pure si può fare nelle quantità composte d'intieri e rotti, ed ancora nelle quantità di diverse specie accompagnate da rotti, come da se può provare il nostro Aritmetico senza farne altri esempj, come pure perchè tal prova corre nella moltiplicazione la solita carriera che nella sommazione, e sottrazione, come s'avvisò nelle prove degli intieri.

Nello stesso modo che si è fatta la prova del 7, si può fare col 9, o con qualsivoglia altro numero a nostro arbitrio.

CAPITOLO XXXVIII.

Prova della divisione de' rotti.

LO stesso modo, che si adopera a provare la divisione degli intieri serve pei rotti; mentre se per esempio si è diviso $\frac{1}{4}$ per $\frac{2}{23}$, e ne è venuto il quoziente $2\frac{7}{8}$, per farne la prova moltiplicasi il quoziente $2\frac{7}{8}$ pel divisore $\frac{2}{23}$, mentre nel prodotto ne viene il dividendo $\frac{1}{4}$, la qual cosa mostra, che la divisione fu ben fatta, come da se può provare il nostro Aritmetico.

Si può ancora come si disse negli intieri provare la divisione mediante la stessa divisione, mentre se col suddetto quoziente $2\frac{7}{8}$ si di-

ſi dividerà il dividendo $\frac{1}{4}$, ne dee venire il diviſore $\frac{2}{23}$, quando la diviſione fu fatta a dovere.

Negli ſteſſi modi ſi poſſono fare ancora le prove nelle quantità di diverſe ſpecie accompagnate con rotti, come da ſe è chiaro, e può provare il noſtro Aritmetico, ſenza che noi ci dilunghiamo in altri eſempj.

Eſame della diviſione de' rotti, medianti le prove del 7, 9 ec.

Benchè la ſteſſa ſorte che hanno negli intieri, le prove del 7, 9 ec. l'abbiamo ancora nei rotti, come ſi è avviſato, ciò non oſtante tai prove da alcuni ſogliono uſarſi, per la qual coſa, e per non mancare in ciò, che poſſa deſiderare l' Aritmetico le abbiamo inſegnate, come pure facciamo quì nella diviſione dei rotti.

Sia dunque da provare colla prova del 7, ſe la diviſione di $\frac{1}{4}$ per $\frac{2}{23}$, che dà di quoziente $2\frac{7}{8}$, ſia legittima, ſi prenda la prova del diviſore $\frac{2}{23}$, che è $\frac{2}{2}$, e ancora quella del dividendo $\frac{1}{4}$, che è pure $\frac{1}{4}$, poi dividaſi collo ſteſſo ordine, con cui fu fatta la diviſione, queſto $\frac{1}{4}$ per la prova $\frac{2}{2}$ che ne viene $\frac{2}{8}$, la di cui prova è $\frac{2}{1}$, il quale ſi ſerba, facciaſi poi la prova del quoziente $2\frac{7}{8}$, cioè $\frac{23}{8}$, che è pure $\frac{2}{1}$, uguale al ſerbato, lo che per quanto può moſtrare una tal prova moſtra che la diviſione fu ben fatta.

Le ſteſſe prove ſi poſſono fare ancora nelle quantità di ſpecie diverſe, accompagnate con rotti, come da sè è facile il conoſcerlo, e nello ſteſſo modo, che ſi è inſegnato di fare la prova del 7, può farſi ancora col 9, o con qualſivoglia altro numero.

Non mi ſon molto eſteſo in queſte prove del 7, 9 ec. per eſſere diffettive, e perciò da non uſarſi, come moſtroſſi ancora negli intieri, e come può colle regole date per eſſi conoſcer da ſe il noſtro Aritmetico.

CAPITOLO XXXIX.

Prove della riduzione dei rotti di rotti, o frazioni ſeconde, terze ec. a frazioni comuni.

SIa per eſempio ſtato ridotto $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$ a rotto comune, e ne ſia venuto $\frac{1}{2}$, queſto $\frac{1}{2}$, ſi divida per uno dei rotti dati, cioè, o per $\frac{2}{3}$, o per $\frac{3}{4}$, mentre ſe l' operazione ſarà ſtata fatta a dovere ne verrà l'altro rotto, cioè ſe ſi divide il $\frac{1}{2}$ per $\frac{2}{3}$ ne dee venire il $\frac{3}{4}$, ſe poi lo ſteſſo $\frac{1}{2}$, ſi divide per $\frac{3}{4}$ ne dee venire il $\frac{2}{3}$, come ſi vede quì ſotto.

$\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$	prova	ovvero
6	$\frac{3}{2}$ — $\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}$ — $\frac{1}{2}$
6 ⟌ 12	torna $\frac{3}{4}$	4
dà $\frac{1}{2}$		2 ⟌ 6
		torna $\frac{2}{3}$

Se poi la frazione foſſe frazione terza, quarta ec., ſi farà in queſto modo. Ridotto $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{5}$ di $\frac{1}{8}$ a frazione comune dà $\frac{1}{20}$, queſto $\frac{1}{20}$ ſi divida per uno dei dati tre rotti, come per $\frac{1}{8}$, e ne viene $\frac{8}{20}$, queſto $\frac{8}{20}$ ſi divida per uno degli altri due rotti rimaſti come per

$\frac{3}{5}$, e

$\frac{3}{5}$, e ne torna $\frac{2}{3}$, uguale all'altro rotto dei tre dati, lo che mostra che l'operazione fu ben fatta; e nello ſteſſo modo deeſi fare ſe foſſero frazioni, terze, quarte ec. mentre l'ultimo quoziente dee eſſere il rotto dei dati, che ſi laſciò fuori nel fare le divisioni, ſe l'operazione fu ben fatta, come ſi vede quì ſotto.

$\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{5}$ di $\frac{1}{8}$	prova	ovvero	oppure
$\frac{6}{15}$ — $\frac{1}{8}$	$\frac{8}{1}$ — $\frac{1}{20}$	$\frac{5}{3}$ — $\frac{1}{20}$	$\frac{8}{1}$ — $\frac{1}{20}$
6	$\frac{8}{20}$ — $\frac{5}{3}$	$\frac{3}{2}$ — $\frac{5}{60}$	$\frac{3}{2}$ — $\frac{8}{20}$
6) 120	4(0	15	24
dà $\frac{1}{20}$	2) 6(0	15) 120	8) 40
	torna $\frac{2}{3}$	torna $\frac{1}{8}$	torna $\frac{3}{5}$

CAPITOLO XL.

Prove del ſommare, ſottrarre, moltiplicare, e partire dei rotti di rotti, o frazioni ſeconde, terze ec., e delle particole, o rotti decimali.

LE prove delle ſuddette operazioni, ſi fanno nello ſteſſo ſteſſiſſimo modo, che quelle dei rotti comuni, mentre per fare le ſuddette operazioni ſi riducono i rotti di rotti, o frazioni ſeconde, terze ec. a frazioni ſemplici, ridotte le quali operaſi poi come ſi opera ne' rotti ſemplici, onde le prove ſi fanno ancora nello ſteſſo modo dei rotti ſemplici, nulla conſiderando i rotti eſprimenti, i rotti di rotti, o frazioni ſeconde, terze ec. ma ſolamente ſi conſiderano le frazioni ridotte, o provenute mediante la riduzione, eſſendoſi però aſſicurato prima colla prova, che le riduzioni ſieno ſtate fatte a dovere, come ſenz'altro eſempio reſterà chiaro al noſtro Aritmetico, il quale avrà inteſo il fin quì detto.

Circa poi alle prove della ſomma, ſottrazione, moltiplicazione, e diviſione delle particole, o rotti decimali, non v'è che aggiungere, mentre calcolandoſi queſte non come rotti, ma come intieri, perciò le ſteſſe prove, che nelle ſuddette operazioni degli intieri s'inſegnarono, le ſteſſe ſteſſiſſime ſervir deono per le particole, o rotti decimali, mentre come ogn'un vede altro non ſono, che quantità accompagnate con ſpecie minime ſempre diviſe di dieci in dieci, come dicemmo a ſuo luogo.

CAPITOLO XLI.

Curioſità ſpettanti al ſommare dei rotti.

ORchè ſiamo giunti alla fine degli elementi dei numeri rotti, o frazioni, ho ſtimato bene porre ancor quì quelle poche curioſità, che mi è incontrato di ritrovare, le quali benchè ſieno poche, non ho però voluto mancare di quì regiſtrarle, prima per ſeguire il metodo prefiſſomi, ed in ſecondo luogo per diſtraere (come dicemmo nelle curioſità della prima Parte) il noſtro Aritmetico, acciocchè con queſte venga con allettamento a porre in pratica le operazioni fin quì regiſtrate; onde ne faccia buona prati-

tica ſenza fatica, anzi con ſuo guſto a cagione del genio, che per l'ordinario ſuol avere l'Aritmetico a ſimili curioſità.

Proponete a qualcheduno che faccia quanti rotti gli pare, e vi dica quanti ne vuol fare, ed ancora ve ne dica uno d'eſſi a ſuo piacimento, riſerbandovi aggiungervene altrettanti di ſotto; mentre voi gli farete la ſomma ſubito, che vi avrà detto quanti rotti vuol fare, e uno di quelli nel ſeguente modo.

Dica di voler fare verbigrazia tre rotti, uno de' quali ſia $\frac{10}{13}$, voi ſubito farete la ſomma col ſcrivere $3\frac{2}{13}$, la quale ſi rileva dalla quantità de' rotti, che dice di voler fare, mentre eſſendo nel noſtro caſo tre, tre ſaranno le unità della ſomma, ſe foſſero quattro, ſarebbero quattro unità, ſe cinque, cinque ec., e il rotto poi ſi fa a capriccio, purchè ſia della data denominazione, e che unito con quelle che manca al dato per aggiungere all'unità non ſuperi l'unità; onde nel noſtro caſo che la denominazione è 13, può ſoddisfare il rotto $\frac{2}{13}$.

Il modo poi di aggiungervi gli altri rotti, ciò ſi fa col levare ogni rotto, che avrà fatto il Proponente dall'unità, lo che ſi fa a mente, come ſi è detto altre volte, levando il numeratore dal denominatore, e a quello che ne reſta ſe gli pone per denominatore, il denominatore del dato rotto, e tale ſarà il rotto, che vi dovete aggiungere, nel qual modo ſi deve fare di tutti gli altri a riſerva del rotto che vi diſſe il Proponente, cioè nel noſtro caſo del $\frac{10}{13}$, che in cambio di porvi $\frac{3}{13}$ gli porrete $\frac{5}{13}$, cioè $\frac{2}{13}$ di più, mentre tal avanzo $\frac{2}{13}$ più dell'unità, fu quello che ſcriveſte nella ſomma dietro all'intiero, come ſi vede quì ſotto.

$$\frac{8}{9},\ \frac{5}{7},\ \frac{10}{13},\ {}^{*}\frac{1}{9},\ \frac{2}{7},\ \frac{5}{13}$$

ſomma $3\frac{2}{13}$

Si ſarebbe potuto nel detto eſempio ſcrivere nella ſomma $3\frac{1}{13}$, mentre poi in cambio di aggiungervi $\frac{5}{13}$ ſe gli dovrebbe aggiungere $\frac{4}{13}$, lo che è in arbitrio del Proponente, come da ſe è manifeſto.

E per maggior chiarezza ho poſti quì ſotto alcuni eſempj.

Eſempio.	ovvero	oppure.	Altro eſempio.
$\frac{8}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{12}{23}$
$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{126}{287}$
$\frac{10}{13}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{40}{86}$
* $\frac{2}{9}$	* $\frac{3}{9}$	* $\frac{4}{9}$	* $\frac{11}{23}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{161}{287}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{53}{86}$
ſom. $3\frac{1}{9}$	ſom. $3\frac{2}{9}$	ſomma $3\frac{3}{9}$	ſomma $3\frac{6}{86}$, cioè $\frac{3}{43}$

La ſuddetta ſomma ſi può fare ancora con intieri, e rotti fatti dal Proponente, mentre ſe ai rotti fatti dal Proponete aggiungeremo i rotti corriſpondenti nel modo detto di ſopra con di più

degli intieri cavati collo scadere gl' intieri, dalle righe fatte dal Proponente, dal *9*, nel modo insegnato nella prima parte, per averne la somma in un sol colpo, non dovete far altro se non sè sommare i rotti nel modo insegnato di sopra, aggiungendo poi le unità da essi provenute alla somma degli intieri, lo che si fa a mente come si vede quì sotto.

	$6354\frac{3}{5}$
	$763\frac{11}{37}$
	$942\frac{126}{243}$
	*$3645\frac{4}{5}$
	$9236\frac{26}{37}$
	$9057\frac{117}{243}$
somma	$30000\frac{2}{5}$

Lo stesso si può fare ancora con quantità di diverse specie accompagnate con rotti nel modo insegnato nelle curiosità della somma poste nella prima parte, mentre se aggiungeremo la somma dei rotti alla somma della minima specie, lo che si fa a mente con facilità, e poi proseguiremo tutta la somma nel modo insegnato nella suddetta prima parte, avremo in un sol colpo la ricercata somma, come si vede nel seguente esempio.

	lire.	sol.	den.
	4876:	10:	$4\frac{5}{6}$
	574:	11:	$3\frac{10}{13}$
	3521:	7:	$8\frac{2}{21}$
	543:	17:	$11\frac{4}{9}$
*	5123:	10:	$8\frac{1}{6}$
	9425:	9:	$9\frac{5}{13}$
	6478:	13:	$4\frac{19}{21}$
	9456:	3:	$1\frac{5}{9}$
somma lire	40000:	4:	$4\frac{2}{13}$

Il nostro Aritmetico può ancora applicare alle somme degli intieri, e rotti, molte di quelle curiosità che abbiamo insegnate per la somma degli intieri, come ancora molte altre ne può trovare, lo che lascio al suo giudizio, per non ingrossar l' Opera di simili cose di poco, o niun utile.

CAPITOLO XLII.

Curiosità spettanti al sottrarre dei rotti.

Dite al Proponente, che faccia due qualunque rotti, che voi subito in un tratto di penna glie ne farete altri due, i quali abbiano la stessa differenza.

Faccia verbigrazia i seguenti due rotti $\frac{37}{48}$, e $\frac{123}{287}$ per farne subito due altri, che abbiano la stessa differenza, si levano i numeratori dai loro denominatori, lo che si fa a mente, e col restante si fanno i numeratori di due nuovi rotti, sotto dei quali se gli pongano i rispettivi denominatori dei rotti dati, lo che fatto, i due rotti provenuti avranno la stessa differenza che i dati, uno dei quali de' rotti trovati sarà $\frac{11}{48}$, e l' altro $\frac{164}{287}$, come da se può provare il nostro Aritmetico.

Se poi il Proponente avesse dato due quantità in forma di rotto, cioè maggiori dell' unità, allora per trovare i due nuovi denominatori, si deono levare i denominatori dai numeratori, e col rimanente farne due nuovi numeratori, sotto dei quali se gli

pon-

pongono per denominatori, i denominatori dei dati rotti, e corriſpondenti, come ſi vede quì ſotto.

Deeſi avvertire, che per fare che rieſca tal coſa, o deono eſſere veri rotti tutti, e due quelli fatti dal Proponente, oppure tutti, e due quantità in forma di rotti, cioè maggiori dell'unità, mentre ſe uno foſſe verbigrazia $\frac{5}{6}$, e l'altro $\frac{20}{8}$, ciò non rieſcirebbe; onde per far tal coſa biſogna, che tutti, e due i rotti ſieno d'una ſteſſa qualità.

rotti dati		rotti trovati	
$\frac{28}{9}$	$\frac{40}{3}$	$\frac{19}{9}$	$\frac{37}{3}$

CAPITOLO XLIII.

Curioſità ſpettanti al moltiplicare dei rotti.

SIA dato un rotto, o quantità in forma di rotto, e ſi cerchi per qual numero deeſi moltiplicare, acciocchè dia di prodotto un'unità; per aver ciò altro far non deeſi, che capovolgere il dato rotto, cioè del denominatore farne numeratore, e del numeratore farne denominatore, lo che fatto il rotto provenuto ſarà il ricercato. Come per eſempio ſe foſſe dato $\frac{5}{6}$ da trovarvi il rotto, col quale moltiplicato faccia 1, ciò ſi avrà capovolgendo il rotto, così $\frac{6}{5}$, e queſto ſarà il ricercato. Lo ſteſſo avviene ſe il rotto dato foſſe maggiore dell'unità, come ſe foſſe verbigrazia $\frac{23}{5}$, mentre il rotto, col quale moltiplicato dia un'unità di prodotto ſarà $\frac{5}{23}$, come può provare da ſe il noſtro Aritmetico.

Ma perchè tal Artificio ſarebbe ſubito ſcoperto, quando il rotto dato richieda di poter farlo a mente, ſi operi così.

Sia il rotto $\frac{5}{6}$ per trovarne un altro, col quale moltiplicato dia nel prodotto un'unità; per aver ciò ſi divida il denominatore *6* del dato rotto pel numeratore 5, mentre il quoziente $1\frac{1}{5}$ ſarà il numero, il quale moltiplicato per $\frac{5}{6}$ da 1. Lo ſteſſo ſi ſarebbe ſe il rotto foſſe verbigrazia $\frac{13}{47}$, mentre diviſo il 47 per 13, dà $3\frac{8}{13}$, numero cercato.

Si può ancor dire, datemi un numero compoſto d'intiero, e rotto, che io in un ſubito voglio trovarvi un rotto, col quale moltiplicato il dato numero produca 1: Mentre ſe verbigrazia il dato numero foſſe $7\frac{3}{5}$, non dovete far altro, che ſcrivere il denominatore 5 del rotto, che accompagna l'intiero 7, per numeratore del nuovo rotto, e per denominatore porvi il prodotto del detto denominatore 5, coll'intiero 7, a cui ſia aggiunto il numeratore 3, che ſarà 38; onde $\frac{5}{38}$ ſarà il rotto, col quale moltiplicato il dato $7\frac{3}{5}$ dà di prodotto un'unità, e nello ſteſſo modo deeſi fare di qualunque altro numero dato.

Si può ancora rivolgere la ſuddetta curioſità, col far vedere la preſtezza, colla quale ſi trovano due numeri, il di cui prodotto faccia un'unità; mentre ſe ſi farà un rotto qualunque, o una quantità maggiore dell'unità in forma di rotto, ſubito ſi può trovare

 l'al-

l' altro nel modo insegnato di sopra, come dalle cose suddette è chiaro.

Più mirabile riuscirà la suddetta operazione, se si dirà, datemi un numero intiero qualunque, ed un rotto, che io subito voglio trovare un altro rotto, col quale moltiplicato il rotto dato, il prodotto sia il dato numero intiero. Sia dato verbigrazia il rotto $\frac{5}{8}$, e il numero intiero *6*, si moltiplichi il denominatore 8 per l'intiero *6*, e il prodotto 48, si formi il numeratore di un rotto, al quale se gli ponga per denominatore, il numeratore 5, del dato rotto, onde ne viene il numero $\frac{48}{5}$, ovvero $9\frac{3}{5}$, il quale moltiplicato col dato rotto $\frac{5}{8}$ dà il prodotto il dato numero *6*, come si voleva.

Lo stesso si può fare ancorchè il dato rotto non fosse veramente rotto, ma fosse una quantità in forma di rotto, come si vede quì sotto.

rotto dato	rotto trovato
$\frac{32}{6}$	$\frac{144}{32}$
Numero intiero dato 24	

Quando poi il dato rotto fosse un rotto, del quale il numeratore, e il denominatore fosse composto di più figure, ed ancora il numero intiero fosse composto di più figure, in tal caso, ciò non si potrebbe fare tutto in un colpo, se non in qualche caso, come da sè è manifesto dalle cose dette.

Altre curiosità si potrebbero trovare rispetto alla moltiplicazione dei rotti, le quali si lasciano per non dilungarsi molto in simili cose.

CAPITOLO XLIV.

Curiosità spettanti al partire dei rotti.

DA quello che si è insegnato di sopra, per la moltiplicazione dei rotti, si cava alcune curiosità attinenti alla divisione, nel modo che siegue.

Sia dato verbigrazia il rotto $\frac{3}{8}$, per divisore, e l'unità per dividendo, trovare in un subito il quoziente. Per far ciò, non deesi che capovolgere il $\frac{3}{8}$, come dicemmo nel moltiplicare, che farà $\frac{8}{3}$, ovvero che farà meglio $2\frac{2}{3}$, il quale sarà il quoziente ricercato.

Lo stesso si può fare quando anche fosse dato un numero composto d'intiero, e rotto per divisore, e l' unità per dividendo; mentre per trovare il quoziente si opera così. Sia verbigrazia dato il numero $7\frac{3}{5}$ da dividere l'unità, per averne il quoziente in un sol colpo deesi porre il 5 del denominatore $\frac{3}{5}$, che accompagna l'intiero 7 per numeratore, e per denominatore porvi il prodotto del detto denominatore 5, coll' intiero 7, a cui sia aggiunto il numeratore 3, che fa 38; onde $\frac{5}{38}$ sarà il quoziente, il quale proviene dal dividere l'unità per $7\frac{3}{5}$, come si voleva.

Si

Si può ancora rivolgere la suddetta curiosità nel seguente modo; dato un rotto, o un intiero, e rotto per quoziente, e l'unità per dividendo trovare il divisore, dove si vede che se il quoziente fosse verbigrazia $\frac{8}{9}$, il divisore sarà $1\frac{1}{8}$, che è il quoziente che nasce dalla divisione del denominatore 9, del dato rotto per suo numeratore 8.

Se poi il dato quoziente fosse un intiero, e rotto, come se fosse verbigrazia $3\frac{5}{6}$, per trovare il divisore deesi formare un rotto, il quale abbia per numeratore il denominatore 6 del rotto $\frac{5}{6}$, che accompagna l'intiero 3, e per denominatore il prodotto dello stesso intiero 3, col detto denominatore 6, aggiunto del numeratore 5, che fa 23, onde il cercato divisore sarà $\frac{6}{23}$, come si vede quì sotto.

divisore trovato $\frac{6}{23}$ | 1

$3\frac{5}{6}$ quoziente dato.

Riescirà più speciosa l'operazione, se si dirà, dato un numero intiero, come verbigrazia 8 per dividendo, e un rotto verbigrazia $\frac{3}{4}$ per quoziente, trovare in un subito il divisore. Per far ciò moltiplicasi il 4 denominatore del $\frac{3}{4}$ per l'intiero 8, che fa 32, il quale si divida per numeratore 3, e ne viene $10\frac{2}{3}$ divisore ricercato.

Se poi il quoziente non fosse veramente rotto, ma fosse una quantità maggiore dell'unità posta in forma di rotto, la stessa regola serve, come può provare da se il nostro Aritmetico.

Quando poi i dati numeri, o rotti fossero molto grandi, cioè composti di molte figure, ciò non si può fare in un sol colpo in tutti i casi, come da se è chiaro dalle cose altre volte dette.

Quì voglio por fine alle curiosità spettanti ai rotti, benchè vegga, che molte altre se ne potrebbero aggiungere, ma perchè come ho avvisato di sopra, queste non sono di alcun utile, e poi perchè da se può trovarne il nostro Aritmetico, che avrà inteso il fin quì da noi descritto, perciò ho stimato bene, se gli piace, lasciarne a lui la briga.

DELL'

DELL' ARITMETICA DI GIUSEPPE ALBERTI PARTE TERZA.

CAPITOLO PRIMO.

Dell' estrazione delle radici.

POchi sono gli Scrittori della Pratica Aritmetica, i quali abbiano in simil luogo, poste le estrazioni delle radici, non hanno però mancato di ciò fare i più classici, ed accreditati, come si può vedere nelle loro Aritmetiche, come fra gli altri ha fatto il Padre Tacquet Gesuita, nella sua Aritmetica Teorica, e Pratica, e molti altri, e questo a gran ragione, ciò hanno fatto perchè appunto questo è il luogo, dove por si devono, se seguir vuolsi un buon metodo, mentre altro non sono le estrazioni delle radici, che un puro elemento dell'Aritmetica, nello stesso modo che lo sono la Sommazione, la Sottrazione, la Moltiplicazione, e la Divisione, come si può ravvisare nel proseguimento; dunque bene istà che fra gli elementi dell' Aritmetica vengano riposte.

Già nelle deffinizioni al Cap. III. della prima parte abbiamo insegnato, cosa s'intenda per radice quadrata, e cuba, come pure cosa sia numero quadrato, o numero cubo: aggiungo quì come nello stesso modo che il prodotto di due numeri uguali chiamasi quadrato, e quello di tre numeri pure uguali cubo; così quello di quattro chiamasi *quadrato quadrato*, quello di cinque *supersolido ec.* e per maggior facilità chiamansi generalmente *potestà, o dimensione*, perciò un numero qualunque chiamasi *prima potestà, o potestà semplice: o prima dimensione*, e il prodotto in se stesso, *seconda potestà, o seconda dimenssione*; se questo prodotto, o seconda potestà si moltiplicherà per primo numero, o prima potestà, chiamasi *terza potestà, e terza dimensione*, e così può successivamente andarsi moltiplicando per la prima potestà; onde i prodotti, che possono essere infiniti, si seguono a chiamare *quarta, quinta, sesta potestà, o dimensione*.

Il primo numero, o prima potestà mediante la moltiplicazione, della quale formansi le altre potestà, chiamasi *la radice* di quella tal potestà, di cui esso è la prima; e per render ciò più chiaro ho posta quì appresso una Tavoletta divisa in radici, o prime potestà con alcune altre potestà successive, come chiaramente da se si conosce.

Ra-

Radici, o prime potestà.		
3	Quadrato, o 2. Potestà.	9
3	Cubo, o 3. Potestà.	27
3	Quadrato, quadrato, o 4. Potestà.	81
3	Superfolido, o 5. Potestà.	243
3	Quadrato cubo, o 6. Potestà ec.	729

Quel numero, il quale esprime quante volte si moltiplica la radice per formarne qualunque potestà, cioè il 2 nel quadrato, il 3 nel cubo, il 4 nel quadrato, quadrato ec. tal numero chiamasi l' *esponente*, *o indice*, della data potestà.

113 Benchè di sopra abbiamo fatto parola delle altre potestà dopo la terza, cioè dopo il Cubo, ciò non ostante la pratica Aritmetica non suol trattare, che delle tre prime, cioè della prima potestà, o potestà semplice, della seconda potestà, o quadrato, e della terza potestà, o sia cubo, come dalla maggior parte degli Autori si può riconoscere.

114 Estraer dunque le radici dei numeri, non vuol dir altro se non sè dato qualunque numero intiero, o rotto, ovvero intiero e rotto trovare, (per la radice quadrata, o seconda potestà) quel numero, il quale moltiplicato in se stesso produca il dato numero, ovvero (per la radice cuba, o terza potestà) trovare quel numero, il quale tre volte moltiplicato in se stesso produca il dato numero, e così successivamente delle altre.

CAPITOLO II.

Modo di estrarre la radice quadrata degli intieri, secondo l' uso comune.

DAto un numero, questo si segni, o noti col porre un punto sopra, o sotto la prima figura, e poi lasciatane un' altra si noti, o punti la susseguente, insomma si noti, o punti una figura sì, e una nò, lo che fatto il dato numero resterà diviso in tanti membri composti ogni uno di due figure fuor dell' ultimo, che può constare di una sola, come si vede nel seguente esempio.

QUESITO I.

Vi è un quadrato, il quale si sa essere piedi quadrati 567009. Cercasi quanti piedi è la lunghezza del suo lato?

$$\dot{5}6\dot{7}0\dot{0}9$$

Pun-

Puntate le figure del dato numero nel modo predetto; resta tutto il dato numero diviso in tre membri, o punti, onde quanti sono i membri, o punti fatti, di tante figure sarà composta la radice del dato numero.

Per estrarre le radici quadrate è necessario di sapere i quadrati di tutte le semplici figure, per la qual cosa deesi, o sapere a mente i quadrati di tutte le figure semplici, o tenerli notati per servirsene, come si vedrà, per la qual cosa può servire la Tavola Pittagorica, mentre i numeri posti nella diagonale principianti dall'unità, sono i quadrati dei numeri semplici: Ovvero che è più comodo si può servirsi di una delle tre Tavole di Oronzio, Butteone, e Gemmafrisio, nelle quali sono distintamente notati tutti i numeri quadrati delle figure semplici, come si può vedere.

La maggior parte però servonsi di una Tavola, nella quale vi sono tutte le radici, o numeri semplici co' suoi quadrati, oltre di che vi sono ancora i Cubi di tutti i numeri semplici, la qual Tavola serve per l'estrazione delle radici quadre, ed ancora delle cube, come si vedrà in appresso, ed è la seguente.

Radici.	Quadrati.	Cubi.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Mediante dunque la suddetta, o altre Tavole, si può dopo di avere puntate le figure del dato numero, come qui appresso proseguire all'estrazione della radice quadrata, come siegue.

```
     5 6 7 0 0 9
       7   5   3
     49
145 — 770
      726
1503 — 4509
       4509
       0000
```

Cercasi nella detta Tavola la radice quadrata dell'ultimo membro, se è quadrato, e se non è, come nel nostro caso, si cerchi il prossimo minore; onde perchè l'ultimo membro 56, non è quadrato, si prenda il quadrato prossimamente minore, cioè 49, la di cui radice è 7, la quale si scrive sotto il 6, del 56, cioè sotto l'ultimo numero segnato col punto, poi se gli tira sotto una linea, come si vede di sopra; indi scri-

scrivasi il quadrato della radice trovata, cioè il quadrato del 7, che è 49, sotto del 56, dal quale poi si sottri, e ne rimane 7, accanto al quale scrivasi il penultimo membro 70, che tutto farà 770. Raddoppiasi la radice trovata, cioè 7, che fa 14, il quale si scrive a sinistra rimpetto al numero 770, e chiamasi *divisore*. Cercasi poi quante volte questo divisore 14, entra nel membro totale 770 lasciata la prima figura, cioè nel 77, che si vede entrarvi cinque volte; scrivasi il 5 sotto la susseguente figura puntata del dato numero, cioè sotto al 0, che sarà un'altra figura radicale; la stessa figura radicale 5, scrivasi ancora accanto del divisore 14, sicchè ne verrà 145, il quale si moltiplica per lo stesso 5, ultima figura radicale trovata, e ne viene 725, il quale si scrive sotto del 770 dal quale si sottra, e ne resta 45, accanto al quale si scriva l'altro membro 09, per averne il membro totale 4509, raddoppiasi poi la radice 75 fin'ora trovata, che fa 150, la quale sarà il nuovo divisore, che scrivesi rimpetto al 4509. Cercasi poi quante volte questo divisore 150 entra nel 4509 fuori del primo numero 9, cioè nel 450, che vi entra tre volte, il qual 3 si scrive sotto la susseguente figura puntata, scrivasi di nuovo lo stesso 3, accanto al divisore 150 e farà 1503, il quale si moltiplica per lo stesso 3, e fa 4509, il quale si pone sotto del 4509, e si sottra, lo che fatto non vi resta alcuna cosa; onde si dirà che il numero 753 è la radice quadrata del dato numero 567009, cioè la lunghezza del lato del dato quadrato, come si cercava.

Le stesse operazioni, che si sono insegnate di sopra, si devono continuare allora quando seguissero altri numeri, o membri, i quali si devono sempre per ordine abbassare, o scrivere accanto ai residui dei membri precedenti, finchè si arrivi all'ultimo membro composto delle due prime figure del dato numero.

Può talora succedere, che fatta la moltiplicazione d'uno dei numeri radicali nel modo suddetto, il prodotto sia maggiore del membro totale, e però non possa da quello sottrarsi: in tal caso deesi scemare la figura radicale trovata, e farsi tanto minore, che fatta come sopra la moltiplicazione, il prodotto riesca minore, e perciò possa sottrarsi dal membro totale. Come per esempio dovendosi levare la radice quadrata dal numero 225, trovisi la prossima radice del 2, cioè l'1, il quale sottratto dal 2, lascia per residuo 1, accanto al quale scrivasi il membro seguente 25, e raddoppiata la radice 1, si avrà per divisore il 2, il quale entrando nel 12, cioè nel membro 125, lasciata la prima figura 5, sei volte dovrebbesi scrivere il 6 per la susseguente figura radicale, la quale scritta altresì accanto al divisore 2 sarebbe 26, il quale moltiplicato per la medesima radice 6 sarebbe 156, maggiore del membro totale 125. Scemasi dunque la figura radicale, e pigliando non più 6, ma il 5 si scrivi accanto al divisore 2, sicchè formi 25,

moltiplicando poi questo 25 per la radice 5, il prodotto 125 scrivasi sotto il membro totale 125, dal quale sottratto ne resta zero, e però la radice del dato numero 225 sarà 15, come si vede quì sotto.

```
    . . .
    2 2 5
    1   5
   -------
    1
  . -
 25-1 2 5
    1 2 5
   -------
    0 0 0
```

Può ancora accadere, che il divisore trovato non entri nel membro totale neppure una volta; ed allora deesi scrivere il zero, come nuova figura radicale, ed accanto a quel membro troppo picciolo deesi scrivere il membro, che segue, e poi continuare l' operazione, come quì appresso.

```
          .  .  .
          8 2 6 2 8 1
            9   0   9
          -----------
          81
          -
     18 — 162
           ---
   1809 — 16281
           16281
           -----
           00000
```

Come per esempio dato il numero 826281 posto quì sopra da levarvi la radice quadrata; trovato il 9, radice prossima di 82, e sottrattovi il di lui quadrato 81 resta 1, accanto al quale scritto il membro seguente 62, e raddoppiata la radice 9 dà 18, poichè questo divisore 18 non entra nel 16, scrivasi un zero per la susseguente figura radicale, ed accanto al membro 162 troppo picciolo scrivasi il membro seguente 81, e ne verrà il membro totale 16281, radoppiata poi la radice 90 dà 180, secondo divisore che già si pone rimpetto al membro 16281, e poichè il divisore 180, entra nel 1628 nove volte scrivasi 9, per la susseguente figura radicale, la quale altresì scritta accanto al divisore 180 fà 1809, che moltiplicato per 9 dà 16281, il quale sotratto dal membro totale 16281 lascia zero, e però la radice di 826281 sara 909.

Lo stesso deesi fare ancora allora quando il divisore non entrasse nel membro totale, benchè aggiunto di un membro del numero dato, coll'aggiungervene un altro, finchè si possa fare la divisione, come si vede nel seguente esempio, il quale per le cose suddette da se è chiaro senz' altra spiegazione.

Quan-

```
 .  .   .   .
 4 0 2 4 0 3 6
   2   0     0 6
 ─────────────
   4
 ──
4—00 240
     ───
40 — 24036
4006—24036
     ─────
     00000
```

Quando fatta l'ultima sottrazione avanzasse un qualche numero, ciò sarebbe contrassegno, che il dato numero non è quadrato, ma diverrebbe bensì quadrato se da lui si togliesse quel numero che vi avanza. Sogliono però gli Aritmetici al numero, che vi avanza porvi sotto per denominatore il doppio della radice fin' allora ritrovata, formandone un rotto, come si vede quì sotto.

Nel detto esempio vedesi, che levata la radice quadra dal numero 567257, avanza 248, sotto a questo 248 se gli ponga il doppio della radice 753 fin' allora trovata, e ne avremo il rotto $\frac{248}{1506}$, ovvero $\frac{124}{753}$ da accompagnare coll' intiero 753, e questa sarà la radice quadrata, non però verissima per non esser il dato numero quadrato perfetto, fuori de' quali è impossibile coi numeri esprimere la data radice, nel qual caso tali radici vengono chiamate *irrazionali*, *sorde*, *o incommensurabili*, la qual cosa i meno esercitati pensano incredibile; ma di ciò può restarne appagato chi ne vedrà la dimostrazione posta nell' Aritmetica del Padre Tacquet, mentre non è possibile trovare alcun numero intiero, nè intiero, e rotto, il quale in se stesso moltiplicato produca verbigrazia 20, 24, 35, o qualunque altro numero non quadrato; onde gli Aritmetici adoprano la suddetta regola. E perchè accade, quando il numero da levarvi la radice manca di un' unità, dal quadrato, il rotto fatto nella suddetta maniera riesce uguale a un intiero, per venirne il numeratore, ed il denominatore uguali, nel qual caso gli Aritmetici aggiungono un' unità al denominatore, nel qual modo formano il rotto, che accompagnar dee l' intiero, come si vede nell'esempio seguente.

```
  .   .   .
 5 6 7 2 5 7
   7   5   3 124/753
 ─────────────
 49
 ──
145 — 772
      725
      ───
1503—4757
     4509
     ────
      248
      ──── cioè 124/753
     1506
```

```
    .  .  .
  5 6 7 0 0 8
  7   5  . 2 1504/1505
  ___________
  49
145 — 770
      725
1502 — 4508
       3004
       1504
       ——— cioè 1504/1505
       1504
```

L'aggiungere un'unità al doppio della radice trovata, si fa ancora da molti nelle altre radici sorde, nel qual modo la radice viene ad esser scarsa dal vero, e nell'altro modo viene a eccedere il vero, quanto è il quadrato del rotto, che accompagna la radice intiera, perciò il primo modo chiamasi *trovar la radice quadrata eccedente*, e nell'altro *trovar la radice quadrata scarsa*. Il modo poi detto di sopra, di fare il rotto alla radice quadrata di quei numeri, che mancano di una unità ad essere quadrati dà la radice scarsa, come dicemmo, onde alcuni aggiungono

116 un'unità al numeratore, e due al denominatore, nel qual modo facendo nel sopraddetto esempio il rotto sarà $\frac{1505}{1506}$, e questo modo dà la radice eccedente dal vero. Noi ci siamo sempre serviti del primo modo, cioè dell'eccedente dal vero, come più usato da pratici.

Ciò non ostante l'Aritmetica ci ha provisto di alcune regole, lequali servono per approssimarsi sempre più alle vere radici, come si farà vedere a suo luogo.

Deesi finalmente osservare, che se l'ultimo membro del dato numero sia 1, 2, ovvero 3, nessuno de'quali è numero quadrato, nè può avere altra radice, che l'unità, in tal caso si ha da scrivere l'1 per l'ultima figura radicale, ed il quadrato di lei, cioè l'unità stessa deesi sottrarre dal primo membro, come da se è chiaro.

Le radici quadrate vengono estratte dai pratici con maggior brevità nel seguente modo.

Sia il numero 567009, del primo esempio, come si vede quì appresso, da estraervi la radice quadrata: trovata la radice prossima dell'ultimo membro 56, che è 7, si faccia il di lui quadrato a mente, che è 49, il quale pure a mente si levi dal 56, e ne resta 7, al quale s'aggiunge il susseguente numero 70, poi si duplica la radice 7, che fa 14, il quale entra nel 77 cinque volte, si pone il 5, per la susseguente figura radicale, ed ancora si aggiunge al 14, che fa 145, poi si moltiplica questo 145 per 5, e nello stesso tempo si leva dal 770, il suo prodotto, come s'insegnò nel partire per danda alla corta, e così si seguita fino alla fine, come da quello si è detto di sopra resta chiaro.

```
      .   .   .
    5 6 7 0 0 9
      7   5   3
    ___________
145   770
1503    4509
        0000
```

Quando nell'estrarre le radici quadrate vi avanza nell'ultimo qual-

qualche cosa, e che il numero da cui estraesi la radice è quantità, che può avere le sue parti minime, allora l'avanzo si riduce anch'esso in parti minime, come siegue.

Siavi per esempio un quadro di 3879 pertiche di superficie, per trovare il suo lato si estragga la radice da esso numero, che è 62, e vi avanzano 35 pertiche, le quali si riducono in piedi, e fanno piedi 350, questi poi dividonsi per 124, doppio della radice 62, e ne verrà il quoziente piedi 2, e ve ne avanzano 102, i quali ridotti in oncie danno 1224 oncie, le quali divise per lo stesso 124, il quoziente sarà 9 oncie, e ve ne avanzano 108, le quali si possono nello stesso modo ridurre in punti, oppure fare un rotto d'oncia col porvi sotto il divisore 124, che sarà $\frac{108}{124}$, il quale schifato dà $\frac{27}{31}$, onde la radice prossima delle pertiche quadrate 3879 sarà pertiche 62, piedi 2, oncie 9, e $\frac{27}{31}$; nel qual modo deesi sempre fare nelle quantità di qualsivoglia altra specie.

Si possono ancora estraere le radici quadrate delle quantità di specie diverse, basta prima ridurle a specie minime, e poi cavare la radice, che sarà la cercata, ma in tante specie minime di quelle in cui fu ridotto il dato numero, onde ridotte queste nelle sue specie ne avremo la ricercata radice, come si vede nel seguente esempio.

QUESITO II.

Vi è un terreno quadrato, il quale è di superficie pertiche quadrate 154, piedi 38, e oncie 9, dimandasi il suo lato.

per. pie. on.
154: 38: 9
100
15438
144
61761
216132
onc. 2223081

2 2 2 3 0 8 1
1 4 9 1
24 1 2 2
289 2 6 3 0
2981 2 9 8 1
0 0 0 0

oncie
12|1491
10|124: 3
lato pert. 12: 4: 3

Ridotte come si vede le pertiche 154: 38: 9 in oncie dà oncie 2223081, dalle quali levata la radice quadrata ne viene oncie 1491, le quali poi ridotte in pertiche fanno pertiche 12, piedi 4, e oncie 3, misura del dato quadrato come si cercava, e come si vede eseguito di sopra, nel qual modo deesi operare per qualsivoglia altra quantità, e specie.

Modo di conoscere i numeri quadrati per pratica.

Qualunque numero quadrato non può mai avere a destra altro che 1, 4, 5, 6, 9, e 0. [117]

Quei, che hanno in tal luogo 1, 4, e 9, bisogna che la susseguente figura sia numero pari ovvero un zero.

Quel-

Quelli che hanno in detto luogo il 5, biſogna che loro ſiegua il 2.

Quelli che hanno il 6 biſogna, che loro ſiegua numero diſpari.

Quelli che hanno il zero, biſogna, che tengano a deſtra un numero pari di zeri, e che i numeri ſuſſeguenti dopo gli zeri, abbiano le condizioni ſopradette, cioè che ſiano 1, 4, 5, 6, e 9, e ſe foſſero 1, 4, ovvero 9 la ſuſſeguente figura ſia pari, ſe poi ſiegue il 6, allora dee ſeguire numero impari, e ſeguendo un 5, ſiegua il 2, come ſi diſſe di ſopra.

I numeri, che non avranno le ſuddette qualità, diremo non eſſere quadrati ſenza perder tempo a cercarlo mediante l'eſtrazione della radice; ma avendo le ſuddette qualità poſſono, e non poſſono eſſere quadrati, nel qual caſo biſogna eſtraere la ſua radice per certificarſene.

Per conoſcer poi ſe un rotto è quadrato, allora quando il numeratore, e il denominatore non ſono numeri quadrati, mentre allora il rotto è quadrato, come queſto $\frac{28}{63}$ moltiplicaſi il numeratore 28 pel denominatore 63, che il prodotto 1764 è un numero quadrato, dunque il ſuddetto rotto è quadrato, perchè la radice del 1764 è 42.

CAPITOLO III.

Altro modo di eſtraere la radice quadrata.

Sia come ſopra il numero 2223081 da eſtraervi la radice quadrata, puntate le figure all'uſo ſolito, ſi proſeguiſca ad eſtraere la radice nel ſeguente modo.

Trovaſi la proſſima radice del primo membro 2, che è 1, e ſi ſcrive, e ſotto ſcrivaſi all'uſo ſolito la differenza del ſuo quadrato, che è 1, dietro a queſta ſe gli ſcrivano le figure del ſecondo membro, e verrà 122; moltiplicaſi poi la radice trovata, cioè 1, ſempre per 20, per regola generale, come ſi vede a ſiniſtra, e fa 20, queſto 20 vedaſi quanto cape nel 122, a uſo di danda, e vi cape 4 volte, il quale ſi ſcrivi per la ſeconda figura radicale, moltiplicaſi poi il 4 per 20, levando il prodotto dal 122 a uſo di danda, e reſta 42, da queſto ſe gli leva il quadrato del 4, ultima figura radicale che è 16, e ne reſta 26, dietro a queſto ſe gli ſcrivano le figure del ſuſſeguente membro, e fa 2630; moltiplicaſi, come prima la radice 14, fin'ora ritrovata per 20, che dà 280, il quale all'uſo di danda, come ſopra, cape 9 volte nel 2630, e

```
  20     .  .  .  .
   1     2 2 2 3 0 8 1
 ----    1   4   9   1
  20
 ----    1 2 2
  14       4 2
  20       1 6
 ----
 280       2 6 3 0
 ----        1 1 0
 149           8 1
  20         -----
 ----        2 9 8 1
 2980              1
                 -----
                   1
                 -----
             0 0 0 0
```

9 è

9 è la terza figura radicale, e avanza 110, dal quale come sopra levato il quadrato dell'ultima figura radicale 9, che è 81, resta 29, al quale aggiunte le figure dell'ultimo membro dà 2981, e moltiplicata la radice 149 per 20, da 2980, che entra in 2981 una volta, che è l'ultima figura radicale, e avanza 1, dal quale levato il quadrato dell'1, ultima figura radicale resta nulla, onde ne viene, come sopra la radice 1491.

Nello stesso modo deesi sempre fare in qualunque quantità di numeri, o figure, come da se è chiaro, senza altri esempj. Questo modo è quello stesso, il quale abbiamo insegnato avanti per quello riguarda il di lui fondamento, in altro non variando, che nella pratica, come senza molto studio può ravvisare il nostro Aritmetico.

Se poi estratta la radice vi avanzasse qualche numero, con questo si forma il rotto, nel modo insegnato nell'altra maniera di estraere la radice, o pure si lascia tale qual è, notandolo col nome di *avanzo*. 118

CAPITOLO IV.

Altro modo brevissimo di estraere la radice quadrata.

Sia dato il numero 567257, da estraerne la radice qua[dr]ata; puntati questi al solito, piglieremo la radice del primo membro 56, che è 7, il di cui quadrato 49, levato dal 56 resta 7, il quale si scrive a suo luogo, cioè sotto il 6, poi a questo avanzo 7, accompagneremo colla mente il susseguente 7, e farà 77, nel quale si vegga quante volte entra la radice trovata, con condizione, che dal restante accompagnato col 2 superiore, susseguente, e puntato, vi si possa levare il quadrato della metà del numero, delle volte, che il 7 entra nel 77, lo che trovato deesi porre la metà sola, per la susseguente figura radicale; onde per ciò fare diremo il 7, in 77,

```
  .   .   .
5 6 7 2 5 7
  7   5   3 124/753
  ---------
  7.
  --
  47
  --
avanzo 248
       ---  cioè 124/753
      1506
```

entra 11 volte, ma perchè non occorre a provare i numeri impari, perchè la loro metà non è numero intiero, dunque diremo il 7, in 77, entra 10 volte, e resta 7, che col 2 fa 72, dal quale si può levare abbondantemente il quadrato del 5, metà del 10 trovato; onde porremo 5 metà del 10, per la susseguente figura radicale, per trovar poi l'avanzo moltiplicheremo questo 5 in se stesso, che fa 25, il quale si cava dal 2 puntato, cioè dal 32, ad arrivare al quale manca 7, scrivasi il 7, sotto di una riga, e si ponga diritto al 2 puntato, e si porta 3, poi si moltiplichi il doppio del 5 trovato, cioè 10 in 7, o radice fin'allora ritrovata, dicendo 7, via 10 70, e 3 che si porta fa 73, che per giungere

gere

gere al 77, cioè al primo avanzo 7, unito coll'altro 7, posto avanti del 2 puntato, manca 4, il quale si scrive avanti al 7, e ne viene l'avanzo 47, il quale inteso accompagnato col 5 susseguente superiore fa 475, nel quale vedremo quante volte v'entra il 75, radice fin'allora ritrovata, dicendo il 7, in 47, entra 6 volte, e avanza 5, che col 5 fa 55, nel quale, il 5 entra pure 7 volte, e avanza molto; onde si prova ponendo la metà di esso 6, cioè 3 sotto il 7 puntato, poi come sopra si dice 3 via 3 fa 9, che per andare nel 7 puntato, cioè nel 17 manca 8, che si scrive, come si vede di sopra, e porta 1, poi si moltiplica il doppio del 3, cioè 6, colla radice 75, fin'allora trovata, dicendo 5 via 6, 30, e 1 che si porta fa 31, che per giungere al 5, cioè a 35 resta 4, che si scrive, e portasi 3, poi si dice 6 via 7, 42, e 3 che si porta fa 45, che per giungere a 47 resta 2, che pure si scrive dietro agli altri numeri, e avanza 248, al quale postovi sotto il doppio del 753, radice trovata da tutto il rotto $\frac{248}{1506}$, che schifato dà $\frac{124}{753}$, onde la prossima radice cercata del dato numero 567257 sarà 753 $\frac{124}{753}$, e nello stesso modo dovrebbesi proseguire, se più fossero le figure da cavarne la radice, la qual cosa benchè a prima vista paja difficile, ciò però non è a chi ne farà la pratica, ma gli riescirà di somma facilità, e brevità, come si propose.

Deesi avvertire, che se la suddetta, o altre estrazioni di radici quadrate fossero radici di un numero di Fanti, o Soldati, da porre in ordinanza, o simili, allora non si forma rotto, ma nel suddetto esempio si direbbe, che avanzano Soldati 248; perchè se il quesito dicesse un Capitano ha 567257 Soldati da porre in ordinanza quadrata, cercasi quanti ne dovrà porre per fila, allora cavata la radice si vede, che dee porne 753 per ogni fila, e ne avanzano 248 Soldati.

CAPITOLO V.

Modo di estraere la radice quadrata, mediante i logaritmi.

119 MEdiante le Tavole de' Logaritmi, che mostrammo servire per fare le divisioni, e le moltiplicazioni de' numeri, si possono ancora estraere le radici quadrate di qualsivoglia numero, operando nel seguente modo.

Sia dato verbigrazia il numero 4624 da estraervi la radice quadrata, trovasi questi nella Tavola, o Canone logaritmico, e nella prima colonna dei numeri assoluti, incontro alla quale trovasi nell' altra colonna il suo corrispondente logaritmo, che è 3. 6650178, il quale si divide per metà, e ne viene 1. 8325089, che è il logaritmo della cercata radice, perciò cercato questi nella colonna dei logaritmi vi si trova all'incontro di esso nella sua corrispondente colonna dei numeri assoluti, il numero 68, radice ricercata.

Se poi il dato numero da estraere la radice, non fosse quadrato

to perfetto, e perciò non si trovasse nei logaritmi la metà del suo logaritmo, cioè il logaritmo della sua radice, allora si prenderà il prossimo minore, e poi se ne avrà il suo residuo, operando come siegue.

Sia dato verbigrazia il numero 8739 da estraervi la radice quadrata, trovasi il suo logaritmo, che è 3.9414617, la di cui metà è 1.9707308, non computando la frazione, trovasi questo nei logaritmi, e perchè non v'è preciso, si trovi il prossimo minore, che è 1.9684829, all'incontro del quale sta per numero assoluto il numero 93, che è la radice intiera cercata, ma per non essere il numero dato quadrato perfetto, vi sarà un residuo, o rotto, il quale si trova, moltiplicando il 93, per 93, con facilità, mediante li stessi logaritmi, nel modo insegnato nella moltiplicazione, e ne troveremo il prodotto 8649, il quale levato dal dato 8739, dà 90, rimanente ricercato, col quale poi se si vuol fare il rotto se gli porrà sotto il doppio della radice 93, trovata quì un'unità, come abbiamo detto altre volte, e ne verrà $\frac{90}{186}$, cioè $\frac{15}{31}$; onde la radice prossima di 8739, sarà 93 $\frac{15}{31}$, come si cercava, nel qual modo pure deesi fare di qualsivoglia altro numero dato, come da se è manifesto. Chi più a fondo vuol vedere queste cose, legga gli Autori, che hanno scritto dei logaritmi, e loro uso, come sono il Nepero, l'Ulacq, il Cavalieri, il Rondelli ec.

CAPITOLO VI.

Modo facile di cavare la radice quadrata di qualsivoglia numero con la sola somma, ovvero con la sola sottrazione.

IL Celebre Padre Lana Gesuita, nel suo Prodromo, al Capitolo ventesimoterzo, insegna il modo di estraere la radice quadrata, con la sola somma, ovvero con la sola sottrazione, la qual cosa per esser di molta facilità, e per non mancare in alcuna cosa, ch'io sappia, l'ho posta quì tal, e quale fu scritta dal suo Autore, che parla nel seguente modo. 110

„ Acciò meglio s'intenda questa mia invenzione, devo premet-
„ tere alcune proprietà dei numeri quadrati, e delle radici d'essi.

„ La prima proprietà degli numeri perfettamente quadrati è,
„ che la differenza tra l'uno, e l'altro prossimo maggiore, o mi-
„ nore, è sempre un numero impari, come si vede negli nume-
„ ri quadrati seguenti.

„ Radici 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
„ Quadrati 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100.
„ Differenze 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

„ La seconda proprietà è che le differenze crescano con propor-
„ zione Aritmetica, sicchè la seconda differenza sia maggiore del-
„ la prima di due unità, e finalmente la terza, della seconda ec.
„ come si vede nelle poste differenze 3. 5. 7 ec.

,, La terza proprietà nasce da questa seconda, ed è che dupli-
,, candosi la radice quadra di alcun numero quadrato, ed al nu-
,, mero prodotto aggiungendo un'unità, si ha la differenza tra esso
,, numero quadrato, e l'altro prossimo maggiore; onde tal diffe-
,, renza aggiunta al quadrato minore ci dà il quadrato maggiore,
,, cioè la radice del numero quadrato 4, che è 2, duplicata, ed
,, aggiunta un' unità, si ha la differenza 5, che aggiunta al 4,
,, ci dà il numero 9 prossimo maggiore. All'incontro se dupliche-
,, remo la radice di alcun numero quadrato, e dal prodotto le-
,, veremo un'unità, avremo la differenza tra esso quadrato, e l'al-
,, tro prossimo minore, la quale detratta dal quadrato maggiore
,, avremo nel residuo il quadrato prossimo minore; così duplica-
,, ta la radice 3, del quadrato 9, leveremo 6, da cui levata un'uni-
,, tà resterà 5, cioè la differenza tra 9, e l'altro quadrato mi-
,, nore 4.

,, La quarta proprietà nasce dalla precedente, ed è che se noi
,, divideremo la differenza tra i due numeri quadrati prossimi (la
,, quale come si è detto è sempre un numero impari) avremo due
,, numeri l'uno maggiore dell'altro di una sola unità; ed il mag-
,, giore sarà la radice del quadrato maggiore, siccome il minore è
,, la radice del quadrato minore; così la differenza tra 4, e 9,
,, che è 5, divisa ci dà 2, e 3, che sono le radici di 4, e di 9.

,, Posto questo si proponga un numero, di cui si cerca la radi-
,, ce quadrata; quale per ritrovare suppongo che ci sieno note al-
,, cune radici di numeri perfettamente quadrati facilissime. Per
,, cagion di esempio ogni uno sa, che 10 è radica di 100, che 20
,, è radice di 400, che 30 e radice di 900, e 40 è radice di 1600 ec.
,, Sia dunque proposto il numero 532, di cui cercasi la radice qua-
,, dra. Prendasi un numero quadrato degli già rotti, il quale sia
,, minore del numero proposto 532, e questo sia per esempio 400,
,, di cui sappiamo, che la radice è 20. La differenza tra il quadra-
,, to 400, ed il prossimo maggiore per le cose sopraddette sarà 41,
,, cioè il composto della radice 20, del numero quadrato 400, e
,, della radice 21 del numero quadrato prossimo maggiore; que-
,, sta differenza 41 si aggiunga al quadrato 400, ed averemo 441.
,, Di nuovo la differenza tra 441, la di cui radice è 21, ed il qua-
,, drato seguente, la di cui radice è 22, sarà 43, questa aggiun-
,, ta al quadrato 441, avremo 484, similmente la differenza tra
,, 484, ed il quadrato seguente sarà 45, cioè maggiore due uni-
,, tà della precedente, la quale aggiunta a 484 avremo 529, che
,, sarà il numero quadrato prossimo minore del numero proposto
,, 532, la di cui radice è 23; detratto dunque 529 dà 532, re-
,, sta 3, con cui si forma il rotto, essendochè il numero propo-
,, sto non è quadrato perfetto.

,, Ma

„ Ma più facilmente faremo l'operazione in questo modo. Ri-
„ trovata la differenza tra il numero quadrato preso 400, e l'al-
„ tro prossimo maggiore, quale sappiamo essere 41, questa scri-
„ veremo a parte, e sotto di essa l'altre differenze per ordine,
„ una maggiore dell'altra di due unità, come vedesi nell'esempio
„ qui posto; dopo aggiungeremo la prima differenza, che è 41,
„ al quadrato 400, al prodotto 441, aggiungeremo l'altra dif-
„ ferenza 43, e così seguiteremo, finchè avremo un numero prossi-
„ mo minore, al numero proposto 532, poichè l'ultima differen-
„ za aggiunta indicherà dall'altro lato la radice del numero che
„ si cerca.

Radici	Differenze.
20.	400.
21.	41.
22.	43.
23.	45.
24.	47.

532. Quadrato.
23. Radice.

„ Il simile si può fare per mezzo del-
„ la sottrazione; poichè se noi dovremo
„ ritrovare la radice del numero 289,
„ potremo pigliare un numero quadrato
„ maggiore degli già noti con la sua ra-
„ dice; per esempio l'istesso quadrato
„ 400, la di cui radice nota è 20, e la
„ differenza tra esso, ed il quadrato pros-
„ simo minore, per le cose già dette sa-
„ rà 39, questa sottratta da 400 resterà 361; di nuovo la differen-
„ za tra 361, la cui radice è 19, l'altra differenza prossima mi-
„ nore è 37, la quale levata da 361 resterà 324; similmente da
„ questo levata l'altra differenza 35, resterà il quadrato 289, on-
„ de la sua radice sarà 17.

„ Operasi dunque nel modo, che si è detto di sopra, scrivendo
„ le radici minori, e minori sotto il quadrato preso 400, ed in
„ vece di aggiungerle si sottraggano, come si vede nell'esempio
„ qui posto.

Radici	Differenze.
20.	400.
19.	39.
18.	37.
17.	35.

Quadrato 289
Sua radice 17

„ Con questa operazione sarà facilis-
„ simo il ritrovare la radice di qualsivo-
„ glia numero; poichè potremo prende-
„ re qualsivoglia altro numero quadra-
„ to, di cui sia nota la radice, ed il qua-
„ le non molto maggiore, nè molto
„ minore del numero proposto; se è mi-
„ nore si opererà con la prima regola
„ della somma; se è maggiore si opererà con la seconda della sot-
„ trazione: onde non sarà mai difficile il trovare facilmente un nu-
„ mero quadrato, vicino al proposto, che ci serva di strada per
„ arrivare alla radice che si cerca; schivando con ciò tutte le ope-
„ razioni laboriose e difficili delle divisioni, e moltiplicazioni, che
„ si sogliono adoperare, nel modo ordinario di cavare la radice
„ quadra. E per avere un numero prossimo maggiore, o minore a
„ quello di cui si cerca la radice, avvertasi di pigliare un numero

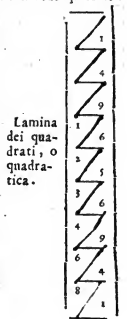
„ quadrato , la cui radice abbia tanti caratteri , quanti sono i
„ punti, che si noterebbero nel numero di cui si cerca la radice,
„ se avessimo a cavar la radice da esso , nella forma ordinaria.

CAPITOLO VII.

Uso delle lamine della Tavola Pittagorica, nelle estrazioni delle radici quadrate.

OLtre di avere preparate le lamine della Tavola Pittagorica, separate e fatte nel modo, che insegnammo nella moltiplicazione; deesi ancora averne preparata un'altra , nella quale sieno notati dopo l'unità gli otto primi quadrati, con questa legge, che quando il quadrato è di una sola figura , questa si scrivi nel triangolo inferiore; quando è di due, la prima si scrivi nel triangolo inferiore, e la seconda nel superiore; ciò fatto, questa chiamasi la *lamina de' quadrati, o quadratica*, la quale si vede quì sotto.

121

122 L'uso poi nell'estrazione della radice quadrata è questo. Sia dato verbigrazia il numero 875432, posto di sopra, da estraervi la radice quadrata; Si estragga la radice dall'ultimo membro 87, all'uso solito, la quale è 9, e ne resta 6, che col membro susseguente 54 fa 654, poi si prenda il doppio della radice fin'ora trovata, che essendo 9, il suo doppio è 18, il qual numero si trovi nel capo di una delle lamine della Tavola Pittagorica, lo che si avrebbe, se fosse composto di una sola figura, ma per essere composto di due, si prendano due lamine della Tavola Pittagorica , una delle quali abbia l'1 , e l'altra l'8, nei loro vertici , a destra delle quali se gli dee applicare la lamina quadratica, ed a sinistra la lamina degli esponenti , o numeri semplici, nel modo stesso, che usasi nella moltiplicazione, come si vede nell'esempio seguente.

Lamina dei quadrati, o quadratica.

1
4
9
1 6
2 5
3 6
4 9
6 4
8 1

```
8 7 5 4 3 2
  9   3   5 1207/1870
-----------
  6 5 4
  1 0 5 3 2
    1 2 0 7
    -------
    1 8 7 0
```

Osser-

1	1	8	1
2	2	1 6	4
3	3	2 4	9
4	4	3 2	1 6
5	5	4 0	2 5
6	6	4 8	3 6
7	7	5 6	4 9
8	8	6 4	6 4
9	9	7 2	8 1

8 7 5 4 3 2
9 3 5 1207/1870
6 5 4
1 0 5 3 2
1 2 0 7
1 8 7 0

Osservasi poi in qual ordine trovasi un numero uguale, o prossimamente minore del membro 654, lo che trovasi nel terzo ordine, il quale sommato nel modo, che s'insegnò nella moltiplicazione fa 549, il quale si leva a mente, dal numero 654, e ne resta 105, onde nella susseguente figura radicale, si ponga il 3, numero che mostra nella lamina degli esponenti, l'ordine, dal quale si è avuto il 549; dietro poi al 105, se gli aggiunga al solito il numero 32, e ne viene 10532, poi si duplichi la radice fin' ora trovata, che per essere 93, il suo doppio sarà 186; trovasi poi tre lamine della Tavola Pittagorica, che abbiano nel suo vertice i suddetti numeri 1, 8, e 6, e si pongano per ordine, cioè prima quella dell' 1, poi quella dell'8, e dopo quella del 6, apponendovi a destra, come sopra la lamina quadratica, ed a sinistra quella degli esponenti, come si vede nell' esempio seguente.

Of-

1	1	8	6	1
2	2	1/6	1/2	4
3	3	2/4	1/8	9
4	4	3/2	2/4	1/6
5	5	4/0	3/0	2/5
6	6	4/8	3/6	3/6
7	7	5/6	4/2	4/9
8	8	6/4	4/8	6/4
9	9	7/2	5/4	8/1

8 7 5 4 3 2
9 3 5 $\frac{1207}{1870}$

6 5 4
1 0 5 3 2
1 2 0 7

1 8 7 0

Osservisi poi in qual ordine si rilevi un numero uguale, o prossimamente minore del membro 10532, lo che trovasi nel quinto ordine; onde si scrive il 5 pel primo numero della radice, ed il numero 9325, che si rileva nel detto quinto ordine, si levi dal membro 10532 a mente, e ne resta 1207, sotto del quale all'uso solito se gli ponga il doppio della radice, fin'ora trovata, che è 1870, e ne avremo la radice 935 $\frac{1207}{1870}$ del dato numero 875432, estratta mediante la Tavola Pittagorica, come si voleva; e nello stesso modo si proseguirebbe l'operazione, se altri membri vi fossero, come da se, e da quello si è detto resta manifesto.

AVVERTIMENTO.

Nell'estraere le radici quadrate, medianti le lamine della Tavola Pittagorica, alcune volte può occorrere, che debbasi replicare la stessa lamina, come se il doppio della radice fosse verbigrazia 338, ovvero 5544, ed altri simili, per la qual cosa deonsi avere le stesse lamine, più volte replicate, per potersene servire, occorrendo, come è manifesto.

CAPITOLO VIII.

Delle estrazioni, delle radici quadrate dei rotti, e degli intieri, e rotti.

Rotto quadrato, diceſi quello, che ha il numeratore, ed il denominatore, che sono numeri quadrati, e quando, o l'uno, o l'altro, ovvero amendue non fossero quadrati, allora il rotto non è quadrato.

Deesi

Deesi prima di estraere la radice di un dato rotto, quando però non sia allora rotto quadrato, schifarlo se si può, per ridurlo a termini minimi, perchè alcuni rotti non schifati potriano parere non quadrati, benchè lo sieno, come $\frac{8}{18}$, il quale in tal modo non mostra di esser quadrato per avere il numeratore, e denominatore non quadrati, nondimeno perchè schifato è uguale a $\frac{4}{9}$ che ha il numeratore, e denominatore quadrato, perciò il dato rotto è quadrato; onde per conchiudere, che un rotto non sia quadrato, bisogna, che ancora tale sia ridotto a minimi termini, cioè schifato. Può darsi ancora, che un rotto non schifato, sia quadrato, per avere il numeratore, e il denominatore quadrati, come $\frac{16}{36}$, che è quadrato, ma lo è ancora schifato, che dà $\frac{4}{9}$, pure quadrato.

Per estraere la radice quadrata di un numero rotto quadrato, verbigrazia da $\frac{16}{25}$, ciò si ha estraendo la radice dal numeratore 16, che è 4, il quale si scrive, come nuovo numeratore, e poi per denominatore, se gli pone la radice 5, del denominatore 25, lo che fatto ne viene $\frac{4}{5}$, radice quadrata del dato rotto $\frac{16}{25}$, nel qual modo deesi fare di qualunque altro.

Quando poi il dato rotto non sarà quadrato, come se fosse verbigrazia $\frac{29}{48}$, estratta la radice, dal numeratore 29, dà $5\frac{4}{10}$, cioè $\frac{2}{5}$, e la radice del denominatore 48, dà $6\frac{12}{13}$; onde la radice del dato numero $\frac{29}{48}$, secondo il metodo di sopra sarà

$$\frac{5\frac{2}{5}}{6\frac{12}{13}}$$

In simili casi però vi sono due pratiche migliori, e sono le seguenti. La prima è di moltiplicare il numeratore, ed' il denominatore del dato rotto, uno coll' altro, e dal prodotto estraerne la radice; poi dividere il numeratore del dato rotto, per la radice trovata, lo che fatto il quoziente mostra la radice scarsa del dato rotto.

Volendo estraere la radice quadrata da $\frac{7}{8}$, si moltiplichi il numeratore, ed il denominatore insieme, che fa 56, la radice del quale è $7\frac{7}{14}$, ora dividasi il numeratore 7, del dato rotto per la radice trovata $7\frac{7}{14}$, che si avrà $\frac{98}{105}$, radice di $\frac{7}{8}$, come si cercava.

L'altra maniera è di fare pure la moltiplicazione del numeratore, e denominatore del dato rotto, ed estraerne la radice del prodotto, la quale poi si divide pel denominatore del dato rotto, mentre il prodotto sarà la radice eccedente del dato rotto.

Essendo da estraere con questo metodo la radice del suddetto $\frac{7}{8}$, moltiplcato 7, via 8 fa 56, la di cui radice è $7\frac{7}{14}$, la quale divisa pel denominatore 8 dà $\frac{105}{112}$, radice che molto s' avvicina all' altra di sopra, cioè a $\frac{98}{105}$, mentre è maggiore di essa solamente $\frac{49}{11760}$, perciò deesi avere in mente, che questa sorta di radici essendo irrazionali, o sorde, è impossibile di averle giustissime,

co-

come altre volte abbiamo detto, egli è ben vero che l'errore è di picciola conseguenza nella pratica.

Si estrae ancora la radice dai rotti, facendo che essa ritenga il denominatore, che aveva prima, o pure il denominatore, mentre dato $\frac{28}{63}$ da estraervi la sua radice quadrata, moltiplicasi il numeratore 328, pel denominatore 63, e dal prodotto 1764, cavata la sua radice questa è 42, onde ritenendo il denominatore di prima sarà $\frac{42}{63}$, ovvero ritenendo il primo numeratore sarà $\frac{28}{42}$, eguale a $\frac{2}{3}$, radice quadrata del dato rotto $\frac{28}{63}$, che è lo stesso che $\frac{4}{9}$.

Per estraere poi la radice quadrata da qualsivoglia numero composto d'intiero, e di rotto, ciò si ha riducendo ogni cosa in rotto, e se il rotto provenuto avrà il numeratore, ed il denominatore quadrato, ciò mostrerà che l'intiero, e rotto è numero quadrato; estraggasi poi da questo rotto quadrato, o non quadrato, che sia la sua radice in uno dei modi suddetti, che sarà la radice ricercata. Come per esempio volendo sapere il lato di un quadrato, la di cui superficie sia verbigrazia $52\frac{3}{4}$, si riduce il $52\frac{3}{4}$ in quarti, che fa $\frac{211}{4}$, la radice del qual rotto trovata nel primo modo di sopra dà $7\frac{451}{1714}$, come si voleva.

Quando poi l'intiero, e rotto da estraervi la radice fosse composto di parti minime accompagnate con rotto, allora si riduce ogni cosa in rotto, e poi dal rotto provenuto se ne cava la radice nel modo insegnato, lo che fatto avremo la radice ricercata, come si vede nel seguente esempio.

QUESITO.

V'è un giardino di figura quadrata, che è di superficie piedi quadrati 190, oncie 21, punti 8, e $\frac{1}{9}$. Cercasi il di lui lato?

pie. on. pun.
190: 21: $8\frac{1}{9}$
144
27381
144
109532
383334
3942872
9
$\frac{35485849}{9}$

La radice del rotto $\frac{35485849}{9}$ è $\frac{5957}{3}$

3 | 5957
12 | $1985\frac{2}{3}$
12 | 165: $5\frac{2}{3}$

La suddetta radice è piedi 13: 9: $5\frac{2}{3}$

3 5 4 8 5 8 4 9
5 9 5 7

109 —— 1048
1185 —— 6758
11907 —— 83349
0000

Ri-

Ridotti dunque i piedi 190:21:8 $\frac{1}{9}$, in noni dà il rotto $\frac{35485849}{9}$, del quale la sua radice quadrata è $\frac{5957}{3}$, che ridotta nelle sue specie dà piedi lineari 13:9:5 $\frac{2}{3}$, misura del lato ricercata.

Dalle suddette cose si conosce, come si possono estraere le radici quadrate sì d'intieri, che d'intieri, e rotti, ed ancora d'intieri con parte minime, e rotto mediante le altre maniere descritte, mentre riducendosi ogni cosa in rotto, o in parti minime, altro poi non si fa che estraere la radice dagli intieri, come si è veduto, onde tutti i metodi avanti insegnati, sono a proposito per estraere qualsivoglia radice, come è chiaro.

CAPITOLO IX.

Delle estrazioni delle radici quadrate dai rotti, o particole decimali.

103

L'Estrazione della radice quadrata dai rotti, o particole decimali, si fa nello stesso modo, che se fossero intieri, come siegue.

Se il massimo segno dei dati decimali è pari, estraggasi da essi la radice, come se fossero intieri, e la prima figura radicale si noti colla metà del segno massimo dei dati decimali, e si proseguisca a notare gli altri, sempre scadendo un'unità, come mostra il seguente esempio.

QUESITO.

Cercasi quanto sia il lato di un quadrato, il quale si sa essere pertiche quadrate di Ravenna 154, piedi 50, e oncie 49?

```
              II  IV
     .  .  .  .
     1 5 4 5 0 4 9
             I  II
     1   2   4   3
     -------------
22      54
244     1050
2483      7449
          0000
```

Disposta la quantità data, come un sol numero dà 1 5 4, 50, 4 9 (con II sopra 50 e IV sopra 49), che per essere misure quadrate, i piedi 50 saranno $\frac{50}{100}$ e le oncie 49, saranno $\frac{49}{10000}$, mentre 100 piedi quadrati fanno una pertica quadrata, e 10000 oncie fanno la stessa pertica quadrata; onde ne dee recar meraviglia se sono notati coi segni II, e IV, che pare la serie interrotta, mentre è lo stesso, che se fossero scritti così 1 5 4, 5 0, 4 9 (con I II III IV sopra 5 0, 4 9); estratta poi la radice dal dato numero 1545049 dà 1 2 4 3 (con I II sopra 4 3), dove come dicemmo, il primo numero 3, si segna con la metà del segno massimo del decimale, da cui si estrae la radice, che per esser IV, dà II; onde il 4, susseguente dovrà segnarsi I, e ne avremo pertiche 12, piedi 4, e oncie 3, misura del lato ricercata.

Deesi avvertire, che nel suddetto quesito di pertiche, piedi, e oncie (ed ancora punti se ve ne fossero) quadrate, quando le parti minime fossero composte di una sola figura, come se fossero Pertiche 154, piedi 8, e oncie 9, allora deesi aggiungere un ze-

ro a sinistra delle parti minime, così 1 5 4 0 8 0 9 (I II III IV), e questo perchè non resti interrotta la serie de' decimali, ed ancora perchè le suddette misure quadrate vanno di 100, in 100. Se poi vi mancasse una delle parti minime fra mezzo, come se fossero pertiche 154, e oncie 9, allora nel luogo de' piedi se le porranno due zeri così 1 5 4 0 0 0 9 (I II III IV), e poi fare l'estrazione della radice, e questo per le ragioni dette di sopra.

Se poi fosse dato un numero decimale, il di cui segno massimo fosse impari, vi si aggiunga un zero, e facciasi pari, dal quale poi si estragga la radice come sopra, che ne avremo quello, che si cerca.

```
  I II III IV
  2 0 2 5 0
    I   II
  1 4   2
  ---------
24  1 0 2
282   6 5 0
       II IV
```

avanza 8 6, ovvero $\frac{86}{10000}$ del tutto, oppure $\frac{86}{284}$ di oncia,

Come per esempio se volessimo la radice quadrata, cioè il numero, che moltiplicato in se stesso produce pertiche lineari di Ravenna 2, piedi 0, onc. 2, e pun. 5, che si scriverà così 2 0 2 5 (I II III), nel qual caso perchè il massimo segno è impari, cioè III, vi si aggiungerà un zero, e si fa pari, onde verrà 2 0 2 5 0 (I II III IV), come si vede di sopra, dal qual poi levata la radice nel modo insegnato ne viene 1 4 2 (I II), cioè pertiche 1, piedi 4, e oncie 2, e avanza 86, dei quali due numeri, il primo 6 si segna col segno massimo del numero dato, e gli altri sempre calandone uno gradatamente, e ne verrà 8 6 (III IV), che è lo stesso, che $\frac{86}{10000}$ del tutto, che poi volendolo dell'antecedente decimale sarebbe lo stesso 8 6, col doppio della radice 142, per denominatore, cioè $\frac{86}{284}$, il quale se si vuole si può ridurre in punti, come abbiamo insegnato avanti, onde tutta la radice è pertiche 1, piedi 4, oncie 2, e $\frac{86}{284}$, come si voleva, e nello stesso modo deesi sempre operare nell'estrazione delle radici quadre dei rotti, o particole decimali.

Se fosse dato un numero, il quale consti di un'unità accompagnata con una quantità di zeri, in numero pari, come questo 10000, si scriverà l'unità accompagnata con la metà dei zeri, che accompagnano l'unità del numero, da cui deesi levare la radice, che nel nostro caso sono due, onde ne verrà 100, per la radice quadrata del dato numero 10000.

Dal-

Dalle cose suddette si conosce, che dato un rotto decimale, come $\frac{6724}{10000}$, cioè $\overset{I}{6}\ \overset{II}{7}\ \overset{III}{2}\ \overset{IV}{4}$, si ha brevemente la sua radice quadrata, coll'estraerla dal numeratore 6724, che è 82, segnando la prima figura della radice colla metà del segno massimo del numero, cioè col II, e poi col I, onde ne verrà $\overset{I}{8}\ \overset{II}{2}$, cioè $\frac{82}{100}$, radice ricercata. Quando poi il dato decimale avesse il segno massimo impari, come se fosse $\frac{625}{1000}$, cioè $\overset{I}{6}\ \overset{II}{2}\ \overset{III}{5}$, allora vi si aggiunge un zero per fare il massimo segno pari, così $\overset{I}{6}\ \overset{II}{2}\ \overset{III}{5}\ \overset{IV}{0}$, la di cui radice sarà 77, cioè $\overset{I}{7}\ \overset{II}{7}$, che vale a dire $\frac{77}{100}$, e vi resta 321, che segnato all'uso solito dà $\overset{II}{3}\ \overset{III}{2}\ \overset{IV}{1}$, cioè $\frac{321}{10000}$ del tutto, ovvero $\frac{321}{154}$ di centesimo, come avvisammo di sopra.

Si potrebbe ancora fare l'estrazione delle radici quadrate, e cube, e di qualsivoglia altra potestà, coi decimali per quei Popoli, che non adoprano essi decimali, basta calcolarne le sue rispettive tavole, lo che quì non s'è fatto per non esser esse radici di grand'uso nell'Aritmetica, come pure perchè da quello si è detto può il nostro Aritmetico calcolarne da se, e servirsene nella maniera fin'ora spiegata, come da se è chiaro.

CAPITOLO X.

Modo di approssimarsi alle vere radici dei numeri non quadrati.

SE nell'estrazione della radice quadrata, dopo l'ultima sottrazione vi sia di più alcun numero, sarà certo, che il numero, la di cui radice si cerca, non è quadrato, e che non averà la sua precisa radice, (lo che succede ancora in qualunque altra potestà, come si vedrà a suo luogo) si può nondimeno trovare una radice, che alla vera, ed impossibile s'accosti sempre più, e sempre più in infinito, cioè che dalla vera, ed impossibile differisca di una quantità minore di qualunque data in modo, che tal radice in se stessa moltiplicata produca un quadrato dal vero differente di una quantità minore di qualunque data, e la maniera di ciò avere si eseguisce in più modi, come si vede quì appresso; e questi modi dagli Aritmetici vengono chiamati *estraer la radice per approssimazione*. 123

Il modo di trovare nelle radici eccedenti, il rotto più prossimo alla vera radice, ma sempre eccedente, cioè maggiore del dovere si ha nel seguente modo.

Sia dato il numero 44, la di cui radice eccedente è $6\frac{8}{12}$, cioè $6\frac{2}{3}$, questo $6\frac{2}{3}$ si moltiplichi in se stesso, e dà di più del dovere, cioè più di 44, $\frac{4}{9}$; raddoppiasi la radice $6\frac{2}{3}$, che fa $13\frac{1}{3}$, col quale dividasi la differenza $\frac{4}{9}$, e il quoziente $\frac{1}{30}$ si levi dalla

radice $6\frac{2}{3}$, che il rimanente $6\frac{19}{30}$, sarà la radice eccedente di 44, più prossima della prima $6\frac{2}{3}$. Se poi si vuole ancora più prossima, si faccia la stessa operazione di sopra, cioè si moltiplichi quest'ultima radice prossima trovata, cioè $6\frac{19}{30}$, in se, che dà più del vero, cioè più di 44, $\frac{1}{900}$. Raddoppiasi la radice $6\frac{19}{30}$, che fa $13\frac{4}{15}$ con questo dividasi la differenza $\frac{1}{900}$, e il quoziente $\frac{1}{11940}$ levasi dalla radice $6\frac{19}{30}$, mentre il rimanente $6\frac{7561}{11940}$, è la radice eccedente più prossima di $9\frac{19}{30}$; e nello stesso modo si può seguire in infinito sempre più accostandosi alla vera radice, benchè mai non sia possibile perfettamente giungervi; è ben però vero, che operando in tal modo sarà eccedente dal vero di una quantità così minima, che nella pratica si giudica di niun momento.

Se poi si fosse estratta dal suddetto 44, la radice nel secondo modo insegnato, cioè che la radice sia scarsa, o minore del dovere, la qual radice nel suddetto modo è $6\frac{8}{13}$, per trovarla più prossima, ma però sempre scarsa si operi così. Si moltiplichi in se la radice trovata $6\frac{8}{13}$, che dà $43\frac{129}{169}$, il quale levato dal vero, cioè da 44 vi manca $\frac{40}{169}$, questi si divida pel numero, che nasce dalla somma della radice $6\frac{8}{13}$, e dal numero intiero susseguente, cioè di 7, che fa $13\frac{8}{13}$, lo che fatto dà di quoziente $\frac{40}{2301}$, il quale aggiunto alla radice prima $6\frac{8}{13}$ dà $6\frac{112}{177}$, che sarà la radice scarsa del detto numero 44, più prossima della prima radice $6\frac{8}{13}$. Se poi si vuole ancora più prossima si applichi la stessa operazione, cioè si moltiplichi in se quest'ultima radice $6\frac{112}{177}$, che dà $43\frac{31129}{31329}$, il quale levato dal vero, cioè da 44, vi manca $\frac{200}{31329}$, e questo si divida pel numero, che nasce dalla somma della radice $6\frac{112}{117}$, e dall'intiero susseguente, cioè da 7, che fa $13\frac{112}{117}$, lo che fatto dà di quoizente $\frac{200}{427101}$, il quale aggiunto alla radice prima $6\frac{112}{177}$ dà $6\frac{1528}{2413}$, che sarà un'altra radice scarsa, ma più prossima dell'altra, cioè di $6\frac{112}{177}$; se poi vuolsi ancora più prossima, si faccia la stessissima operazione, la quale può seguirsi in infinito, coll'accostarsi sempre più alla vera radice, come si disse di sopra, e lo stesso deesi eseguire nella approssimazione delle radici dei rotti, e benchè altre maniere vi sieno, ho stimato sufficienti le suddette, come ancora per non esser di molto uso nella sola Aritmetica. Non voglio però mancar d'insegnare la seguente, per esser di tutte la più brieve, e facile, e generale, come si vedrà, la quale è la seguente.

Sia

I II III IV
2 5 0 7 0 0 0 0
I II
5 0 0 6
10006 — 0 0 7 0 0 0 0
I II III IV
avanzo 9 9 6 4

Sia il numero 2507, dal quale estratta la radice, secondo il solito avanzi qualche cosa, per averne una più prossima se gli aggiunga al dato numero tante copie di zeri decimali, quanto si vuole, cioè a due a due, come si vede di sopra, poi dal dato numero, così aggiunto si levi la radice quadrata nel modo già insegnato per estraerla da decimali, mentre le figure radicali 5006, danno la radice più propinqua al vicino impossibile, la quale è 5 0 0 6, cioè $\frac{6}{100}$, e avanza 9 9 6 4, i quai numeri deonsi intendere nel modo stesso, che dicemmo nell'estrazione delle radici de' decimali, benchè si può negligere per esser insensibile.

Se più, e sempre più copie di zeri vi si aggiungeranno nel modo suddetto, sempre più s'avvicinerà alla vera radice in infinito, in modo che la differenza può riuscir minore di qualunque quantità assignabile.

Si può ancora con maggior facilità, benchè poi sia lo stesso, che quello si è detto di sopra, trovare il rotto della radice quadrata, a cui per approssimarvisi si sia aggiunto al numero da estraerla alcune copie di zeri, senza notarvi i segni de'decimali sopra, tagliare a destra della nuova radice trovata tante figure, quanti sono la metà dei zeri aggiunti, e sotto di esse se gli pongano tanti zeri, quante sono le figure tagliate con un'unità avanti, come si vede quì sotto, dove la radice prossima di 357, si è trovata $18\frac{894}{1000}$, senza curar l'avanzo, e sempre più prossima si avrebbe, aggiungendovi più copie di zeri, come si disse di sopra.

	357000000	Radice prossima.
2	1 8 8 9 4	$18\frac{894}{1000}$
36		
376	257	
3778	3300	
	35600	
	167900	
	16764	

Dalle dette cose è manifesto, che si può lo stesso osservare per estraere le radici dai rotti comuni non quadrati coll'aggiungere dei zeri nel detto modo, tanto al numeratore, che al denominatore, se l'uno, e l'altro non è quadrato, ovvero a quello solo, che non è quadrato, se uno lo è.

CA-

CAPITOLO XI.

Prova comune, ed altre prove della estrazione delle radici quadrate.

La prova comune delle radici quadrate è molto facile, mentre altro non bisogna fare se non sè moltiplicare insieme la radice trovata, lasciando il rotto, se vi è, mentre per non potersi avere la radice quadrata perfetta de' numeri non quadrati, sarebbe frustraneo moltiplicare ancora il rotto, mentre mai vi verrebbe il numero, da cui si cavò la radice, come dovrebbe essere se la radice fosse la vera. Moltiplicato dunque assieme il numero intiero della radice, al prodotto deesi aggiungere il numero che vi restò nell' ultimo della estrazione della radice, lo che fatto il numero, che ne proviene, dee riuscire uguale al numero da cui si cavò la radice, lo che succedendo sarà segno, che l' estrazione della radice fu fatta a dovere.

```
                              Prova
     3 7 5 4 8 6               612      Prova del 7   Altra prova del 7
       6   1   2               612       4 | 6               4
     -------------            -----      - | -           3 | 6
121     1 5 4                 1224       2 | 6           - | -
1222      3 3 8 6             612                        3 | 6
  avanzo  9 4 2              3672
                             ------
                             374544
                                942
                             ------
                             375486
```

Quì sopra si vede, che la radice del numero 375486 è 612, e avanza 942, per farne la prova si moltiplichi il 612 in se stesso, e vi si aggiunga l'avanzo 942, lo che fatto ne viene il numero 375486, uguale a quello da cui si cavò la radice, la qual cosa mostra, che l'estrazione fu ben fatta; onde si conosce, che ancora la stessa prova si può fare nelle estrazioni delle radici di parti minime accompagnate ancora con rotti, mentre prima di estraer tai radici si riduce ogni cosa alla parte minima, come s' insegnò di sopra; lo che viene ad esser lo stesso, che se fossero numeri intieri, come da se è chiaro.

Esame delle radici quadrate, medianti le prove del 7, 9 ec.

Per provare medianti le prove del 7, 9 ec. se la suddetta radice 612, coll'avanzo 942 fu legittimamente estratta, ciò si fa col seguente modo.

Vogliasi fare la prova verbigrazia col 7; si trovi la prova dell' avanzo 942, all'uso solito, che dà 4, il quale si nota nel lato sinistro, e superiore della croce, come si vede di sopra, trovasi poi la prova della radice 612, che è 3, questo si quadri, e fa 9, la di cui prova è 2, il quale si pone dalla parte sinistra della croce sotto il 4, poi questi due numeri 2, e 4 sommansi,

mansi, e danno 6, la di cui prova parimente è 6, il quale si scrive a destra della croce, dalla parte superiore, poi trovasi la prova del numero dato, cioè di 375486, che è pure 6, da porre sotto l'altro 6, lo che mostra che l'estrazione fu ben fatta.

La detta prova si può fare ancora così. Trovasi la prova dell' avanzo 942, che è 4, questo pongasi in capo alla croce, come si vede di sopra, facciasi poi la prova della radice 612, che è 3, questo pongasi a destra nell'angolo superiore della croce, e nell' altro angolo sotto di esso se ne ponga un altro, poi si moltiplichino insieme, che fanno 9, a cui s'aggiunga il 4 superiore, e fa 13, la di cui prova è 6, che si pone nell'angolo superiore della croce a destra; facciasi poi la prova di tutto il numero 375486, la quale dee venire ancor essa 6, da porre sotto l'altro 6, e ciò mostrerà che l'estrazione fu ben fatta. Quando poi la radice è perfetta, cioè non vi è avanzo, allora per la prova dell'avanzo si pone un zero.

Deesi però avvertire che le suddette prove del 7, 9 ec. corrono la stessa fortuna, che hanno nelle altre operazioni Aritmetiche, come si mostra addietro.

Esame della radice quadrata, mediante i logaritmi.

Si può ancora fare la prova della radice quadrata, mediante i Logaritmi così. Siasi estratta la radice dal numero 2116, che è 46, si cerchi il logaritmo della radice 46, che è 1. 6627578, questo si duplichi, e fa 3. 3255156. Cercasi questo nei logaritmi, e benchè non si trova preciso, ciò non importa, mentre si troverà di una sola unità maggiore, come si vede nel Canone che vi si trova il logaritmo 3. 3255157, in cambio del suddetto, che è di una sola unità maggiore, contro al quale nella colonna de' numeri assoluti si trova il numero 2116, da cui si cavò la radice, lo che mostra, che l'estrazione fu ben fatta.

Se poi nell'estrazione della radice fosse avanzato qualche numero, questi deesi aggiungere al numero assoluto trovato, lo che fatto la somma dee venire uguale al numero, da cui si cavò la radice per segno, che l'estrazione fu ben fatta, lo che per esser troppo chiaro non abbisogna d'altro esempio.

Dalle suddette cose si conosce, che per fare la prova delle estrazioni delle radici dei rotti, e degli intieri, e rotti, deesi adoperare lo stesso modo, che s'insegnò per gli intieri, mentre moltiplicato il rotto, o radice trovata in se stessa, se il rotto dato fu quadrato, lo dee produrre precisamente, se nò la differenza dee essere tollerabile, lo che essendo mostrerà che l'estrazione fu fatta a dovere, come può provare il nostro Aritmetico, senza che io mi dilunghi d'avantaggio.

CAPITOLO XII.

Curiosità spettanti alla radice quadrata.

SE saranno date numero pari di figure, le quali sieno tanti 9, fuorchè la prima, che sia un'unità meno, cioè 8, come questo 9998, la radice quadrata di tal numero si estrae immediatamente, col prendere la metà delle figure a sinistra, che nel nostro caso sarà 99, e questa è la radice intiera del dato numero, poi scrivansi le altre figure meno un'unità, cioè 97 con 1 avanti, così 197, che mostrerà l'avanzo. Se poi si volesse fare il rotto nel modo solito verrebbe $\frac{197}{198}$. Se il numero da estraervi la radice fosse di più figure, come 999998, la radice sarà 999, e avanza 1997, e così degli altri.

Se saranno dati quanti 9 si vogliano accompagnati a destra dall' 8, nel modo suddetto, e poi vi sieno aggiunti tanti zeri, quante sono le figure fatte, verbigrazia così 9800, la radice di tal numero sarà 98, cioè i numeri scritti avanti ai zeri, e vi avanza il doppio della radice, cioè 196, ovvero che è più facile, per trovare l'avanzo si scrive l'1 con tanti 9 appresso, quante sono le figure della radice meno una, e nell'ultimo sempre il 6, col qual avanzo poi si può fare il rotto al solito, che sarà $\frac{196}{197}$. Così se il numero fosse stato 998000 la radice sarebbe 998, e v'avanza 1996, e così degli altri.

Se poi nel suddetto caso la prima figura non fosse zero, ma l'unità, come se fosse 998001, allora la radice si ha aggiungendo alle tre figure 998, un' unità, cioè scrivere tre 9, così 999, e tale sarà la radice, non essendovi alcun avanzo. Così del numero 99998000001 la radice sarà 9999.

Se ancora dietro a quanti 9 si vogliono saranno altrettante figure, che sieno zeri, come questo 999000, la sua radice si averà scrivendo i primi 9, coll'avanzo di altrettanti 9, cioè la radice sarà 9 9 9, ed avanzerà 9 9 9. Così la radice del numero 99990000 sarà 9999, coll' avanzo 9999, come si disse di sopra.

Se poi fosse data una quantità di 9 in numero pari, come questi 9999, la sua radice si ha diminuendo le figure della metà, che sarà 99, e l'avanzo si ha collo scrivere la stessa radice 99, meno 1, cioè 98 ponendovi avanti un' unità, che fa 198, che è lo stesso che duplicare la radice, col qual avanzo se si volesse fare il rotto, il denominatore dee essere la stessa radice coll'1 avanti, ovvero che è lo stesso un'unità più del numeratore, cioè 199, onde tutta la radice del numero 9999 è 99 $\frac{198}{199}$. Lo stesso sarebbesi di quest' altro numero 99999999, la di cui radice è 9999 $\frac{19998}{19999}$, e così degli altri.

Riescirà più speciosa la seguente. Dite al Proponente, che faccia quanti numeri gli piace ad arbitrio, che voi glie ne aggiunge-

gerete a sinistra altrettanti, e scriverete la sua radice, ed avanza subito, che il Proponente ha fatti i suoi numeri. Facciasi dunque dal Proponente verbigrazia questi numeri 7651, voi gli dovete aggiungere altrettanti 9 a sinistra, a riserva del primo, che dee essere 8, e verrà così 99987651, allora o avanti, che voi scriviate i numeri potete scrivere la radice, cioè tanti 9, quante sono le figure fatte dal Proponente, che sarà 9999, e l'avanzo sarà le stesse figure, o numero fatto dal proponente meno 1, cioè 7650, col qual avanzo, se si vuol fare il rotto, se gli porrà per denominatore il numero che avete aggiunto, a quello fatto dal Proponente, coll'1 avanti, che verrà così 19998, che è lo stesso, che il doppio della radice 9999, onde ne verrà tutta la radice $9999\frac{7650}{19998}$, come si cercava.

Si può ancora per variare, ai numeri scritti dal Proponente, come sopra, aggiungervi tanti 9, quante figure esso avrà fatte, mentre la radice sarà composta dei stessi 9, aggiunti collo stesso avanzo insegnato di sopra, con di più un'unità avanti nel seguente modo. Abbia il Proponente fatto il numero 634, voi gli aggiungerete a sinistra 999, e sarà 999634, la radice sarà 999, e avanza 1633, e se si vuol fare il rotto se gli porrà sotto lo stesso denominatore insegnato, cioè 1998, e sarà tutta la radice $999\frac{1633}{1998}$, e lo stesso deesi fare delle altre, come è manifesto.

Molte altre curiosità vi sono, circa le radici quadrate, oltre quelle, che ho trovate, e notate quì sopra, le quali ommetto per non allungarmi troppo in cose di poco, o niun utile, bastandomi solo averne mostrate alcune per seguire il metodo prefissomi.

CAPITOLO XIII.

Della Radice Cuba, e modo di estraerla.

IL modo di trovare la radice cuba di un dato numero, che è lo stesso, che dato un numero trovarne un altro, che tre volte in se moltiplicato il dato numero, produca come s'insegnò nella sua diffinizione, è il seguente. 124

Sia dato un numero da estraervi, la radice cuba deesi puntare, come nell'estrazione della radice quadrata, con questa differenza, che puntata la prima figura se ne lasciano due, e non una, come nell'estrazione della radice quadrata, puntata dunque la prima figura si seguirà lasciandone sempre due avanti la figura puntata, che non sieno puntate, come si vede nel seguente esempio.

QUESITO.

Vi è un cubo, o dado di metallo, il quale si sa essere piedi cubi 102503232. Cercasi il di lui lato per vedere se cape in dato luogo?

Dopo di aver puntato tutto il dato numero così $1\dot{0}25\dot{0}32\dot{3}2$;

come si disse di sopra, verrà questi diviso in parti, ovvero membri di tre figure, ogni uno fuori dell'ultimo, che di due, e di una sola, ancora può essere, come è manifesto; onde di tante figure sarà la radice cercata, quanti saranno i membri trovati, mediante la puntazione.

Devesi ancora avere la Tavoletta posta nel Capitolo II. di questa Parte, per poter aver sotto l'occhio i cubi d'ogni numero semplice; e allora poi si estrae la radice così. Cercasi nella suddetta Tavoletta la rådice cuba dell'ultimo membro 102, il quale per non essere cubo non trovasi in detta Tavoletta, perciò trovasi la radice di quel cubo, che gli è prossimamente minore che è 4, il di cui cubo è 64, la radice 4 si scrive sotto il 2, puntato dell'ultimo membro, come si vede quì sotto, ed il suo cubo 64 si leva dal primo membro, cioè dal 102, e si scrive il residuo 38. Questa operazione conviene solamente all'ultimo membro, mentre ne' susseguenti non s'adopra, come si vedrà.

Per i Divisori.		Per le Differenze	
4	1 0 2 5 0 3 2 3 2	48	36
4	4 6 8	6	12
16	6 4	288	432
3		432	
*48	3 8 5 0 3	216	
12	3 3 3 3 6		
primo divis. 492	5 1 6 7 2 3 2	prima differen. 33336	64
	5 1 6 7 2 3 2	6348	138
46	0 0 0 0 0 0 0	8	552
46		50784	828
276		8832	8832
184		512	
2116		seconda differenza 5167232	
3			
*6348			
138			
secondo div. 63618			

Al residuo 38 scrivasegli a destra il membro susseguente 503, acciocchè ne venga il membro totale 38503, per il quale si trova il divisore nel seguente modo.

Della radice 4 fin quì trovata, si faccia il suo quadrato 16, il quale si triplichi, e fà 48; triplicasi ancora la stessa radice 4 fin'ora ritrovata che fa 12, questi prodotti si sommino, osservandone la forma espressa di sopra, nel luogo dove dice *Divisori*, che danno la somma 492, la quale sarà il primo divisore.

Si osservi quanto questo divisore 492, capisce nel membro 38503, levata la prima figura, cioè nel 3850, e si vede che vi capisce sei volte, perciò scrivasi il *6*, sotto il 3 puntato, come si vede di sopra.

Moltiplicasi poi quest'ultima radice *6*, con tre volte il quadrato della prima radice, cioè di 4, che fa 48, la qual cosa non occor fare, perchè già si è fatta, nel fare il divisore basta notarlo per conoscerlo, come si è fatto con una stelletta, lo che fatto ne viene il prodotto 288, al quale deesi unire il prodotto del quadrato di quest'ultima figura radicale *6*, cioè *36* moltiplicato pel triplo della radice addietro 4, cioè per 12, che fa 432, ed ancora devesi aggiungere il cubo di quest'ultima figura *6*, cioè 216, osservando sempre la formula espressa di sopra, come si vede nel luogo, dove dice *per le differenze*, che dà 33336.

Dopo si ponga il 33336 sotto del 38503, e si levi per averne il residuo 5167, al quale si scrive appresso il prossimo membro 232, poi si quadra la radice 46 fin'ora trovata, che fa 2116, la quale si triplica, e fa 6348, questo numero si segni con la stelletta nel modo, che dicemmo di sopra, per potersene servire per farne il residuo; a questo 6348, se gli aggiunga il triplo della radice fin quì trovata, cioè di 46, che fa 138, osservando la formula suddetta, come si vede di sopra, che fa 63618, secondo divisore.

Cercasi poi quanto questo divisore capisce nel nuovo numero 5167232, levatane la prima figura 2, cioè in 516723, e si vede che vi cape otto volte, scrivasi l'8 sotto la prima figura puntata; poi si moltiplichi il 6348 segnato nell'ultimo divisore per l'8 ultima figura radicale trovata, e fa 50784, al quale se gli aggiunge il prodotto del triplo della radice 46 fin'ora trovata che è 138, col quadrato dell'ultima figura 8, che è 64, che fa 8832, come pure se gli aggiunge il cubo di quest'ultima figura radicale 8, che è 512, sempre osservando la formula suddetta, come si vede di sopra, e ne viene 5167232, il quale levato dal numero 5167232 non vi resta nulla, dunque il numero 102503232 è cubo perfetto, e la sua radice, cioè il lato cercato è 468 piedi. Se poi qualche cosa vi rimanesse, mostrerebbe il numero dato non esser perfettamente cubo.

Le stessissime operazioni, e regole dovrebbonsi seguitare, quando vi fossero altri membri da estraerli la radice cuba.

E perchè può tal volta accadere, che dopo aver trovato quel numero, che si dee levare dal membro nel modo, che s'insegnò di fare nelle differenze notate nel suddetto esempio, il prodotto sia maggiore del membro totale, e però non possa da quello sottrarsi, ovvero che il divisore trovato non entri nel membro totale, levatagli la prima figura; ovvero finalmente, che nell'ulti-

mo membro sia 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, nessuno dei quali è cubo; si devono in questi tre casi osservare le stessissime cautele, che si insegnò per la radice quadrata.

Quando poi fatta l'ultima estrazione avanzasse un qualche numero, questi, o si lascia così chiamandolo *avanzo*, ovvero con esso si fa un rotto da accompagnare coll'intiero, per la prossima radice del numero dato, ed il modo di ciò fare è il seguente.

1 0 2 5 0 4 0 5 6	468
4 6 8	3
	1404
avanzo 824	469
658476	12636
	8424
	5616
	denominatore 658476

Sia il numero 102504056, come si vede di sopra da estraervi la radice cuba, lo che fatto nel modo già insegnato dà la radice 468 coll'avanzo 824, che mostra il dato numero non esser cubo perfetto, e per fare con questo avanzo il rotto, che deesi porre dietro all'intiero, fra i molti modi, il più usato è di fare, che l'avanzo sia il numeratore del rotto, che nel nostro caso sarà 824, e per denominatore si prende il triplo della radice trovata, che essendo 468, il suo triplo è 1404, il quale si moltiplica per la stessa radice aggiunta di una unità, cioè per 469, che dà 658476, e questo è il denominatore.

Si può fare ancora così, che verrà lo stesso, si quadri la radice 468, e ne verrà 219024, poi si triplichi che fa 657072, a questo numero s'aggiunga il triplo della radice 468, che è 1404, e ne verrà 658476 denominatore cercato come sopra; onde ne verrà il rotto $\frac{824}{658476}$, che coll'intiero darà tutta la radice prossima 468 $\frac{824}{658476}$.

4		
4	1 0 2 5 0 3 2 3 2	
	4 6 8	
16		
3	64	48
		6
primo divisore 48	385	
	288	288
46		36
46		12
	970	
276	432	432
184		36
		6
2116	5383	
3	216	216
		6348
secondo divis. 6348		8
	51672	
	50784	50784
		64
		138
	8883	552
		828
	8832	8832
		64
		8
	512	
	512	512
	000	

Alcuni nelle estrazioni delle radici cube in cambio di scrivere dietro al primo avanzo tutto il susseguente membro, gli scrivono la sola figura susseguente di esso, e poi trovano il divisore, moltiplicando per 3 il quadrato della radice fin' allora ritrovata, come si vede qui appresso, che dietro al primo avanzo 38 si è scritto il solo 5, del susseguente membro, e poi se gli è sottratto il 288, primo prodotto, che s'insegnò di fare nel primo esempio per le differenze, ed al residuo 97 se gli è scritta la susseguente figura o, dal qual numero poi se gli è levato il 432 cavato pure dalle suddette differenze, come sopra, e così sempre si proseguisce fino all' ultimo, come chiaramente si vede di sopra.

Le radici cube anch' esse, come le quadrate, quando il numero dal quale si estrae, manca di una sola unità dal cubo perfetto, ne viene nel rotto il numeratore, ed il denominatore uguale; onde gli Aritmetici, come nella radice quadrata dicemmo, aggiungono un' unità al denominatore fatto nel modo, che si disse, per averne un rotto più prossimo coll' intiero alla vera radice. Si possono però queste radici sorde approssimare anch' esse sempre più alle vere radici, come insegneremo a suo luogo.

CAPITOLO XIV.

Altra maniera più comune di estraere la radice cuba.

SIA come addietro il numero 102503232 da estraervi la radice cuba, questo puntasi nel modo insegnato, lo che fatto si siegue ad estraer la radice, come siegue.

```
              16                      46              .     .     .
              300                     46        1 0 2 5 0 3 2 3 2
             ----                    ----           4     6     8
1. divisore  4800                    276        -------------------
             ----                   184             64
                                    ---             ---
                                    2116           38503
              30                      300           9703
               4                    ------          4320
              --     2. divisore  634800            ----
             120                   ------           5383
              36                     46              216
              --                      30            ----
            4320                    ----          5167232
                                    1380            88832
                                      64            88320
                                    ----            -----
                                    5520              512
                                   8280               512
                                   -----              ---
                                   88320              000
```

Trovasi al solito la radice prossima del primo membro 102, che è 4, il di cui cubo fa 64, il quale levato da esso membro 102, resta 38, dietro al quale se gli scriva il susseguente secondo membro, e verrà 38503, poi per regola generale moltiplicasi il quadrato della radice 4, trovata per 300, e ne viene 4800, con questo si divida il numero 38503, ad uso di danda, che si vede entrarvi sei volte, si scriva il *6* sotto il 3 puntato, poi si moltiplichi questo *6* pel 4800, levandolo dal numero 38503, all'uso comune di danda, e ne verrà il numero *9703*, poi per regola generale moltiplicasi la radice antecedente all'ultimo numero per 30, cioè 4 per 30, che fa 120, e questo di nuovo moltiplicasi pel quadrato dell'ultimo numero della radice, che essendo *6* il suo quadrato è *36*, che moltiplicato col 120 dà 4320, e questo si sottri dal *9703*, e ne resta 5383, dal quale deesi levare il cubo dell'ultimo numero della radice ritrovata, che essendo *6*, il suo cubo è 216, il quale levato dal 5383 resta 5167; e nello stesso modo deesi proseguire avanti, cioè aggiungere all'avanzo 5167, le figure del susseguente membro, cioè 232, e sarà 5167232, poi si moltiplichi come sopra, il quadrato della radice fin'ora ritrovata, cioè il quadrato di 46, che è 2116, per 300, e ne viene 634800, col quale si divida, come sopra a uso di danda, il numero 5167232, e ne viene 8, il quale si pone sotto il 2, ultimo numero punta-

to, poi si moltiplica il 634800 per l'8, e il prodotto si leva a uso di danda dal 5167232, e ne resta 88832, seguasi poi al solito, moltiplicando per 30 la radice antecedente all'ultima figura, cioè 46, e ne viene 1380, il quale, come sopra, si moltiplichi pel quadrato dell'ultimo numero, che essendo 8, il suo quadrato è 64, e ne viene 88320, il quale si leva dal 88832, e ne resta 512, dal quale levato il cubo dell'8, ultima figura della radice, che è 512, ne resta nulla, onde diremo, che la radice del numero 102503232 è 468.

Se poi in quest'ultima sottrazione fosse avanzato un qualche numero, allora si formerebbe il suo rotto, con tal avanzo nello stesso modo insegnato di sopra, e nello stesso modo si sarebbe proseguito avanti, se altri membri vi fossero stati da estraervi la radice, come da se si conosce.

Si possono ancora estraere le radici cube dalle quantità di specie diverse, basta (come nelle radici quadrate insegnammo) ridurre ogni cosa in ispecie minime, e poi estraerne la radice, la quale mostrerà la radice cercata in tante specie minime di quelle in cui fu ridotto il numero dato; onde poi ridotte queste nelle sue specie, avremo la ricercata radice, come senz'altro esempio, con la scorta di ciò, che dicemmo nelle moltiplicazioni delle quantità di parti minime è chiaro.

Modo di conoscere i numeri cubi, per pratica.

Ogni numero cubo può avere a destra di se tutte le figure, cioè 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ogni numero si conosce esser cubo dalla prova del 9, perchè se è cubo la sua prova sempre sarà zero, ovvero 1, oppure 8, e non altro. 125

Ogni numero, che abbia a destra 2, 4, 8, non può essere cubo, quando non ha avanti sè un numero pari ovvero un zero.

Ogni numero, che abbia in detto luogo il 5, dee avere il 2, o il 7 accanto.

Ogni numero, che abbia a destra dei zeri, quando questi non sono misurati dal tre, cioè sieno 3, 6, 9 ec. non può esser cubo.

I numeri dunque, che non avranno le suddette qualità, diremo non esser cubi senza perder tempo a conoscer se son tali coll'estraerne la radice, ma avendo le suddette qualità, possono, e non possono tutti esser cubi, nel qual caso bisogna estraerne la radice per certificarsene.

Per conoscere se un rotto è cubo, allora quando il numeratore, e il denominatore non sono numeri cubi, mentre allora il rotto è cubo, come questo $\frac{24}{375}$, moltiplicasi il nnmeratore 24, per il quadrato 140625, del denominatore 375, il prodotto 3375000 è numero cubo, dunque il suddetto rotto è cubo, perchè la radice cuba del 337500 è 150.

CA-

CAPITOLO XV.

Modo di estraere la radice cuba, mediante i logaritmi.

126 MEdiante la Tavola, o Canone logaritmico si possono estraere le radici cube nel seguente modo.

Sia dato verbigrazia il numero 4913 da estraervi la radice cuba; trovasi questo nella Tavola, o Canone logaritmico nella colonna dei numeri assoluti, incontro al quale trovasi nell'altra colonna il suo corrispondente logaritmo, che è 3.6913468, questo dividasi per 3, e ne viene 1.2304489, non computando la frazione, e questo è il logaritmo della cercata radice, perciò cercato questi nella colonna dei logaritmi, vi si trova all'incontro di esso nella colonna dei numeri assoluti, il numero 17 radice cuba ricercata.

Se poi il dato numero da estraerne la radice cuba non fosse cubo perfetto, e perciò non si trovasse nei logaritmi la terza parte del suo logaritmo, cioè il logaritmo della sua radice, allora si prenderà il prossimo minore, e poi se ne avrà il suo residuo, operando come siegue.

Sia dato verbigrazia il numero 5196 da estraerne la radice cuba, trovasi nel Canone il suo logaritmo, che è 3.7134065, la di cui terza parte è 1. 2378021, non computando la frazione, trovasi questi nella colonna dei logaritmi, e perchè non vi è preciso si trovi il prossimo minore che è 1.2304489, all'incontro del quale stà per numero assoluto il 17., che è la radice intiera cercata, ma per non essere il numero dato cubo perfetto, vi sarà un residuo, o rotto, il quale si trova moltiplicando il 17 tre volte in sè, cioè farne il suo cubo, lo che si fa con prestezza, mediante i detti logaritmi nel modo, che s'insegnerà nella prova della radice cuba, e ne avremo il numero 4913, il quale levato dal dato 5196 dà 283, rimanente cercato, il quale si può lasciare così per residuo, ovvero farne il suo rotto nel modo insegnato, il quale poi accompagnato coll'intiero 17 darà la prossima radice cuba ricercata. Chi più a fondo vuol vedere queste cose, legga gli Autori, che hanno scritto dei logaritmi, e del loro uso, come sono il Nepero, l'Ulacq, il Cavalieri, il Rondelli ec.

CAPITOLO XVI.

Uso delle lamine della Tavola Pittagorica, nelle estrazioni delle radici cube.

127 PER estraere la radice cuba mediante le lamine della Tavola Pittagorica, separate, e fate nel modo, che insegnammo nella moltiplicazione, deesi ancora aver preparata un'altra lamina, come dicemmo, per l'estrazione della radice quadrata mediante queste lamine, nella quale deono esser notatti dopo l'unità gli otto primi cubi con questa legge, che quando il cubo consta di una sola figura, questa si collochi nel triangolo inferiore; quando consta di due, collocansi tutte e due nel triangolo inferiore; quando con-

sta

sta di tre, le due prime collocansi nel triangolo inferiore, e la terza nel superiore, e benchè le due prime figure sieno collocate in uno stesso triangolo null'ostante mostrano due luoghi diversi in modo, che la seconda appartiene alle decine, e questa lamina vedesi posta quì sotto, e vien chiamata *Lamina dei Cubi, o Cubica*. 128

Lamina dei Cubi, o Cubica.

L'uso dell'estrazione della radice cuba è il seguente. Sia verbigrazia il numero 22022635627, posto di sopra da estraervi la radice cuba, si estragga la radice dall'ultimo membro 22, all'uso solito, la quale è 2, e ne resta 14, che col membro susseguente, e 22 fa 14022.

Prendasi poi il triplo del quadrato della radice fin'ora ritrovata, che essendo 2, il suo quadrato è 4, e il suo triplo 12, questo numero cercasi nel capo di una delle lamine della Tavola Pittagorica, lo che si avrebbe se fosse composto di una sola figura, ma per essere composto di due, si prenda due lamine della Tavola Pittagorica, una delle quali abbia l'1, e l'altra il 2, nei loro capi, a destra de'quali se gli dee applicare la lamina cubica, ed a sinistra la lamina degli esponenti, o numeri semplici nel modo stesso, che usossi per la radice quadrata, lo che vedesi espresso nella Tavola seguente.

1	1	2	1
2	2	4	8
3	3	6	27
4	4	8	64
5	5	1 0	1 25
6	6	1 2	2 16
7	7	1 4	3 43
8	8	1 6	5 12
9	9	1 8	7 29

Osservasi poi in qual ordine trovasi un numero uguale, o prossimamente minore del membro 14022, lo che trovasi nel nono ordine, onde la figura radicale susseguente sarà *9*, e le figure delle lamine poste in questo nono ordine sommate, come s'insegnò nella moltiplicazione fanno 1152*9*.

Sopra la prima figura *9*, del 1152*9*, se gli scriva il suddetto esponente, o denominatore *9*, ed appresso il suo quadrato 81, come si vede quì appresso.

A destra della lamina degli esponenti se gli apponga quella lamina della Tavola Pittagorica, (o quelle lamine se più ve n'abbisognassero) la quale, o le quali abbiano nel loro vertice il triplo della prima radice 2, cioè *6*, come si vede quì sotto.

1	6
2	1 2
3	1 8
4	2 4
5	3 0
6	3 6
7	4 2
8	4 8
9	5 4

Dalla detta lamina, che ha nel suo capo il *6* triplo della radice 2, prendasi il numero di quell' ordine, che mostra la seconda figura dell' 81*9*, che essendo 1, mostra doversi prendere il *6*, questo *6* scrivasi sotto il 2, dell' 1152*9*, in modo che venga sotto dell' 1, dell'81*9*. Dalla stessa lamina prendasi il numero di quell'ordine, che mostra la terza figura dell'81*9*, che essendo 8 si prenderà il 48, il quale si scrive sotto l'8 dell' 81*9*, cioè sotto il 5, dell'1152*9*, come si vede quì appresso.

Questi tre numeri si sommano, e ne verrà il numero 1638*9*, il quale deesi levare dal numero 14022, ma perchè non si può scrivasi in cambio della figura radicale *9*, trovata di sopra, un 8 calandola di una unità, e poi come sopra si prenda la somma dell'ordine ottavo delle suddette lamine, che sarà 10112, e sopra il 2 di questo numero nel modo che si fece di sopra, se gli ponga l'8, e appresso il suo quadrato *64*, e sotto il 10112 se gli pongano nel modo suddetto i numeri corrispondenti agli ordini 4, e *6* del *6*48, i quali sommati col 10112 fanno 13952, il quale per esser ora minore del 14022 se gli leva, e ne resta 70,

co-

come si vede: a questo se gli scriva appresso il susseguente membro 635, e ne verrà 70635, e così deesi proseguire nel modo fin' ora insegnato, e ne avremo la ricercata radice cuba.

Se poi nell'ultimo avanzasse qualche numero, per non essere il numero dato cubo perfetto, o lasciasi questo così, nomandolo avanzo, o con esso si fa poi il rotto nel modo già insegnato.

Deesi avvertire, come avvisammo nella estrazione della radice quadrata, mediante le lamine della Tavola Pittagorica, di avere esse lamine duplicate, ed ancor triplicate se bisogna per la stessa ragione, che allora dicemmo.

CAPITOLO XVII.

Dell'estrazione della radice cuba dai rotti, e dagli intieri, e rotti.

Nello stesso modo, che dicemmo dei rotti quadrati, così intendesi dei cubi, mentre un rotto, che abbia il numeratore, ed il denominatore che sieno numeri cubi chiamasi *Rotto Cubo*.

Dato qualsivoglia rotto da estraergli la radice cuba, deesi questo se non è rotto cubo, prima schifare se si può per le stesse ragioni addotte nella estrazione della radice quadrata dei rotti.

Quando il numero rotto da estraervi la radice cuba è rotto cubo, estratta la radice cuba dal numeratore, e dal denominatore, ne verrà un altro rotto, il quale sarà la radice cuba ricercata. Come per esempio se fosse dato da estraere la radice cuba di questo rotto $\frac{27}{729}$, ne verrà la radice $\frac{3}{9}$, cioè $\frac{1}{3}$, mentre la radice del numeratore 27 è 3, e quella del denominatore 729 è 9, che dà come sopra $\frac{3}{9}$, cioè $\frac{1}{3}$.

Quando il dato rotto non fosse rotto cubo, come se fosse $\frac{5}{6}$, allora deesi moltiplicare il numeratore col quadrato del denominatore, che dà 180, da questo numero si cavi la radice cuba, che sarà $5\frac{11}{18}$, questo si parti pel denominatore 6 del dato rotto, mentre il quoziente $\frac{101}{108}$ è la prossima radice cuba di $\frac{5}{6}$ ricercata.

Si estrae ancora la radice cuba dai rotti, facendo che essa ritenga il denominatore, che aveva prima, oppure il denominatore, mentre dato il rotto $\frac{24}{375}$, si moltiplichi il numeratore 24, per il quadrato 140625 del denominatore 375, e dal prodotto 3375000, estraggasi la radice cuba, questa è 150, ovvero moltiplicasi il denominatore 375, pel quadrato del numeratore 24, che è 576 fa 216000, la di cui radice cuba è 60; onde nel primo caso la radice cuba del dato rotto sarà $\frac{150}{375}$, ritenendo il medesimo denominatore 375, ovvero $\frac{24}{60}$, nel secondo caso ritenendo il medesimo numeratore 24, mentre l'una e l'altra di queste due frazioni $\frac{150}{375}$, $\frac{24}{60}$ è uguale a $\frac{2}{5}$, che è la radice cuba del dato rotto $\frac{24}{375}$, che è lo stesso, che $\frac{8}{125}$.

Per estraere poi la radice cuba da qualsivoglia numero composto d'intiero, e rotto, ciò si ha riducendo ogni cosa in rotto, e

da tal rotto provenuto estraerli poi la radice nel modo suddetto, che sarà la ricercata, lo che per esser troppo chiaro, ommetto l' esempio.

Lo stesso farebbesi quando l'intiero, e rotto da estraervi la radice fosse composto di parti minime, accompagnate con rotto nello stesso modo, che s' insegnò nel Capitolo VIII. di questa Parte per l' estrazione della radice quadrata, come da se è manifesto.

Dalle suddette cose è chiaro potersi estraere le radici cube, sì dagli intieri, che dagli intieri, e rotti, ed ancora da intieri con parti minime, e rotto mediante le altre maniere descritte, mentre riducendosi ogni cosa in rotto, o in parti minime, altro poi non si fa, che estraere la radice dagli intieri, come si è veduto, per lo che tutte le maniere insegnate di estraere la radice cuba vi può essere applicata, come da se è chiaro.

CAPITOLO XVIII.

Dell' estrazione della radice cuba dai rotti, o particole decimali.

L'Estrazione della radice cuba dai rotti, o particole decimali si estrae, come dagli intieri, nella seguente maniera.

Se il massimo segno dei decimali si può aliquotamente dividere per tre, allora estraggasi da essi la radice, come se fossero intieri, e la prima figura radicale si noti colla terza parte del segno massimo dei dati decimali, e si proseguisca a notare gli altri sempre scadendo un'unità, come si vede nel seguente esempio.

QUESITO.

Cercasi la radice cuba di pertiche 824, piedi 123, e oncie 346 di Ravenna.

```
                          93             III      VI
                          93       824, 123, 346
                         ----                I     II
 300                     279         9     3      7
  81                     837       ---------------------
-----                   -----      729
24300                   8649       ----
-----                     300        95123
  30                  -------        22223
   9                  2594700         2430
-----                   93           -----
 270                    30           19793
   9                  -----             27
-----                  2790          -----
2430                     49          19766346
                      -----           1603446
                      25110            136710
                      11160           -------
                     ------           1466736
                     136710               343
                                    I II III IV V VI
                           avanzo   1  4  6  6  3  9  3
```

Dis-

III
Disposta la data quantità, come un sol numero dà 824, 123,
VI
346, che per essere misure cube, i piedi 123 saranno $\frac{123}{1000}$, e le oncie 346 saranno $\frac{346}{1000000}$, mentre 1000 piedi cubi fanno una pertica cuba, e 1000000, oncie cube fanno la stessa pertica cuba; onde non dee (come dicemmo della radice quadrata) recar meraviglia se sono notati coi segni III, e VI, che pare la serie sia inter-
I II III IV V VI
rotta, mentre è lo stesso, che se fossero scritti così 8 2 4 1 2 3 3 4 6,
I II
estratta poi la radice cuba dal dato numero dà 9 3 7, ed avanza 1466393, col quale si può fare il suo rotto all'uso solito se si vuole, ed il primo numero 7 di essa radice, come gia dicemmo, si segna colla terza parte del segno massimo del decimale, da cui s'estrae la radice, che per essere VI da II, onde il 3 susseguente dovràssi segnare I, e così di seguito, come si vede di sopra, e
I II III IV V VI
ne avremo pertiche 9, piedi 3, e oncie 7, coll'avanzo 1 4 6 6 3 9 3, per la radice cuba ricercata, il qual avanzo dee segnarsi, ed intendere, come si disse nella divisione de' decimali, e come si vede di sopra.

Deesi quì avvertire, come pure avvertimo per la radice quadrata, che nel suddetto quesito di Pertiche, piedi, e oncie (ed ancora punti se ve ne fossero) quadrate, quando le parti minime fossero composte di una, o di due sole figure, come se fossero Pertiche 824, piedi 23, e oncie 46, deesi aggiungere un zero a sini-
I II III IV V VI
stra delle parti minime così 8 2 4 0 2 3 0 4 6, e se vi fosse una sola figura, se gli aggiungeranno due zeri, come se fossero Pertiche
I II III IV V VI
824, piedi 3, e oncie 6; onde verrà così 8 2 4 0 0 3 0 0 6, e questo perchè non resti interrotta la serie dei decimali, ed ancora perchè le suddette misure cube vanno di 1000 in 1000: e se mai vi mancasse una delle parti minime fra mezzo, come se fossero pertiche 824, e oncie 346, allora nel luogo dei piedi se gli por-
I II III IV V VI
ranno tre zeri così 8 2 4 0 0 0 3 4 6, e poi fare l'estrazione della radice, e questo per le ragioni dette di sopra.

Se poi fosse dato un numero decimale, il di cui segno massimo non si potesse adequatamente dividere per 3, vi si aggiungano uno, o due zeri a destra, cioè tanti quanti bastano acciocchè ne venga il segno massimo, il quale si possa dividere aliquotamente per tre, e poi estraerne la radice, come chiaramente si vede nell'esempio seguente.

Co-

300	30	I II III
9	3	3 6 2 7 0
2700	90	I
	9	3 3
	810	27
		9270
		1170
		810
		360
		27
		avanzo 333

Come per esempio, se volessimo la radice cuba, cioè il numero, che moltiplicato tre volte in se stesso, produca pertiche lineari di Ravenna 36, piedi 2, e oncie 7, che all'
III
uso solito si scriverà così 36 2 7, nel qual caso perchè il massimo segno non si può aliquotamente dividere per 3, vi si aggiunga un zero, e ne ver-
I II III
rà 3 6 2 7 0, come si vede di sopra, dal quale poi levata la radice, nel modo insegnato, ne vengono piedi 3, e oncie 3,
I II III
coll'avanzo di 3 3 3, la prima figura dei quali si segna col segno massimo del numero dato, e gli altri sempre uno di meno successivamente, come si vede, che è lo stesso, che dire $\frac{333}{1000}$ del tutto, che volendolo dell'antecedente decimale, allora tal rotto si farà nel modo ordinario, e ne verrà $\frac{333}{3366}$, cioè $\frac{111}{1122}$, il quale, se si vuole, si può ridurre in punti, come abbiamo insegnato, onde tutta la radice sarà piedi 3, oncie 3, e $\frac{111}{1122}$, come si desiderava.

Se fosse dato un numero, il quale consti di una unità accompagnata con una quantità di zeri a tre a tre, cioè con tre sei, nove zeri ec. come questo 1000000, si ha la sua radice cuba, con lo scrivere l'unità accompagnata colla terza parte dei zeri, che accompagnano l'unità del numero, da cui deesi levare la radice, che nel nostro caso saranno due, onde ne verrà 100; per la radice cuba del dato numero 1000000.

Dalle cose suddette si conosce, che dato un rotto decimale,
I II III IV V VI
come $\frac{389017}{1000000}$, cioè 3 8 9 0 1 7, si ha brevemente la sua radi-
I II
ce cuba, coll'estraerla dal numeratore 389017, che è 7 3, segnando la prima figura 3, della radice, colla terza parte del massimo segno VI, cioè II, e la susseguente coll' I, come s'insegnò;
I II
onde ne viene 7 3, cioè $\frac{73}{100}$ radice ricercata. Quando poi il dato decimale avesse il segno massimo, che non fosse adequatamente misurato dal 3, allora vi si aggiungerà, secondo il bisogno uno, o due zeri, e poi se gli estraerà la radice nel modo insegnato, che per esser chiarissimo dalle cose già dette, superflui sono altri esempj.

CAPITOLO XIX.

Modo di approssimarsi alle vere radici dei numeri non cubi.

SE dopo avere estratta la radice cuba da qualunque numero avanzerà alcuna cosa, sarà segno (come avvisammo nella radice quadrata), che tal numero non è cubo, e perciò non avrà la sua precisa radice: Ciò non ostante gli Aritmetici ci hanno lasciato il modo di sempre più approssimarsi alla vera radice in infinito, in modo tale, che l'errore sia minore di qualunque data quantità, il qual modo si chiama (come si disse della radice quadrata) *estraere la radice per approssimazione*, il quale si eseguisce, come qui sotto. 129

Sia dato il numero 742, la di cui prossima radice cuba è $9\frac{13}{270}$, questo numero, o radice si cubi, cioè si moltiplichi tre volte in se stesso, che fa $740\frac{15012307}{19683000}$, si osservi quanto superi, o scarseggi dal dato numero 742, che nel nostro caso scarseggia di $1\frac{4670793}{19683000}$. Triplicasi la radice $9\frac{13}{270}$, che fa $27\frac{39}{270}$, questo si moltiplichi per la stessa radice $9\frac{13}{270}$, che fa $255\frac{14749}{24300}$, a questo numero se gli aggiunga lo stesso triplicato, cioè $27\frac{39}{270}$, che fa $282\frac{18259}{24300}$, con questo si parti la differenza $1\frac{4670793}{19683000}$, e ne viene $\frac{2705977}{618377310}$, questo numero s'aggiunga alla radice $9\frac{13}{270}$, e ne viene il numero $9\frac{48719549}{927565965}$ radice propinqua della radice $9\frac{13}{270}$, come si voleva.

Se poi il cubo della radice prima trovata non fosse stato scarso dal vero, ma maggiore, allora alla differenza si dee levare il rotto $\frac{2705977}{618377310}$ in cambio di aggiungerlo, mentre allora il residuo sarebbe la prossima radice ricercata.

Nello stesso modo si può proseguire in infinito sempre più accostandosi alla vera, benchè sia impossibile giungervi, se gli anderà però talmente vicino, che la differenza può esser meno di qualunque assignabile, e perciò di niun momento nella pratica. La stessa regola può servire nella approssimazione delle radici cube dei rotti, lasciando le tante altre maniere scritte dagli Autori, appresso dei quali il Lettore può vederle, mentre non essendo questo di molt' uso nell' Aritmetica, penso che il detto sia bastante: ma perchè nelle approssimazioni delle radici quadrate dammo una regola breve, facile, e generale, perciò quì ancora il dover vuole, che la insegniamo.

Sia

300	33		I II III IV V VI
9	30		3 6 5 4 8 0 0 0 0 0 0
2700	990		I II
30	1		3 3 1 8
3	990		27
90	331	331	9548
9	331	30	1448
810	331	9930	810
33	993	64	638
33	993	39720	27
99	109561	59580	611000
99	300	635520	284300
1089	32868300		990
300			283310
326700			1
			283309000
			20362600
			635520
			19727080
			512
			I II III IV V VI
			19726568

Sia il numero 36548, dal quale estratta la radice cuba avanzi qualche cosa per non esser numero cubo; per avere una radice più prossima se gli aggiungano al dato numero tanti zeri decimali a tre a tre, quanto si vuole, come si vede quì sopra, che ve se ne sono aggiunti due ternarj, cioè sei; poi dal dato numero così aggiunto estraggasi la radice cuba nella maniera, che s'insegnò per estraere la radice dai decimali, dove poi le figure radicali danno la radice più vicina della prima all'impossibile, che è 3 3 1 8 (I II), e avanza 1 9 7 2 6 5 6 8 (I II III IV V VI), i quai numeri deonsi intendere nel modo stesso, che insegnammo nelle estrazioni delle radici dei decimali.

Se più, e più termini di zeri vi si aggiungeranno nel modo suddetto, sempre più si avvicinerà alla vera radice in infinito, in modo che la differenza può esser minore di qualunque data.

Dalle suddette cose è manifesto, che si può nello stesso modo estraere le radici dai rotti comuni, non cubi, coll'aggiungere dei zeri, nel modo suddetto tanto al numeratore, che al denominatore, se l'uno, e l'altro non è cubo, ovvero a quello solo che non è.

C A-

CAPITOLO XX.

Prova comune, ed altre prove delle estrazioni delle radici cube.

LA prova comune delle radici cube anch'essa è molto facile, mentre altro non bisogna, che moltiplicare tre volte in se stessa la radice trovata lasciando il rotto se v'è, mentre per non potersi avere la radice cuba perfetta dei numeri non cubi sarebbe frustraneo moltiplicare ancora il rotto per averne il numero, da cui si cavò la radice, mentre mai tal numero può venirvi, come dovrebbe fare se la radice vera si potesse avere. Moltiplicato dunque tre volte in se stesso il numero intiero della radice all'ultimo prodotto deesi aggiungere il numero che vi restò nell'ultimo dell'estrazione di essa radice, lo che fatto il numero, che ne proviene, dee riescire uguale al numero, da cui si cavò la radice, lo che riuscendo mostrerà che l'estrazione fu ben fatta.

		Prova	
300			
9	36548	33	
2700	3 3	33	
30	27	99	Prova del 9
3	9548	99	8 | 8
90	1448	1089	0 | 8
9	810	33	
810	638	3267	
	27	3267	
	avanzo 611	611	
		36548	

Quì sopra si vede, che la radice del numero 36548 è 33, e avanza 611, per farne la prova, si moltiplichi il 33, per 33, che fa 1089, questo si moltiplichi di nuovo per 33, aggiungendovi l'avanzo 611, che ne viene il numero 36548, uguale a quello da cui si cavò la radice, lo che fa vedere, che l'estrazione è stata ben fatta, dalla qual cosa si conosce, che ancora la stessa prova può farsi nelle estrazioni delle radici cube di parti minime, accompagnate ancora con rotti, mentre prima di estraer la radice si riduce ogni cosa nella parte più minima, come già s'insegnò, che viene ad esser lo stesso, che se fossero numeri intieri, come da se è manifesto.

Esame delle radici cube, mediante le prove del 7, e del 9 ec.

Per esaminare se la suddetta radice 33, coll'avanzo 611 fu legittimamente estratta, benchè possa fallare, come abbiamo altre volte detto, si fa nel seguente modo.

Vogliasi fare la prova della suddetta radice, verbigrazia col 9,

 si tro-

si trovi la prova dell' avanzo 611, che è 8, il quale si nota nella parte superiore della croce a mano manca, facciasi la prova della radice 33, che è 6, la di cui prova è pure 6, questo si cubi, e fa 216, la di cui prova è 0, questo si ponga dalla parte sinistra della croce sotto l' 8, questi due numeri 8, e 0 si sommino, e dalla somma se ne cavi la sua prova che è 8, il quale si pone a destra della croce, nella parte superiore, poi cavasi la prova del numero 36548, che è 8, che si pone nell' ultimo luogo della croce, che per esser uguale all' 8 postovi di sopra, si dirà che l' estrazione fu ben fatta.

Esame della radice cuba, mediante i Logaritmi,

Coi logaritmi si può fare la prova delle radici cube, nel seguente modo.

Sia dato il numero 1728, dal quale sia estratta la radice cuba 12, per farne la prova si cerchi nel Canone logaritmico, il logaritmo della radice 12, che è 1.0791812, questo si triplichi, e fa 3. 2375436, cercasi questo nei logaritmi, e benchè non si trovi precisamente, ciò non importa, mentre si troverà di una sola unità maggiore, come si vede nel canone, che vi si trova il logaritmo 3. 2375437 in cambio del suddetto, che è di una sola unità maggiore, contro al quale nella colonna dei numeri assoluti si trova il numero 1728, da cui si cavò la radice, lo che mostra che l' estrazione fu ben fatta.

Se poi nella estrazione della radice fosse avanzato qualche numero, questi deesi aggiungere al numero assoluto trovato, lo che fatto la somma dee venire uguale al numero, da cui fu estratta la radice per segno, che l' operazione fu fatta a dovere, lo che per esser chiarissimo si ommette l' esempio.

CAPITOLO XXI.

Curiosità attinenti alla radice cuba.

Sieno quanti 9 si vogliano, fuorchè il primo che sia un 7; a destra le sieno altrettanti zeri, quanti sono le figure già fatte, fuorchè il primo, che sia un 2, e a destra pure gli seguano altrettanti 9, come questo 997002999. Di un tal numero si ha la sua radice cuba, scrivendo tutti i primi 9 a destra, onde la radice cuba del suddetto numero sarà 9 9 9. Così di questo numero 999970000299999, la sua radice sarà 99999.

Dalla suddetta operazione rilevasi, che se saranno dati quanti 9 si vogliano, come questi 999, per averne il suo cubo in una sol riga, si scrivano gli stessi colla prima figura diminuita di due unità, che verrà 997, poi se gli pongano appresso, all' uso solito i suoi compimenti al 9, e ne verrà 997002, dietro a queste figure a destra se gli scrivano i dati 9, e ne verrà 997002999, e questo sarà il cubo ricercato. Così se fosse dato questo numero 999999 da farne il suo cubo, scritto come sopra fa 999997, postivi i compi-

pi-

pimenti al 9 fa 999997000002, scrittovi a destra il numero dato fa 999997000002999999 cubo ricercato.

Si può ancora fare, che l'operazione riesca più speciosa, se direte al Proponente, che scriva quante figure gli piace, che voi glie ne aggiungerete alcuni altri a sinistra, lo che fatto gli scriverete subito la sua radice cuba col suo avanzo. Abbia scritto il Proponente queste figure 4786, non dovete far altro che scriverli a sinistra tante figure, quante sono la metà di quelle fatte dal Proponente, la prima delle quali sia 7, e le altre tanti 9, onde nel suddetto caso ne verrà 974786, e la sua radice è sempre di tanti 9, quante sono le figure, che vi avrete aggiunte, cioè 99, e l'avanzo si ha sottraendo dalle figure fatte dal Proponente, la stessa radice con un 2 a sinistra, onde nel suddetto caso, per esser la radice 99 vi verrà 299, che levato dal numero 4786 da 4487, avanzo ricercato, la qual cosa si fa a mente, e in un tratto di penna. Così pure se fosse fatto dal Proponente questo numero 875463, voi gli scriverete a sinistra 997, che farà 997875463, la di cui radice è 999, alla quale intesovi a sinistra un 2 fa 2999, il quale levato dal numero 875463 dà l'avanzo 872464, in un sol colpo, e con somma facilità: questo avanzo si può lasciare tal quale è, oppure farne il suo rotto nel modo insegnato.

Se poi il Proponente avesse scritto un numero impari di figure, onde non potesse prenderne la metà, allora dovete aggiungervi a sinistra una figura a vostro piacimento per farle divenir pari, poi aggiungervi le altre nello stesso modo, come se queste così aggiunte fossero tutte state fatte dal Proponente, e poi se gli estrae la radice, e l'avanzo nel modo insegnato di sopra.

Abbia il Proponente fatto per esempio il numero 375, voi subito gli aggiungerete una figura a sinistra a vostro arbitrio, verbigrazia un 6, per fare, che riescano in numero pari, e farà 6375, poi gli aggiugnerete altrettante figure, quante sono la metà delle fin'ora fatte, la prima delle quali sia 7, e le altre tanti 9, onde se gli aggiungerà 97, e verrà 976375, la di cui radice sarà composta di tanti 9, quante sono le figure, che vi avete aggiunte, non computandovi quella che vi avete fatta ad arbitrio per far divenir pari le figure fatte dal Proponente, onde ne verrà la radice 99, e l'avanzo si avrà sottraendo dalle figure fatte dal Proponente assieme con quella, che vi avete aggiunto per farle divenir pari, cioè da 6375, la radice 99, con un 2 a sinistra, cioè 299, nel modo che già insegnammo di sopra, e ne verrà l'avanzo 6076, col quale se si vuole si può fare il suo rotto, e così deesi sempre operare, quando il Proponente facesse le figure in numero impari.

Non m'allungo d'avantaggio in queste curiosità, benchè si potes-

teſſe fare baſtandomi quelle poche, che ho trovate, e deſcritte quì ſopra, e ciò per le ragioni addotte nel fine del Capitolo XII. di queſta Parte.

CAPITOLO XXII.

Dell' eſtrazione di qualſivoglia radice nei numeri intieri.

130 AVendo inſegnato il modo di eſtraere la radice quadrata, e cuba sì dagli intieri, come dagli intieri, e rotti, e dai rotti ſoli, non avevo in animo di paſſare avanti alle eſtrazioni delle radici di qualunque altra poteſtà, perchè di poco uſo nella pratica Aritmetica. Ma perchè poſſono darſi alcune ſoluzioni di queſiti, i quali richieggano le dette eſtrazioni, come ancora per aver ciò fatto alcuni claſſici Autori, e per non mancare in coſa deſiderabile all' Aritmetico, ho voluto quì anch' eſſe inſegnarle, come fò quì ſotto.

Il dato numero, dal quale ſi vuole eſtraere la radice, ſi divida dà deſtra in ſiniſtra in tanti membri di tante figure l'uno quante ne vengono indicate dall' eſponente della poteſtà che ſi vuole eſtraere, dei quali l'ultimo può eſſere di minor numero di figure, come è chiaro, onde per le radici quadrate ſi divide di due in due, per le cube di tre in tre, per le quadrato-quadrate, o quarta poteſtà a quattro a quattro, per la quinta poteſtà, o ſopraſolide, a cinque a cinque, e così in infinito.

Prima di eſtraere qualſivoglia radice, biſogna aver preparata una Tavoletta, nella quale ſieno tutti i numeri ſemplici elevati a quella poteſtà, dalla quale ſi vuole eſtraere la radice, come ſi fece per le radici quadrate, e cube, le quali poteſtà ſi fanno moltiplicando tante volte in sè ciaſcuno dei numeri ſemplici, quanto ne eſprime l'eſponente della poteſtà da eſtraerſi, come ſi vede quì ſotto in tre Tavolette, la prima delle quali è per la quarta poteſtà, la ſeconda per la quinta, e la terza per la ſeſta, nel qual modo poiſe ne poſſono fare delle altre, ſecondo la radice che ſi vuole eſtraere.

4ª poteſtà	5ª poteſtà	6ª poteſtà
1 — 1	1 — 1	1 — 1
2 — 16	2 — 32	2 — 64
3 — 81	3 — 243	3 — 729
4 — 256	4 — 1024	4 — 4096
5 — 625	5 — 3115	5 — 15625
7 — 2401	6 — 7776	6 — 46656
8 — 4096	7 — 16807	7 — 117649
9 — 6561	8 — 32768	8 — 262144
	9 — 59049	9 — 531441

Nell' eſtrazione di qualunque radice, le operazioni, che ſi fanno per il penultimo membro, per trovarne la radice ſono due, e ſono a tutti gli altri membri comuni. La prima è il modo di trova-

vare il divisore. La seconda come la figura radicale trovata mediante il divisore, debbasi moltiplicare in modo, che se n'abbia un prodotto da levare dall'antecedente membro. Le suddette operazioni si hanno con gran facilità nella seguente Tavola dalla varia congiunzione delle lettere ab, e questa regola è la seguente, che ha posto il Tacquet nella sua Aritmetica.

Prima potestà, o radice —— $a + b$

2. potestà, o quadrato —— $aa + 2ab + bb$

3. potestà, o cubo —— $aaa + 3aab + 3abb + bbb$

4. potestà, o quadrato quadrato, $aaaa + 4aaab + 6aabb + 4abbb + bbbb$

5. potestà, o soprasolido —— $aaaaa + 5aaaab + 10aaabb + 10aabbb + 5abbbb + bbbbb$

6. potestà, o quadrato cubo $a^6 + 6a^5b + 15a^4bb + 20a^3b^3 + 15aab^4 + 6ab^5 + b^6$.

Nella suddetta Tavola il segno + vuol dire più.

La lettera a significa la radice fin'allora ritrovata.

La lettera b significa la figura radicale prossimamente da ritrovarsi.

In questa Tavola l'invenzione dei divisori viene indicata dalle particole medie, per le sole lettere a, le quali particole medie sono tutte le particole apposte nella Tavola a qualunque potestà, fuorchè la prima, e l'ultima. Sicchè per la particola media nella formula del quadrato posta nella suddetta Tavola si ha 2a, che vuol dire, che la radice fin'allora ritrovata duplicata dà il divisore.

Il modo di fare la moltiplicazione, per trovare il numero, che si dee levare dall'antecedente membro, viene mostrato da tutte le particole fuori dell'ultima; la quale serve pel solo primo membro, come si vedrà alla pratica. Sicchè nella stessa formula del quadrato posta nella suddetta Tavola, si ha fuori dell'ultima particola $2ab + bb$, che vuol dire, che il divisore; cioè $2a$, si moltiplica in b, cioè colla figura radicale ultimamente ritrovata, e la medesima moltiplicata in se stessa.

Nello stesso modo perchè le particole medie della formula del cubo hanno $3aa + 3a$, vuol dire che il quadrato della radice fin'ora ritrovata si triplica, e la stessa radice triplicata dà il divisore, che è lo stesso che s'insegnò nel Cap. XIII. di questa Parte. E perchè nella stessa formula del cubo levata l'ultima particola si ha $3aab + 3abb + bbb$; per $3aab$, deesi prendere tre volte il quadrato della radice fin'ora ritrovata che è $3aa$, e si moltiplica nella figura radicale prossimamente ritrovata, che s'intende per b; e per $3abb$, il triplo della stessa radice, nel quadrato dello stesso b, e bbb, vuol dire il cubo dello stesso b: cioè per le lettere scritte una dietro dell'altra, s'intende, che i numeri, i quali le rappresentano, sono tante volte moltiplicati insieme, quante sono le lettere.

Nell'

Nell' ultima formula per maggior brevità si è fatto a^6, che significa aaaaaa, e così deesi intendere degli altri numeri apposti alle lettere.

La suddetta Tavola si vede estesa alla sesta potestà; onde con essa si possono levare tutte le radici fino alla sesta potestà; dalla sesta potestà in avanti bisogna prolungarla, cioè fare la formula propria per la radice, che si vuole estraere, ed il modo di proseguirla è di moltiplicare la radice $a+b$ coll' ultima potestà, cioè con la sesta, posta nella suddetta Tavola, che ne verrà la settima potestà, e questa settima moltiplicata per la stessa radice $a+b$ ne avremo l'ottava, e così in infinito; il modo di fare tali moltiplicazioni di lettere è facilissimo, come si vedrà nel terzo Tomo, nel quale parlando dell'Algebra s'insegneranno.

Per ben intendere l'applicazione delle suddette cose, non vi è la meglio che venire all'esempio, come si fa col seguente, nel quale si cerca l'estrazione della quinta potestà, o sia soprasolido del numero 459187787.

4 5 9 1 8 7 7 8 7
5 4
3125
146687787
146665024
avanzo 22763
10107126

3125 — a
1250 — b
250 — c
225 — d
divis. 3252525

12500
20000
16000
6400
1024
146665024

8503056
1574640
29160
270
denominatore 10107126

Puntate le figure nel modo, che abbiamo insegnato di sopra, che per esser la quinta potestà si punteranno a cinque a cinque, il suddetto numero verrà diviso in due membri, onde di due figure sarà la sua radice.

Si prenda dalla Tavola la formula del soprasolido, cioè della quinta potestà che è la seguente.

Formula del soprasolido, o quinta potestà $\left\{ \begin{array}{l} \overset{6}{aaaaa} + \overset{5}{5aaaab} + \overset{4}{10aaabb} + \overset{3}{10aabbb} \\ + \overset{2}{5abbbb} + \overset{1}{bbbbb} \end{array} \right.$

Perchè l'ultima particola della formula è aaaaa bisogna dall' ultimo membro 4591 estraere la quinta potestà coll'ajuto della Tavola dei numeri semplici, fatta per la detta potestà, e posta di sopra, nella quale si cerchi il detto numero, ovvero il suo prossimo minore, che è 3125, la di cui radice 5 si scriva sotto il primo punto, poi si levi la potestà di esso 5, cioè 3125 dal primo mem-

membro 4591, e s'avrà il residuo 1466, e questa operazione si fa solamente per quest'ultimo membro.

Al residuo 1466 scrivasegli a destra l'altro membro, e verrà 146687787, poi secondo ciò, che si è detto di sopra, si trovi il divisore, col pigliare le particole medie della formula (che sono la seconda, terza, quarta, e quinta) mediante le lettere a, e perchè nella quinta si trova 5aaaa, la radice fin qui ritrovata, cioè 5 segnata per a, si elevi alla quarta potestà, cioè si moltiplichi quattro volte in se stessa, e il prodotto si moltiplichi per 5, perchè tiene avanti di se il 5, e sarà 3125. Perchè nella quarta particola si ha 10aaa, bisogna moltiplicare per 10 il cubo di a, cioè 5, che fa 1250. E perchè nella terza particola si trova 10aa si dovrà moltiplicare per 10 il quadrato di a, cioè di 5, e fa 250. Finalmente perchè nella seconda particola si ha 5a, devesi moltiplicare la radice a, cioè 5 per 5, e fa 25; questi quattro numeri trovati, mediante la suddetta formula disposti, nel modo, che si vede di sopra, e sommati insieme danno il divisore 3252525, col quale si divide il numero 146687787, a uso di danda, e ne viene il quoziente 4, che è la figura radicale susseguente, la quale si scriverà sotto il susseguente punto, e questa è quella figura, che nella formula s'intende per b.

Ora per trovare il numero, che deesi levare dall'146687787, ciò si ha, come dicemmo da tutta la formula suddetta, senza l'ultima particola, cioè senza la sesta.

Dunque perchè la quinta particola è 5aaaab, si prende la quarta potestà di a, cioè di 5, che fa 625, il quale si moltiplichi per 5, che da 3125, il quale è di sopra segnato a, e si moltiplichi per b, cioè per 4 figura radicale, poco avanti incognita, e ne verrà 12500, e perchè la quarta particola è 10aaabb, si prenda dieci volte la terza potestà di a, cioè 5, che è il numero 1250, posto di sopra segnato b, e si moltiplichi pel quadrato di b, cioè 4, che essendo 16 fa 20000. Si siegua, e si prenda la terza particola che è 10aabbb, cioè 10 volte il quadrato di a, cioè di 5, che fa 250, che è il numero posto di sopra segnato c, e si moltiplichi nel cubo di b, cioè di 4, che è 64; e fa 16000. Poi perchè la seconda particola è 5abbbb, il quintuplo di a, cioè di 5, il quale è 25, che è il numero posto di sopra segnato d, si moltiplichi nella quarta potestà di b, cioè di 4, e ne viene il numero 6400. Finalmente perchè la prima particola è bbbbb, bisogna elevare b, cioè 4 alla quinta potestà, e fa 1024. Questi cinque prodotti disposti, come si vede di sopra, e sommati insieme danno il numero 146665024, il quale levato da 146687787 ne resta 22763, per l'avanzo.

Se altri membri vi fossero, si seguirebbe scrivendo il susseguente dietro al suddetto avanzo, e si proseguirebbe avanti nel modo sud-

det-

detto, mediante la ſteſſa formula, avvertendo, che andando avanti per la lettera a ſempre s'intende tutta la radice fin'ora ritrovata (che ora ſarebbe 54), e per b, la figura radicale incognita, che mediante il diviſore ſuſſeguentemente troverebbeſi. Onde l'eſtrazione della quinta poteſtà del dato numero 459187787 è 54, e avanza 22763.

Deeſi avvertire, che quando qualche prodotto fatto nel modo ſuddetto, non ſi poteſſe cavare dal reſiduo dell'altra operazione antecedente, per eſſer tal reſiduo maggiore, in tal caſo biſogna diminuire la figura radicale, che ha dato tal prodotto.

Occorre anche alcune volte, che in dette operazioni avanza più del diviſore, ma ciò non pregiudica, non può però l'avanzo eſſer maggiore del denominatore, ſe con eſſo ſi voleſſe formare il rotto, come s'inſegnerà, ed eſſendo di più, biſogna accreſcere l'ultima figura radicale.

Su le altre radici di qualunque poteſtà ſi eſtraggono nella ſuddetta maniera, coll'ajuto delle formule, che denotano la ricercata poteſtà, onde per queſto modo piano, e facile ſi poſſono eſtraere tutte le radici da qualunque poteſtà.

Chi poi voleſſe il rotto in cambio dell'avanzo, che però non ſuol farſi nelle radici, che paſſano la terza poteſtà, ma ſi ſuol laſciare l'avanzo, tal qual è; ciò ſi farà nel ſeguente modo.

Si faccia il diviſore coll'ajuto della ſuddetta formula, come ſe ſi doveſſe proſeguire avanti l'eſtrazione della radice, col prendere dalla ſuddetta formula i prodotti, che provengono da tutte le particole medie, mediante la ſola lettera a, la quale ora, come dicemmo, deeſi intendere per tutta la radice 54 trovata, e ne verrà prima 8503056, che è il 5aaaa della quinta particola, la quarta particola ſeguente 10aaa da il numero 1574640, la terza particola che è 10aa da 29160, la ſeconda particola, che è 5a dà 270, tutti i ſuddetti numeri ſommati inſieme, come ſi vede eſeguito nell'eſempio di ſopra, danno il numero 10107126, pel denominatore da porre ſotto all'avanzo 22763, che ſerve di numeratore, e ne avremo il rotto $\frac{22763}{10107126}$, dunque la proſſima quinta poteſtà del dato numero 459187787 è 54 $\frac{22763}{10107126}$, come cercavaſi.

La ſteſſa maniera, che nell'eſtrazione della radice cuba s'inſegnò per averne li avanzi, collo ſcrivere di mano in mano una ſola figura del ſuſſeguente membro, dietro all'avanzo, e poi ſottrarli di mano in mano, ciaſcheduno dei prodotti, che s'inſegnò di fare, queſta ſteſſa dico ſi può ancora adoperare nelle eſtrazioni di qualſivoglia radice, avertendo che in tal caſo i diviſori ſi cavano ſempre dalla penultima particola della formula, prendendo per farli la ſola lettera a, che s'intende, come dicemmo per la radice fin'allora ritrovata, come tutto ſi vede nell'eſempio poſto di ſopra

pra

pra, che quì sotto si è eseguito nel suddetto modo, dall' operazione del quale, e dallo stesso primo esempio resta chiaro senz'altra spiegazione.

```
                                   4 5 9 1 8 7 7 7 8 7
                                          5         4
                                   -------------------
                                   3125
                                   ----
                        3125 —     14668
                                   12500
                                   -----
                                    21687
                                    20000
                                    -----
                                     16877
                                     16000
                                     -----
                                      8778
                                      6400
                                      ----
                                      23787
                                       1024
                                      -----
                           avanzo     22763
```

Quinta potestà della radice 5, moltiplicata per 5, come mostra la formula, che è il divisore ——— 3125

Deesi ancora avvertire, che in ogni specie di radici, come si disse delle quadrate, e delle cube, quando il numero dal quale si estrae, manca di una sola unità, ad essere razionale, o potestà perfetta, ne viene un rotto, il di cui numeratore, e denominatore sono uguali, onde ancor quì per accostarsi più al vero sogliono alcuni aggiungere un' unità al denominatore; ogni radice però si può sempre più approssimare alle vere, come mostreremo in avanti.

CAPITOLO XXIII.

Dell' estrazione di qualsivoglia radice nei numeri rotti, e intieri, e rotti.

L'Estrazione di qualsivoglia radice dai numeri rotti si fa nello stesso modo, che s'insegnò per estraere le radici quadrate, e cube dai rotti, mentre se sarà dato il rotto $\frac{256}{625}$, dal quale si voglia estraer la quarta radice, estraesi questa dal numeratore, e ne viene 4, parimente si estrae dal denominatore, e ne viene 5, onde la radice quarta del dato rotto $\frac{256}{625}$ sarà $\frac{4}{5}$.

Per estraere poi qualunque radice da qualsivoglia numero composto d'intiero, e di rotto, ciò si ha riducendo ogni cosa in rotto, e dal rotto provenuto estraerli poi la radice nel modo suddetto, che sarà la ricercata, come senz'altro esempio è manifesto.

Quando l'intiero, e rotto da estraervi qualsivoglia radice fosse composto di parti minime accompagnate ancora con rotto, lo stesso modo deesi adoperare, che s'insegnò per l'estrazione delle radici quadrate, e cube.

CAPITOLO XXIV.

Dell'estrazione di qualsivoglia radice dai rotti, o particole decimali.

L'Estrazione di qualunque radice dai rotti, o particole decimali, si fa, come se essi fossero intieri, cioè dal dato numero, come se fosse intiero, si estrae la data radice, nel modo già insegnato; poi si divide il massimo segno del dato decimale per l'esponente della data radice, e il quoziente mostrerà il segno, che deesi porre alla prima figura radicale ritrovata. Se poi il massimo segno del dato decimale non si può aliquotamente dividere per l'esponente della data radice, allora se gli aggiungano tanti zeri, quanti ne basta, acciocchè ne venga un segno, che aliquotamente divider si possa per l'esponente della data radice, nel modo, che nell'estrazioni delle radici quadrate, e cube dei decimali s'insegnò.

Sia verbigrazia il numero 459187787 dal quale si voglia estraere la radice quinta, cioè supersolida, dal dato numero estraggasi la radice nel modo insegnato, come se fosse un intiero, e ne viene la radice 54, e avanza 22763, poi si divida per l'esponente 5 della data radice, il massimo segno del dato decimale, che per essere V da I, che si pone sopra il 4, della radice, e ne verrà 54 (I sopra il 4) coll'avanzo 22763, col quale si fa il suo rotto decimale segnandolo cogli stessi segni del dato decimale, nel modo altre volte detto, e ne verrà la radice 5 4 (I sopra il 4), coll'avanzo, o rotto 2 2 7 6 3 (I II III IV V), che è la radice quinta, o supersolida del dato decimale 4 5 9 1 8 7 7 8 7 (I II III IV V sopra 8 7 7 8 7) come si ricercava.

I II III IV V
4 5 9 1 8 7 7 8 7

I
5 4

I II III IV V
avanzo 2 2 7 6 3

Se fosse dato un decimale da estraerli, verbigrazia la quinta radice, il quale avesse la serie interrotta, come questo 4 5 9 1 8 7 7 (I III V), in tal caso deesi compiere la serie aggiungendovi tanti zeri, nel seguente modo 4 5 9 1 8 7 7 0 7 (I II III IV V), e poi estraerne la radice, come è chiaro dalle cose altre volte dette.

Lo stesso farebbesi se il massimo segno del dato decimale non fosse misurato adequatamente dall'esponente della radice, come se fosse dato il numero 3 6 5 4 8 7 5 7 4 3 9 4 (I II III IV V VI VII VIII) da estraervi la radice quinta, perchè il massimo segno è VIII, il quale non si può adequatamente misurare dall'esponente 5, della data radice, se gli aggiungeranno due zeri in modo, che il massimo segno venga adequatamente misurato dal detto esponente, e verrà così

I II III IV V VI VII VIII IX X
sì 3 6 5 4 8 7 5 7 4 3 9 4 0 0, dal quale poi si estrae la radice all'uso solito.

Quando, come si è detto di sopra si è avuta la radice cercata, che sia di più figure, si segnerà il primo numero di questa con quel numero, che mostra quante volte l'esponente della radice cape nel segno massimo del dato decimale, e le altre susseguenti figure si segnano gradratamente calando sempre uno, come vedesi nel qui sotto esempio, che dà la radice 2 5 6, senza avanzo, come da se è chiaro. (sopra le cifre: II I)

Se poi fosse dato un numero da estraervi qualunque radice, il qual numero fosse l'unità accompagnata con una quantità di zeri, il numero dei quali fosse adequatamente misurato dall'esponente della radice che si vuol estraere; come per esempio, se fosse il seguente 1000000000000 da estraervi la radice quarta, si avrà la sua radice con lo scrivere a destra dell'unità la quarta parte di quei zeri, che lo compongono, che per esser 12 saranno 3, onde il numero 1000 sarà la sua radice quarta, e così per la radice quinta si dovrà prendere la quinta parte dei zeri, e per la sesta parte, e così degli altri.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1 0	9 9	5 1	1 6	2 7	7 7	6			

1 0 9 9 5 1 1 6 2 7 7 7 6
I II
2 5 6

Dalle suddette cose resta chiaro, che se sarà dato un rotto decimale, come $\frac{45212176}{100000000}$, che è lo stesso che questo
I II III IV V VI VII VIII
4 5 2 1 2 1 7 6
da estraervi verbigrazia la radice quarta, si ha questa coll'estraerla dal numeratore, nel modo insegnato, che è 8 2 (II I), cioè $\frac{82}{100}$. Quando poi il dato decimale avesse il suo segno massimo, che non fosse adequatamente misurato dall'esponente della radice, che si vuol estraere, allora vi si aggiungano tanti zeri, quanto basta, e poi se gli estrae la radice nel modo altre volte detto.

CAPITOLO XXV.

Modo di approssimarsi alle vere radici di qualunque potestà.

SE dopo avere estratta qualunque radice avanzerà alcuna cosa, ciò sarà segno, che il dato numero non ha la sua radice precisa, come delle quadrate, e cube già si disse. Il modo poi, che gli Aritmetici usano per approssimarsi alla radice vera di qualsivoglia potestà, il quale è generale ad ogni sorta di radici, è il seguente.

Sia il numero 30397, dal quale estratta verbigrazia la radice quarta avanzi qualche cosa, per avere una radice più prossima se gli aggiungano tanti zeri decimali a quattro a quattro, quanto ci piace, e ciò per esser l'esponente della radice 4, onde se la radice fosse quinta se gli aggiungerebbero i zeri a cinque a cinque, se fosse la sesta a sei a sei, e così delle altre, aggiunto dunque al dato numero, verbigrazia otto zeri, ne verrà il nume-

I II III IV V VI VII VIII
ro 30397 0 0 0 0 0 0 0 0, da questo numero così aggiunto se gli estragga la quarta radice all'uso solito, e ne verrà la sua radice 2345, le figure della quale contrassegnate coi segni dei decimali all'
I II
uso solito, danno 23 4 5, coll'avanzo 424049375, il quale avan-
I II III IV V VI VII VIII
zo inteso, come altre volte abbiamo detto dà 4 2 4 0 4 9 3 7 5 radice più prossima della prima, come si voleva.

Se più, e più quaternarj di zeri vi si aggiungeranno nel modo suddetto, sempre più si avvicinerà alla vera radice in infinito, nel qual modo deesi intendere di qualsivoglia altra radice.

Da ciò resta chiaro, come nello stesso modo si può estraere le radici qualunque dai rotti comuni, di potestà non perfetta, coll'aggiungere dei zeri nel modo suddetto, tanto al numeratore, che al denominatore, se l'uno, e l'altro non è potestà perfetta, ovvero a quello solo, che non l'è, come delle radici quadrate, e cube dicemmo.

Con lo stesso artificio, da un numero, quanto si voglia piccioso, si può estraere qualsivoglia radice, benchè molto alta, mentre se esempligrazia si volesse dal numero 2 estraere la sesta radice, basta aggiungere al dato numero tante sestine di zeri, come lo mostra l'esponente 6 della radice, e da questo 2, così aggiunto si estragga la data radice nel modo insegnato; che ne avremo la radice, che si cerca.

CAPITOLO XXVI.

Prove delle estrazioni delle radici di qualunque potestà.

LE prove di qualsivogliano radici sono facilissime, mentre altro non bisogna, che moltiplicare tante volte in sè la radice trovata, quanto ne mostra l'esponente di essa radice, cioè per la quarta potestà quattro volte, per la quinta cinque, per la sesta sei, e così delle altre, coll'aggiungervi in ultimo l'avanzo se ve n'è, mentre se l'estrazione fu ben fatta ne dee venire il numero, da cui si estrae la radice. Come per esempio se dal numero 30240630713608 si è estratta, verbigrazia la radice quarta, la quale è 2345, ed avanza 1354762983, moltiplicata questa, cioè il 2345 quattro volte in se stesso, ed aggiuntovi il suddetto avanzo dee dare il dato numero 30240630713608, da cui fu estratta la radice, come siegue; e nello stesso modo deesi fare di qualsivoglia radice.

2345
2345
11725
9380
7035
4690
5499025
2345
27495125
21996100
16497075
10998050
12895213625
2345
64476068125
51580854500
38685640875
25790427250
30239275950625
avanzo 1354762983
30240630713608

Esame di qualunque radice colle prove del 7, 9 ec.

Per provare qualsivoglia radice si può adoperare le prove del 7, 9 ec. benchè alcune volte fallino, come altre volte abbiamo detto, ed il modo di ciò fare è il seguente.

Estratta verbigrazia la quarta radice dal numero 30240630713608, che è 2345, coll'avanzo 1354762983; vogliasi esaminare verbigrazia colla prova del 9, si trovi prima la prova della radice 2345, che è 5, si quadri, e fa 25, la di cui prova è 7. Si cubi la prima prova 5, e fa 125, e la sua prova è 8; Si faccia la quarta potestà della stessa prima prova 5, che è 625, la di cui prova è 4. Si faccia poi la prova dell'avanzo, che è 3, si sommi colla suddetta prova 4, e fa 7; si faccia poi la prova del numero, da cui fu estratta la radice, che anch'essa è 7, lo che per esser uguale all'altra mostra, che l'estrazione fu ben fatta, la qual prova per maggior intelligenza si vede quì sotto.

Radice	2345
Sua prova	5
Quadrato	25
Sua prova	7
Cubo	125
Sua prova	8
Quarta potestà	625
Sua prova	4
Prova dell'avanzo	3
Somma	7
Prova del numero dato	7

Deesi avvertire, che per fare la suddetta prova, dalla prova della radice si fanno tutte le potestà, che mostra l'esponente della data radice, che nel nostro caso per essere la quarta radice si è giunto fino alla quarta potestà colla prova della radice trovata, onde se la radice fosse stata la quinta, si sarebbe giunto fino alla quinta potestà, se la sesta fino alla sesta, e così di tutte le altre, nel qual modo si possono fare le prove di qualsivoglia altra radice.

CAPITOLO XXVII.

Delle Tavole dei quadrati, e dei cubi per l'estrazioni delle radici quadrate, e cube.

132 LE Tavole dei quadrati, e dei cubi sono di molto utile nella estrazione delle radici quadrate, e cube, mentre se una volta si saranno fatte queste Tavole, nelle quali sieno i quadrati, e i cubi d'ogni numero, principiando dall'unità, medianti esse con gran facilità, e senza fatica si estraeranno le radici quadrate, e cube. Il Padre Paolo Guldino Gesuita, ci ha calcolate le suddette Tavole, che dall'unità fino al diecimila ci danno i quadrati, e i cubi, come si può vedere nel Libro primo del suo Trattato *de Centro gravitatis*.

Costruisconsi queste Tavole, ovvero le già fatte più in là si estendono col moltiplicare le radici in se stesse, che ne verranno i loro quadrati, ed ogni quadrato moltiplicato nelle stesse radici ci danno i cubi. Ma perchè le suddette moltiplicazioni sono di molta briga, onde per altra via assai più breve, mediante la sola somma si hanno gli stessi quadrati, e cubi, come dalle seguenti cose si vedrà.

Per i Quadrati.

Primo. Se si sommeranno i numeri impari, principiando dall'unità, come 1, e 3, si ha 4, primo quadrato: se a questo si aggiungerà il prossimo numero impari 5, si ha 9, secondo quadrato; se a questo 9 si aggiungerà il prossimo numero impari 7, si ha 16 terzo quadrato, e così degli altri.

2. Se a qualsivoglia quadrato se gli aggiungerà la sua radice raddoppiata, e aggiunta di una unità, si avrà il quadrato prossimamente maggiore: come se la radice 2, del quadrato 4, si raddoppierà, e vi si aggiungerà un'unità farà 5, il quale aggiunto al quadrato 4, si avrà il 9, quadrato prossimamente maggiore, cioè il quadrato di 3, e così degli altri.

Dalle suddete regole chiaramente si vede, come si possa construire, o ampliare la Tavola dei quadrati, coll'ajuto della sola somma.

Per i Cubi.

Primo. I due numeri impari 3, e 5, sommati danno il primo Cubo 8. I tre impari seguenti 7. 9. 11. danno il secondo cubo 27. I quattro seguenti impari 13. 15. 17. 19. danno il terzo Cubo 64, e così degli altri.

2. Si ha lo stesso, mediante una Tavola, come la posta quì appresso, nella quale sia una serie di numeri, la quale principj dal 6, e sempre cresca per 6, come si vede. L'unità aggiunta al primo numero 6 da 7, differenza del primo Cubo dall'unità, come si

Serie.	Differenze.	Cubi.
6	1	1
12	7	8
18	19	27
24	37	64
30	61	125
36	91	216

ve-

vede nella seconda colonna. Questa differenza aggiunta al susseguente numero 12 della serie dà 19, differenza del secondo cubo dal terzo, e così degli altri cubi si troverà la sua differenza. Ritrovate queste differenze, si hanno li cubi; mentre se all' unità della seconda colonna si aggiunge il susseguente 7 dà 8, primo cubo, come si vede nella terza colonna: se l' 1, e il 7 di detta seconda colomna si sommerà col susseguente numero, o differenza 19 dà il 27 secondo cubo, se l' 1, 7, 19, di essa seconda colonna si sommeranno con la susseguente differenza 37, si ha il 64 terzo cubo, e così degli altri.

Con maggior facilità si hanno i cubi dalla suddetta Tavola; sommando qualsivoglia cubo, con la differenza del cubo susseguente, mentre nella somma ne avremo il cubo, che seguita. Come per esempio volendosi il susseguente cubo, dopo il 64, sommasi esso 64, con la susseguente differenza 61, e ne avremo il cubo, che seguita 125. Così per avere l'altro susseguente cubo sommasi il cubo 125, con la susseguente differenza 91, che da 216, cubo che seguita dopo il 125, e così deesi proseguire per gli altri.

Dalle sopraddette regole si conosce, come con facilità si possono construire, o ampliare le Tavole dei cubi, coll' ajuto della sola somma.

Per maggior chiarezza delle suddette Tavole dei Quadrati; e Cubi, ho posto quì appresso la Tavola per essi, che dall' unità si estende sino al numero 100, e chi la vuole più ampla, ricorra nel Libro del Padre Guldino, citato di sopra, o se ne calcoli da sè per quante radici gli piace, medianti le regole date di sopra.

Ta-

Tavola dei Quadrati, e dei Cubi.

Radici.	Quadrati.	Cubi.	Radici.	Quadrati.	Cubi.
1	1	1	51	2601	132651
2	4	8	52	2704	140608
3	9	27	53	2809	148877
4	16	64	54	2916	157464
5	25	125	55	3025	166375
6	36	216	56	3136	175616
7	49	343	57	3249	185193
8	64	512	58	3364	195112
9	81	729	59	3481	205379
10	100	1000	60	3600	216000
11	121	1331	61	3721	226981
12	144	1728	62	3844	238328
13	169	2197	63	3969	250047
14	196	2744	64	4096	262144
15	225	3375	65	4225	274625
16	256	4096	66	4356	287496
17	289	4913	67	4489	300763
18	324	5832	68	4624	314432
19	361	6859	69	4761	328509
20	400	8000	70	4900	343000
21	441	9261	71	5041	357911
22	484	10648	72	5184	373248
23	529	12167	73	5329	389017
24	576	13824	74	5476	405224
25	625	15625	75	5625	421875
26	676	17576	76	5776	438976
27	729	19683	77	5929	456533
28	784	21952	78	6084	474552
29	841	24389	79	6241	493039
30	900	27000	80	6400	512000
31	961	29791	81	6561	531441
32	1024	32768	82	6724	551368
33	1089	35937	83	6889	571787
34	1156	39304	84	7096	592704
35	1225	42875	85	7225	614125
36	1296	46656	86	7396	636056
37	1369	50653	87	7569	658503
38	1444	54872	88	7744	681472
39	1521	59319	89	7921	704968
40	1600	64000	90	8100	729000
41	1681	69821	91	8281	753571
42	1764	74088	92	8464	778688
43	1849	79507	93	8649	804357
44	1936	85184	94	8836	830584
45	2005	91125	95	9025	857375
46	2116	97336	96	9216	884736
47	2209	103823	97	9409	912673
48	2304	110592	98	9604	941192
49	2401	117649	99	9801	970299
50	2500	125000	100	10000	1000000

Uso

Uso delle Tavole dei Quadrati, e dei Cubi.

133

Cercasi il dato numero nei quadrati, o nei cubi secondo, che si vuole la sua radice quadrata o cuba, e se vi si trova, dritto ad esso nella colonna delle radici si trova la sua radice. Come per esempio, se fosse dato il numero 157464 da estraervi la radice cuba, cercato questo nella colonna dei cubi, si vede esservi tutto intiero e corrispondervi nelle radici il 54 dunque il 54 è la vera sua radice ricercata.

Se poi non si trova tal numero, come se fosse dato il numero 118943 da estraervi la radice cuba, cercasi nella colonna dei cubi il suo prossimo minore, che è 117649 dritto al quale trovasi la radice 49, poi levasi il suddetto numero 117649 dal dato 118943, mentre il residuo 1294 mostra l'avanzo della radice, onde la radice del dato numero 118943 è 49, e avanza 1294, col qual avanzo si può far, se si vuole, il rotto al uso solito.

Nello stesso modo, che si è detto dei cubi, intendesi ancora dei quadrati, come senz'altri esempj è chiaro.

E perchè, come dicemmo, le tavole del Guldino contengono le radici di tutti i quadrati e cubi, fino al diecimilla, il di cui quadrato è 100000000, che consta di nove figure, e il cubo è 1000000000000, che consta di 13 figure, onde colle suddette tavole si hanno le radici quadrate di tutti quei numeri, che non constano di più di otto figure, e le radici di tutti i cubi, che non constano di più di dodici figure,

Ma se si cercassero le radici quadrate o cube di numeri, che avessero maggiori figure delle suddette, nondimeno medianti le suddette tavole, si spedisce con facilità i primi quattro membri del dato numero nel seguente modo.

Sia il numero 24809568346 dal quale si voglia estraere la radice quadrata, si divida ne' suoi membri all'uso solito, poi cercasi nella tavola il numero degli ultimi quattro membri, cioè di 2480956 ovvero il suo prossimo minore, che è 2480625, e la sua radice 1575 scrivasi sotto i suoi corrispondenti numeri, poi levasi il numero o quadrato trovato 2480625 dal numero 2480956 dei detti ultimi quattro membri, e ne resterà 331, al quale aggiunto l'altro susseguente membro, si proseguisca poi a estraervi la radice secondo il modo comune, come si vede quì sotto, che ne verrà tutta la radice 157510 coll'avanzo 168246.

```
                    2 4 8 0 9 5 6 8 3 4 6
  3150              1   5   7   5   1   0
  32592            ----------------------
                    2 4 8 0 6 2 5
                   --------------
                        3 3 1 8 3
               avanzo 1 6 8 2 4 6
```

Lo stesso sarebbesi se da un dato numero fosse dato da estraervi la radice cuba, come si vede quì sotto, che dalle cose dette resta da se bastantemente chiaro.

```
    2847
    2847
   ------
  810549
     300
  ---------
243164700
  ---------
    2847
      30
   ------
   85410
      25
  --------
 2135250
```

```
  . . . . .
2 3 0 8 9 4 2 3 7 9 1 2 1 5
2     8     4     7     5
----------------------------
2 3 0 7 6 0 9 9 4 2 3
----------------------------
    1 3 3 2 4 3 6 8 2 1 5.
```

Provedasi dunque, o calcolasi da sè le suddette Tavole nel modo che abbiam dato, mentre colle suddette estraonsi con facilità, e brevità le radici quadrate, e cube, ancora che maggior numero di figure contengano i numeri da estraerle di quelli posti nelle Tavole, come si è veduto nei suddetti esempj.

Fine del Primo Tomo.